



**Commissions romandes de mathématique,  
de physique et de chimie**

# **Formulaires et tables**

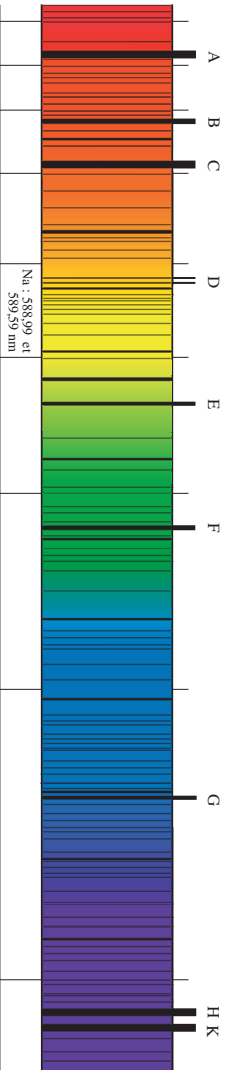
**Mathématiques  
Physique  
Chimie**

## Alphabet grec

Minuscule	Majuscule	Nom
$\alpha$	A	alpha
$\beta$	B	bêta
$\gamma$	Γ	gamma
$\delta$	Δ	delta
$\varepsilon$ ou $\epsilon$	E	epsilon
$\zeta$	Z	zêta
$\eta$	H	êta
$\theta$ ou $\vartheta$	Θ	thêta
$\iota$	I	iota
$\kappa$	K	kappa
$\lambda$	Λ	lambda
$\mu$	M	mu
$\nu$	N	nu
$\xi$	Ξ	ksi ou xi
$\omicron$	O	omicron
$\pi$ ou $\varpi$	Π	pi
$\rho$ ou $\varrho$	P	rho
$\sigma$ ou $\varsigma$	Σ	sigma
$\tau$	T	tau
$\upsilon$	Υ	upsilon
$\varphi$ ou $\phi$	Φ	phi
$\chi$	X	khi ou chi
$\psi$	Ψ	psi
$\omega$	Ω	oméga

# Spectres d'absorption (soleil) et d'émission (éléments)

Spectre d'absorption de la lumière solaire :



Raies d'émission du sodium :



Raies d'émission du mercure :



Raies d'émission de l'hélium :



Raies d'émission de l'oxygène :



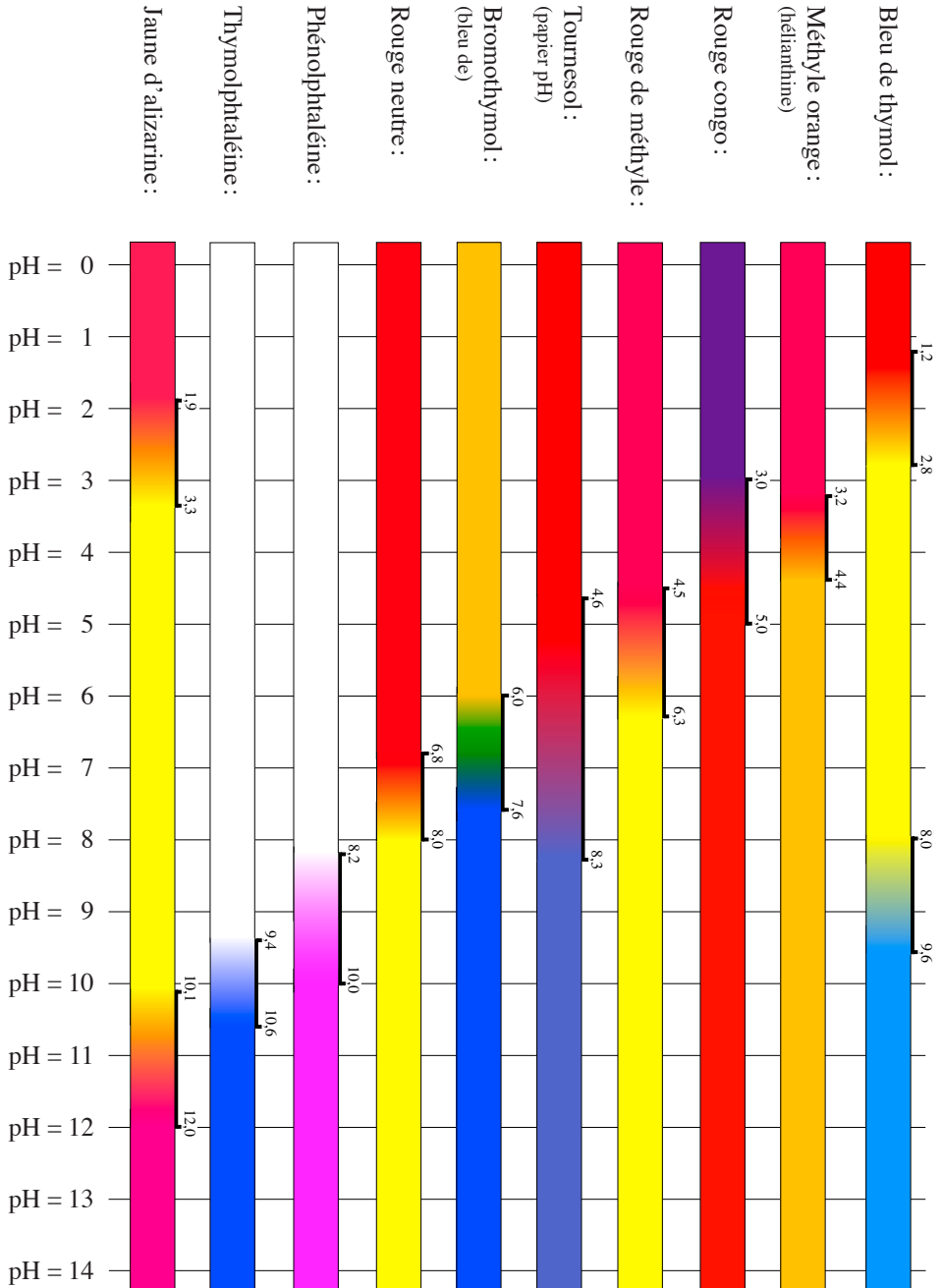
Raies d'émission de l'hydrogène :



Longueur d'onde en nanomètres :



# Zones de virage d'une sélection d'indicateurs acide/base



# Formulaires et tables



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)



Commissions romandes de mathématique,  
de physique et de chimie

# Formulaires et tables

**Mathématiques**  
**Physique**  
**Chimie**



# Ouvrages publiés par la Commission Romande de Mathématique

## OUVRAGES COLLECTIFS DE LA CRM

N° 18 Géométrie 2

N° 21 Méthodes numériques (M.-Y. BACHMANN, H. CATTIN, P. ÉPINEY, F. HAEBERLI  
et G. JENNY)

N° 23 Géométrie vectorielle et analytique plane

N° 24 Géométrie vectorielle et analytique de l'espace

N° 25 Analyse

N° 26 Probabilités

N° 27 Notions élémentaires

N° 28 Algèbre linéaire

## CAHIERS DE LA CRM

N° 1 Suites de nombres réels

N° 2 Cryptologie

N° 3 Équations algébriques et nombres complexes

N° 4 Séries numériques et séries de Taylor

N° 5 Arrêt sur image

N° 6 Introduction à la théorie des graphes

Alex WILLA

Nicolas MARTIGNONI

Martin CUÉNOD

Alex WILLA

Daniel PONCET-MONTANGE

Didier MÜLLER

CRM, CRP et CRC

Formulaires et Tables (Mathématique, Physique, Chimie)

## Sites web des commissions

Mathématiques [www.sspmp.ch/crm/](http://www.sspmp.ch/crm/)

Physique [www.sspmp.ch/crp/](http://www.sspmp.ch/crp/)

Chimie [www.crc-chimie.ch/](http://www.crc-chimie.ch/)

**Diffusion :** CRM Diffusion  
[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)

© 2015 Éditions G d'Encre  
Collection : éducation  
[www.editions-gdencre.ch](http://www.editions-gdencre.ch)  
ISBN 978-2-940501-41-0



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit, notamment par photocopie ou numérisation, est interdite.



## Avant-propos

En 1985, les commissions romandes de mathématique, de physique et de chimie sortaient de presse un ouvrage commun intitulé « Formulaires et Tables », successeur de « Tables numériques et formulaires », destiné aux élèves des écoles secondaires de Suisse romande ainsi qu'aux étudiants des premières années d'études des écoles supérieures.

Tout au long des différentes éditions de « Formulaires et Tables », nous avons tout mis en œuvre pour rendre son utilisation aussi aisée que possible. Pour cette 6<sup>e</sup> édition, nous avons transféré une partie des tableaux de la partie Chimie ainsi que la liste des constantes physiques dans les rabats de la couverture pour une consultation facilitée.

Afin de marquer les trente ans de cet ouvrage issu d'une réflexion et d'un travail en commun de nos trois commissions, nous proposons en accompagnement une plateforme numérique permettant d'accéder au contenu de « Formulaires et Tables » sur une grande variété de supports électroniques.

Nous espérons que, tout comme les éditions précédentes, ce volume continuera à rendre service aux enseignants et aux candidats aux examens de maturité comme référence pour la préparation de ceux-ci, son usage étant autorisé par la Commission suisse de maturité pendant les épreuves écrites qu'elle organise.

Il se peut que quelques coquilles aient encore échappé à notre vigilance. Le cas échéant, nous vous serions reconnaissants de les communiquer à l'adresse électronique [formulaire@crm-diffusion.ch](mailto:formulaire@crm-diffusion.ch). Nous serons d'autre part très attentifs aux remarques et suggestions qui pourraient améliorer nos prochaines éditions.

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à toutes celles et tous ceux qui ont consacré leur temps et mis leurs compétences à l'élaboration de cet ouvrage. Nos remerciements vont enfin aux Éditions G d'Encre au Locle qui en ont permis une réalisation de qualité ainsi qu'à Gasser Media qui a rendu possible le passage de « Formulaires et Tables » à l'ère numérique.

Commissions romandes de mathématique, de physique et de chimie  
Mars 2015



# Table des matières

<b>Mathématiques</b>	<b>1</b>
<b>Notions de base</b>	<b>3</b>
Éléments de logique . . . . .	3
Ensemble . . . . .	5
Analyse combinatoire . . . . .	7
Calcul financier . . . . .	9
Quelques nombres célèbres . . . . .	10
<b>Algèbre</b>	<b>13</b>
Calcul algébrique . . . . .	13
Polynômes . . . . .	16
Nombres complexes . . . . .	17
Structures algébriques . . . . .	18
<b>Algèbre linéaire</b>	<b>21</b>
Déterminant . . . . .	21
Système d'équations linéaires . . . . .	22
Matrice . . . . .	23
Application linéaire . . . . .	25
Transformation linéaire . . . . .	26
<b>Trigonométrie</b>	<b>29</b>
Trigonométrie plane . . . . .	29
Trigonométrie sphérique . . . . .	33
<b>Géométrie</b>	<b>35</b>
Géométrie classique . . . . .	35
Géométrie vectorielle . . . . .	49
Géométrie analytique plane . . . . .	53
Géométrie analytique de l'espace . . . . .	63
<b>Analyse</b>	<b>69</b>
Fonction réelle d'une variable réelle . . . . .	69



Fonctions particulières . . . . .	71
Limite et continuité . . . . .	76
Calcul différentiel . . . . .	78
Calcul intégral . . . . .	81
Équation différentielle . . . . .	88
Suite . . . . .	89
Série . . . . .	90
Méthodes numériques . . . . .	95
<b>Probabilités et statistique</b>	<b>103</b>
Probabilités . . . . .	103
Quelques lois de probabilité discrètes . . . . .	106
Quelques lois de probabilité continues . . . . .	107
Moyenne et variance de quelques lois . . . . .	109
Approximations de lois . . . . .	109
Loi de probabilité à deux variables . . . . .	110
Statistique . . . . .	111
Intervalle de confiance (bilatéral) . . . . .	112
Test d'hypothèse . . . . .	112
<b>Tables numériques</b>	<b>113</b>
Fonction de répartition $\Phi$ de la loi normale $N(0; 1)$ . . . . .	114
Loi du $\chi^2$ de Pearson . . . . .	115
Loi du $T$ de Student-Fisher . . . . .	116
Tables de mortalité . . . . .	117
Nombres premiers inférieurs à 5000 . . . . .	119
Factorisation des nombres composés inférieurs à 5000 et non divisibles par 2, 3 ou 5 . . . . .	120
<b>Physique</b>	<b>123</b>
<b>Unités</b>	<b>125</b>
Les unités de base du Système International d'Unités (SI) . . . . .	125
Unités SI supplémentaires . . . . .	126
Unités dérivées SI . . . . .	126
Unités définies indépendamment des unités SI de base . . . . .	127
Formation de multiples et sous-multiples décimaux des unités . . . . .	127
<b>Formulaire : Mécanique</b>	<b>129</b>
Cinématique : Définitions . . . . .	129
Cinématique : Mouvements particuliers . . . . .	131

Dynamique du point matériel : Définitions . . . . .	132
Dynamique du point matériel : Lois . . . . .	134
Dynamique : Forces particulières et grandeurs associées . . . . .	135
Dynamique : Systèmes de points matériels . . . . .	137
Dynamique : Corps solides . . . . .	138
Dynamique : Mouvements particuliers . . . . .	141
Mécanique des fluides . . . . .	143
<b>Formulaire : Électricité</b>	<b>145</b>
Électrostatique . . . . .	145
Électrocinétique . . . . .	148
Magnétisme . . . . .	149
Courants alternatifs . . . . .	151
<b>Formulaire : Chaleur</b>	<b>153</b>
<b>Formulaire : Ondes et Optique</b>	<b>155</b>
Généralités . . . . .	155
Acoustique . . . . .	156
Optique géométrique . . . . .	157
<b>Formulaire : Relativité</b>	<b>159</b>
<b>Formulaire : Atomes et particules</b>	<b>161</b>
<b>Constantes physiques</b>	<b>163</b>
<b>Unités diverses</b>	<b>165</b>
<b>Tables particulières</b>	<b>167</b>
Masse volumique de l'eau, de l'alcool et du mercure en fonction de la température . . . . .	167
Masse volumique de l'eau en fonction de la température . . . . .	168
Viscosités de quelques fluides . . . . .	168
Pouvoirs énergétiques moyens de quelques combustibles . . . . .	169
Rendements divers . . . . .	169
Énergies diverses . . . . .	170
Puissances diverses . . . . .	170
Variation de la pression atmosphérique avec l'altitude . . . . .	171
Pression de saturation de la vapeur d'eau, en fonction de la température. . . . .	171
Points triples de diverses substances . . . . .	172
Chaleurs molaires des gaz, valeurs à 20 °C . . . . .	172
Coefficients d'adhérence et coefficients de frottement dynamique de quelques matériaux . . . . .	173

Intensités de quelques champs magnétiques . . . . .	173
Indices de réfraction . . . . .	174
Tableau des ondes électromagnétiques . . . . .	176
Éclairages courants . . . . .	176
Vitesses des ondes sonores. Pressions sonores et niveaux sonores . . . . .	177
Fréquences de la gamme . . . . .	177
Températures et pressions critiques de quelques substances . . . . .	178
Permittivités relatives et résistivités de quelques isolants . . . . .	178
Les particules fondamentales (Modèle standard) . . . . .	179
Les interactions fondamentales . . . . .	181
Énergie de liaison nucléaire . . . . .	181
Réactions nucléaires . . . . .	182
Radioprotection . . . . .	183
Abondance de quelques isotopes naturels . . . . .	185
Modes de désintégration de quelques isotopes radioactifs . . . . .	187
<b>Formulaire : Astronomie</b> . . . . .	<b>189</b>
Données et définitions générales . . . . .	189
Le système solaire . . . . .	194
Les étoiles . . . . .	204
La Voie Lactée . . . . .	208
Les galaxies . . . . .	210
Cosmologie . . . . .	213
<b>Tables générales</b> . . . . .	<b>215</b>
<b>Chimie</b> . . . . .	<b>233</b>
<b>Formulaire de chimie</b> . . . . .	<b>235</b>
<b>Tables de chimie</b> . . . . .	<b>239</b>
Constantes d'acidité de quelques couples acide-base à 25°C . . . . .	239
Produit ionique de l'eau $K_e$ et pH en fonction de $T$ . . . . .	239
pH de boissons et liquides divers . . . . .	240
Concentrations usuelles de quelques acides et bases . . . . .	240
Potentiels standards d'oxydo-réduction inorganiques . . . . .	241
Potentiels standards d'oxydo-réduction en milieu biologique . . . . .	242
Répartition naturelle des éléments . . . . .	242
Énergies d'ionisation $E_i$ [MJ·mol <sup>-1</sup> ] . . . . .	243
Énergies moyennes de dissociation $D$ [kJ·mol <sup>-1</sup> ] . . . . .	243

Rayons atomiques et ioniques . . . . .	244
Configuration électronique . . . . .	245
Constantes physico-chimiques de quelques espèces inorganiques . . . . .	246
Solubilité des composés ioniques . . . . .	254
Solubilité des gaz dans l'eau . . . . .	254
Nomenclature de quelques molécules et ions en solution . . . . .	255
Constantes physico-chimiques de composés organiques . . . . .	256
Fonctions organiques, par ordre de priorité décroissante . . . . .	257
Représentation des molécules organiques . . . . .	258
Résumé de chimie organique . . . . .	259
Valeur énergétique de quelques aliments . . . . .	260
Additifs alimentaires . . . . .	260
<b>Biochimie</b> . . . . .	<b>261</b>
Monosaccharides . . . . .	263
Polysaccharides . . . . .	265
Vitamines . . . . .	266
Utilité et besoins quotidiens de quelques vitamines pour l'être humain . . . . .	268
Acides aminés . . . . .	270
Acides gras . . . . .	272
Lipides . . . . .	273
Bases azotées . . . . .	274
Désoxyribonucléotides particuliers . . . . .	274
Nucléotides . . . . .	275
ARN et ADN . . . . .	276
La double hélice d'ADN . . . . .	277
Code génétique . . . . .	277
<b>Index</b> . . . . .	<b>279</b>





# Mathématiques



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)



# Notions de base

## Éléments de logique

Une *proposition* est un énoncé qui satisfait aux deux principes suivants :

1. Une proposition ne peut être que vraie ( $\mathcal{V}$ ) ou fausse ( $\mathcal{F}$ ) (**principe du tiers exclu**).
2. Une proposition ne peut être en même temps vraie et fausse (**principe de non-contradiction**).

On note  $p$ ,  $q$  et  $r$  des propositions élémentaires ou composées.

## Connecteurs ou opérateurs

	Dénomination française	Notation mathématique
Conjonction	$p$ et $q$	$p \wedge q$
Disjonction	$p$ ou $q$	$p \vee q$
Inférence	si $p$ alors $q$	$p \rightarrow q$
Biconditionnelle	(si $p$ alors $q$ ) et (si $q$ alors $p$ )	$p \leftrightarrow q$
Négation	non $p$	$\bar{p}$ (noté aussi $\neg p$ )

## Tables de vérité

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\bar{p}$
$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$
$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$
$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$
$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{F}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$

Une inférence vraie est une *implication*; elle est notée  $p \Rightarrow q$ .

Une biconditionnelle vraie est une *équivalence*; elle est notée  $p \Leftrightarrow q$ .

## Propriétés

Commutativité	$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
Associativité	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributivité	$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$	$(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
Lois de De Morgan	$\overline{p \vee q} \Leftrightarrow \bar{p} \wedge \bar{q}$	$\overline{p \wedge q} \Leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{q}$

## Équivalences et implications particulières

Réduction de l'inférence	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \bar{p} \vee q$
Négation de l'inférence	$\overline{p \rightarrow q} \Leftrightarrow p \wedge \bar{q}$
Contraposition	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \bar{q} \rightarrow \bar{p}$
Réduction de la biconditionnelle	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
Raisonnement par l'absurde	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \bar{q}) \Rightarrow \bar{p}$
Syllogisme	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$

## Quantification

On note  $r(x)$  et  $s(x)$  deux fonctions logiques (ou conditions) où  $x$  appartient à un ensemble  $M$  non vide.

### Quantificateur d'universalité

La proposition  $(\forall x) r(x)$  est vraie si  $r(x)$  est vraie pour tout élément de  $M$ , fautive dans le cas contraire. Le symbole  $\forall$  se lit *pour tout*.

### Quantificateur d'existence

La proposition  $(\exists x) r(x)$  est vraie s'il existe un élément de  $M$  pour lequel  $r(x)$  est vraie, fautive dans le cas contraire. Le symbole  $\exists$  se lit *il existe*.

## Propriétés

$p$	$(\forall x) r(x)$	$(\exists x) r(x)$	$(\forall x) (r(x) \rightarrow s(x))$	$(\exists x) (r(x) \wedge s(x))$
$\bar{p}$	$(\exists x) \overline{r(x)}$	$(\forall x) \overline{r(x)}$	$(\exists x) (r(x) \wedge \overline{s(x)})$	$(\forall x) (\overline{r(x)} \vee \overline{s(x)})$

# Ensemble

La notation  $x \in A$  signifie que  $x$  est *élément* de l'ensemble  $A$ .  
 L'*ensemble vide*, noté  $\emptyset$ , est l'ensemble ne contenant aucun élément.

## Inclusion

On dit que  $A$  est *inclus* dans  $B$  (on dit aussi que  $A$  est une *partie* de  $B$  ou que  $A$  est un *sous-ensemble* de  $B$ ) si, pour tout  $x$ ,  $x \in A \Rightarrow x \in B$ . On note  $A \subset B$ .

$(A \subset B \text{ et } B \subset A) \Leftrightarrow A = B$	$(A \subset B \text{ et } B \subset C) \Rightarrow A \subset C$
---	---

## Opérations

On note  $A$ ,  $B$  et  $C$  des sous-ensembles d'un ensemble  $U$  (*univers* ou *référentiel*).

Intersection  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$

Si  $A \cap B = \emptyset$ , alors les parties  $A$  et  $B$  sont dites *disjointes*.

Union  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$

Différence  $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$

$$A \setminus B = A \cap \overline{B}$$

Complémentaire  $\overline{A} = \complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ et } x \notin A\}$

## Propriétés

Commutativité	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Associativité	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributivité	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Lois de De Morgan	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

## Produit cartésien

$A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \text{ et } y \in B\}$ . L'élément  $(x; y)$  est appelé *couple*.

$A \times B \times C = \{(x; y; z) \mid x \in A \text{ et } y \in B \text{ et } z \in C\}$ . L'élément  $(x; y; z)$  est appelé *triplet*.

## Ensembles de nombres

Nombres naturels	$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$
Naturels non nuls	$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$
Nombres entiers	$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$
Nombres rationnels	$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ et } q \in \mathbb{N}^* \right\}$
Nombres réels	$\mathbb{R}$
Nombres irrationnels	$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
Nombres complexes	$\mathbb{C} = \{z = a + bi \mid a, b \in \mathbb{R} \text{ et } i^2 = -1\}$
Réels non nuls	$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Réels négatifs	$\mathbb{R}_- = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \leq 0\}$
Réels positifs	$\mathbb{R}_+ = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ et } x \geq 0\}$

On utilise des notations analogues pour  $\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{Q}$ .

## Intervalles

On note  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $a < b$ .

Intervalle fermé  $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Intervalle ouvert  $]a; b[ = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

$[a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$

$] -\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$

## Relation dans un ensemble

On note  $x, y$  et  $z$  trois éléments d'un ensemble et  $x R y$  pour signifier que  $x$  est en relation avec  $y$ .  
La relation  $R$  est

*réflexive* si, pour tout  $x$ ,  $x R x$

*symétrique* si, pour tout  $x, y$ ,  $x R y \Rightarrow y R x$

*transitive* si, pour tout  $x, y, z$ ,  $(x R y \text{ et } y R z) \Rightarrow x R z$

*antisymétrique* si, pour tout  $x, y$ ,  $(x R y \text{ et } y R x) \Rightarrow x = y$

*connexe* si, pour tout  $x, y$ , on a  $x R y$  ou  $y R x$

Une relation est appelée *relation d'équivalence* si elle est réflexive, symétrique et transitive.

Une relation est appelée *relation d'ordre* si elle est réflexive, antisymétrique et transitive.

On appelle *relation d'ordre total* une relation d'ordre qui est connexe.

## Application d'un ensemble vers un ensemble

Une *application*  $f$  d'un ensemble  $A$  vers un ensemble  $B$  est une relation qui, à tout élément  $x$  de l'ensemble de départ  $A$ , associe un et un seul élément  $f(x)$  de l'ensemble d'arrivée  $B$ .

L'élément  $f(x)$  est appelé *l'image* de  $x$  par  $f$  et on note  $f(A)$  l'ensemble des images par  $f$ .

$f$  est *injective* si, pour tout  $x_1, x_2$ , on a  $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

$f$  est *surjective* si  $f(A) = B$

$f$  est *bijjective* si  $f$  est injective et surjective

Si  $f$  est une bijection de  $A$  vers  $B$ , la *relation réciproque* de  $f$  est une application de  $B$  vers  $A$ , notée  ${}^r f$ , telle que  $x = {}^r f(y) \Leftrightarrow y = f(x)$

## Analyse combinatoire

### Factorielle

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$  si  $n \in \mathbb{N}^*$

$0! = 1$

$n! = n \cdot (n-1)!$	
$2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n$	$= 2^n n!$
$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)$	$= \frac{(2n)!}{2^n n!}$

### Formule de Stirling

$\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \frac{1}{12n}\right) < n! < \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{1}{288n^2}\right)$	
$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \quad \text{si } n \text{ est très grand}$	

### Coefficients binomiaux

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  où  $n, k \in \mathbb{N}$  et  $0 \leq k \leq n$

$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$	$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$	$\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$
$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$		

## Binôme de Newton

On note  $a, b$  deux nombres réels et  $n$  un entier naturel non nul.

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n}b^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

## Triangle de Pascal

Coefficients binomiaux  $\binom{n}{k}$  pour  $0 \leq k \leq n \leq 12$

0	1												
1	1	1											
2	1	2	1										
3	1	3	3	1									
4	1	4	6	4	1								
5	1	5	10	10	5	1							
6	1	6	15	20	15	6	1						
7	1	7	21	35	35	21	7	1					
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1
$n$ $k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

$\binom{8}{5} = 56$

## Dénombrement

### Arrangement simple

Si, parmi  $n$  éléments distincts, on choisit  $k$  éléments distincts ( $k \leq n$ ) en les classant dans un ordre particulier, on forme un *arrangement simple* (de  $k$  éléments choisis parmi  $n$ ).

Le nombre  $A_k^n$  d'arrangements simples est

$$A_k^n = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

### Arrangement avec répétitions

Si, parmi  $n$  éléments distincts, on choisit  $k$  éléments distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même) en les classant dans un ordre particulier, on forme un *arrangement avec répétitions* (de  $k$  éléments choisis parmi  $n$ ).

Le nombre  $\overline{A}_k^n$  d'arrangements avec répétitions est

$$\overline{A}_k^n = n^k$$



## Permutation simple

Si on classe dans un ordre particulier  $n$  éléments distincts, on forme une *permutation simple* (de ces  $n$  éléments).

Le nombre  $P_n$  de permutations simples est

$$P_n = n!$$

## Permutation avec répétitions

Si on classe dans un ordre particulier  $n$  éléments dont  $n_1$  sont identiques de type 1,  $n_2$  identiques de type 2, ...,  $n_p$  identiques de type  $p$  ( $n_1 + n_2 + \dots + n_p = n$ ), on forme une *permutation avec répétitions* (de ces  $n$  éléments).

Le nombre  $\overline{P}(n_1, n_2, \dots, n_p)$  de permutations avec répétitions est

$$\overline{P}(n_1, n_2, \dots, n_p) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_p!}$$

## Combinaison simple

Si, parmi  $n$  éléments distincts, on choisit  $k$  éléments distincts ( $k \leq n$ ) sans les classer dans un ordre particulier, on forme une *combinaison simple* (de  $k$  éléments choisis parmi  $n$ ).

Le nombre  $C_k^n$  de combinaisons simples est

$$C_k^n = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}$$

## Combinaison avec répétitions

Si, parmi  $n$  éléments distincts, on choisit  $k$  éléments distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même) sans les classer dans un ordre particulier, on forme une *combinaison avec répétitions* (de  $k$  éléments choisis parmi  $n$ ).

Le nombre  $\overline{C}_k^n$  de combinaisons avec répétitions est

$$\overline{C}_k^n = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!} = \binom{n+k-1}{k}$$

# Calcul financier

## Intérêts simples et composés

Capital initial (valeur actuelle)	$C_0$
Valeur acquise après $n$ années	$C_n$
Taux d'intérêt annuel	$i$
Intérêt produit après $n$ années	$I_n$
Facteur de capitalisation annuel	$r = 1 + i$
Facteur d'actualisation annuel	$v = \frac{1}{r}$

Intérêts simples	Intérêts composés
$I_n = C_0 i n$	$I_n = C_0(r^n - 1)$
$C_n = C_0(1 + i n)$	$C_n = C_0 r^n$
$C_0 = \frac{C_n}{1 + i n}$	$C_0 = C_n v^n$

## Conversion de taux

Un taux annuel  $i$ , un taux mensuel  $m$  et un taux journalier  $j$  génèrent les mêmes rendements si

$$1 + i = (1 + m)^{12} = (1 + j)^{365}$$

## Annuité et rente

$i$ : taux d'intérêt annuel $r = 1 + i \quad v = \frac{1}{r}$	Paiements échus <b>au début</b> de chaque année	Paiements échus <b>à la fin</b> de chaque année
Valeur acquise à la fin de la $n$ -ième année par $n$ versements-unités	$\ddot{s}_{\overline{n} } = r \frac{r^n - 1}{r - 1}$	$s_{\overline{n} } = \frac{r^n - 1}{r - 1}$
Valeur actuelle d'une rente-unité payable $n$ fois	$\ddot{a}_{\overline{n} } = \frac{1 - v^n}{1 - v} = \frac{1 - r^{-n}}{r^{-1}(1 - r)}$	$a_{\overline{n} } = v \frac{1 - v^n}{1 - v} = \frac{1 - r^{-n}}{r^n(1 - r)}$
Valeur actuelle d'une rente-unité perpétuelle	$\ddot{a}_{\infty } = \frac{1}{1 - v} = \frac{r}{r - 1}$	$a_{\infty } = \frac{v}{1 - v} = \frac{1}{r - 1}$

## Amortissement d'une dette et paiement de ses intérêts

Annuité  $\rho$  à verser  $n$  fois en fin d'année pour rembourser une dette  $D$  :

$$\rho = \frac{D}{a_{\overline{n}|}}$$

Dette restante après avoir versé  $m$  annuités  $\rho$  :

$$D_m = D r^m - \rho s_{\overline{m}|}$$

## Quelques nombres célèbres

### Le nombre $\pi$

$\pi = 3.14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 50288\ 41971\ 69399\ 37510\ 58209\ 74944\ 59230\ 78164\ 06286\ 20899\ 86280\ 34825\ 34211\ 70680\dots$

### Le nombre $e$

$$e = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \quad e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

$e = 2.71828\ 18284\ 59045\ 23536\ 02874\ 71352\ 66249\ 77572\ 47093\ 69995\ 95749\ 66967\ 62772\ 40776\ 30353\ 54759\ 45713\ 82178\ 52516\ 64274\dots$

### Le nombre d'or

$$\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \quad \frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$$

$\Phi = 1.61803\ 39887\ 49894\ 84820\ 45868\ 34365\ 63811\ 77203\ 09179\ 80576\ 28621\ 35448\ 62270\ 52604\ 62818\ 90244\ 97072\ 07204\ 18939\ 11375\dots$

## La constante d'Euler

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \ln(n) \right)$$

$$\gamma = 0.57721\ 56649\ 01532\ 86060\ 65120\ 90082\ 40243\ 10421\ 59335\ 93992\ 35988\ 05767\ 23488\ 48677\ 26777\ 66467\ 09369\ 47063\ 29174\ 67495\dots$$

## Les triplets de Pythagore

Trois nombres entiers positifs  $a$ ,  $b$  et  $c$  forment un *triplet de Pythagore* si  $a^2 + b^2 = c^2$

Si  $m$  et  $n$  sont des entiers positifs tels que  $m > n$ , les nombres suivants forment un triplet de Pythagore :

$$a = 2mn, \quad b = m^2 - n^2 \quad \text{et} \quad c = m^2 + n^2$$

Quelques triplets de Pythagore :

3	5	7	8	9	11	12	13	16	20	28	33	36	39	48	65
4	12	24	15	40	60	35	84	63	21	45	56	77	80	55	72
5	13	25	17	41	61	37	85	65	29	53	65	85	89	73	97

## Les quadruplets de Pythagore

Quatre nombres entiers positifs  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  forment un *quadruplet de Pythagore* si  $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$

Quelques quadruplets de Pythagore :

1	2	1	4	2	6	3	2	2	1	8	1	6	6	4	4	4	8
2	3	4	4	6	6	4	5	10	12	9	6	6	10	5	8	13	11
2	6	8	7	9	7	12	14	11	12	12	18	17	15	20	19	16	16
3	7	9	9	11	11	13	15	15	17	17	19	19	19	21	21	21	21



# Algèbre

## Calcul algébrique

### Identités

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n}b^n$ coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ , voir page 7	
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	$a^2 + b^2$ n'est pas factorisable dans les réels
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$	
$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$	

### Puissances et racines

On note  $a$  et  $b$  des nombres strictement positifs ;  $\sqrt[n]{a}$  n'est définie que pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .

$$a^0 = 1 \qquad a^p = a \cdot a^{p-1} \qquad a^{-q} = \frac{1}{a^q} \qquad a^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a} \qquad a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

$a^p a^q = a^{p+q}$	$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	$(a^p)^q = a^{pq}$	$a^p b^p = (ab)^p$	$\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$
$(\sqrt[q]{a})^n = a$	$(\sqrt[q]{a})^p = \sqrt[q]{a^p}$	$\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[pq]{a}$	$\sqrt[q]{a} \sqrt[q]{b} = \sqrt[q]{ab}$	$\frac{\sqrt[q]{a}}{\sqrt[q]{b}} = \sqrt[q]{\frac{a}{b}}$

## Logarithmes

On note  $a$  et  $b$  deux nombres réels strictement positifs et différents de 1.

$y = \log_a(x) \Leftrightarrow a^y = x$   $y$  est le *logarithme en base  $a$  de  $x$* , pour  $x \in \mathbb{R}_+^*$

$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$
$\log_a\left(\frac{1}{y}\right) = -\log_a(y)$	$\log_a(x^p) = p \log_a(x)$

### Logarithmes particuliers

$y = \log(x) \Leftrightarrow 10^y = x$   $y$  est le *logarithme décimal* de  $x$  (base 10)

$y = \ln(x) \Leftrightarrow e^y = x$   $y$  est le *logarithme naturel* de  $x$  (base  $e$ )

### Changement de base

$$\log_a(x) = \frac{\log(x)}{\log(a)} = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$$

### Valeur absolue

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

$ ab  =  a  \cdot  b $	$\left \frac{a}{b}\right  = \frac{ a }{ b }$	$\sqrt{a^2} =  a $	$  a  -  b   \leq  a + b  \leq  a  +  b $
------------------------	--	--------------------	---

### Symbole et formules de sommation

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$	$\sum_{i=1}^n kx_i = k \sum_{i=1}^n x_i$	$\sum_{i=1}^n k = nk$
--	--	-----------------------

$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
$\sum_{i=1}^n i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
$\sum_{i=1}^n i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left(\sum_{i=1}^n i\right)^2$
$\sum_{i=1}^n i^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$
$\sum_{i=1}^n (2i-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$
$\sum_{i=1}^n (2i-1)^2 = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$
$\sum_{i=0}^n x^i = 1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$
$\sum_{i=0}^{n-1} (i+1)x^i = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(x-1)^2}$

On utilise un symbole analogue pour le produit de plusieurs facteurs ou pour la réunion de plusieurs ensembles :

$$\prod_{i=1}^n x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n \qquad \bigcup_{i=1}^n E_i = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n$$

## Moyennes

Moyenne	de deux nombres $a_1, a_2$	de $n$ nombres $a_1, a_2, \dots, a_n$
arithmétique ( $A$ )	$\frac{a_1 + a_2}{2}$	$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$
pondérée	$\frac{\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$	$\frac{\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_n a_n}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}$
géométrique ( $G$ )	$\sqrt{a_1 a_2}$	$\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$
harmonique ( $H$ )	$\frac{2}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}} = \frac{2a_1 a_2}{a_1 + a_2}$	$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$
quadratique ( $Q$ )	$\sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2}{2}}$	$\sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$

**Propriété**  $H \leq G \leq A \leq Q$

# Polynômes

## Polynôme du deuxième degré à coefficients réels

$$P(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

Les zéros du polynôme  $P$  sont les solutions de l'équation du deuxième degré  $P(x) = 0$

### Zéros et factorisation

L'expression  $\Delta = b^2 - 4ac$  est le *discriminant* de  $P$ .

Si  $\Delta > 0$ , le polynôme  $P$  admet deux zéros réels

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

et on a l'identité

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Si  $\Delta = 0$ , le polynôme  $P$  admet un seul zéro réel

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

et on a l'identité

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

Si  $\Delta < 0$ , le polynôme  $P$  n'admet pas de zéro réel et n'est pas décomposable en un produit de polynômes du premier degré à coefficients réels.

$P$  admet cependant deux zéros complexes conjugués  $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}$

### Relations de Viète

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

## Polynôme de degré $n$

$$P(x) = c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_1 x + c_0 \quad (c_n \neq 0)$$

Les zéros du polynôme  $P$  sont les solutions de l'équation  $P(x) = 0$

Pour les polynômes de degré supérieur à 2, les zéros sont généralement estimés par des méthodes numériques (voir page 97).



## Divisibilité de $P(x)$ par $x - a$

Pour tout nombre réel  $a$ , il existe un polynôme  $Q$  défini par l'identité  $P(x) = (x - a)Q(x) + P(a)$

$$P(x) \text{ est divisible par } x - a \Leftrightarrow P(a) = 0$$

Le schéma de Horner est un algorithme qui permet de déterminer les coefficients du polynôme  $Q$  et la valeur  $P(a)$  :

$  \begin{array}{cccccccc}  c_n & c_{n-1} & c_{n-2} & \cdots & c_2 & c_1 & c_0 & \\  d_{n-1} & d_{n-2} & d_{n-3} & \cdots & d_1 & d_0 & P(a) & \\  \hline  & & & \underbrace{\hspace{10em}} & & & & \\  & & & \text{coefficients de } Q & & & &   \end{array}  $	avec $  \begin{cases}  d_{n-1} = c_n \\  d_{i-1} = c_i + ad_i \quad (1 \leq i \leq n-1) \\  P(a) = c_0 + ad_0  \end{cases}  $
--	---

## Relations de Viète

Si  $P(x) = c_n(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$ , alors  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sont les zéros de  $P$  et

$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{c_{n-1}}{c_n}$	$x_1 x_2 \dots x_n = (-1)^n \frac{c_0}{c_n}$
--	--

## Nombres complexes

On note  $i$  un nombre tel que  $i^2 = -1$ .

Forme algébrique  $z = a + bi$  où  $a, b \in \mathbb{R}$

$a$  est la *partie réelle* de  $z$ , notée  $\text{Re}(z)$

$b$  est la *partie imaginaire* de  $z$ , notée  $\text{Im}(z)$

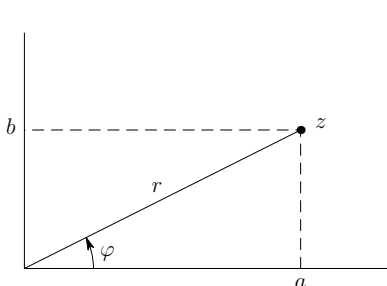
Forme trigonométrique  $z = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi)) = r \text{cis}(\varphi)$  avec  $r \in \mathbb{R}_+$  et  $\varphi \in \mathbb{R}$

$r$  est le *module* de  $z$ , noté  $|z|$

$\varphi$  est l'*argument* de  $z$ , noté  $\arg(z)$

Forme exponentielle  $z = r e^{i\varphi}$

## Relations entre formes algébrique, trigonométrique et exponentielle



$r = \sqrt{a^2 + b^2}$	$\tan(\varphi) = \frac{b}{a}$
$\cos(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	$\sin(\varphi) = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
$a = r \cos(\varphi)$	$b = r \sin(\varphi)$
Formule d'Euler	$e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$

## Opérations

Forme algébrique	Formes trigonométrique et exponentielle
$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$	
$z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i$	$z_1 z_2 = r_1 r_2 \operatorname{cis}(\varphi_1 + \varphi_2) = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$
$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{(a_2 b_1 - a_1 b_2)}{a_2^2 + b_2^2} i$	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \operatorname{cis}(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$
$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$	$\frac{1}{z} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}(-\varphi) = \frac{1}{r} e^{-i\varphi}$
	$z^n = r^n \operatorname{cis}(n\varphi) = r^n e^{in\varphi}$

## Formule de Moivre

$$(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))^n = \cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)$$

## Racines $n$ -ièmes

On note  $z = r \operatorname{cis}(\varphi)$  un nombre complexe non nul.

L'équation  $w^n = z, n \in \mathbb{N}^*$ , possède  $n$  solutions distinctes :

$$w_k = \sqrt[n]{r} \operatorname{cis}\left(\frac{\varphi + k \cdot 2\pi}{n}\right) = \sqrt[n]{r} e^{i\frac{\varphi + k \cdot 2\pi}{n}} \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

## Conjugué

Le *conjugué* de  $z$  est  $\bar{z} = a - bi = r \operatorname{cis}(-\varphi) = r e^{-i\varphi}$ .

$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$	$\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$	$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$	$z \bar{z} =  z ^2$
$\operatorname{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$	$\operatorname{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$	$\bar{\bar{z}} = z$	$\frac{1}{\bar{z}} = \frac{\bar{z}}{ z ^2}$

## Structures algébriques

### Loi de composition interne

Une *loi de composition interne* (ou *opération interne*)  $\top$  dans un ensemble  $E$  est une application de  $E \times E$  vers  $E$ .

$$\begin{aligned} E \times E &\rightarrow E \\ (a, b) &\mapsto a \top b \end{aligned}$$

Un ensemble muni d'une ou de plusieurs lois de composition internes est une *structure algébrique*.

## Propriétés

On note  $\top$  et  $\star$  deux lois de composition internes définies dans un ensemble  $E$  et  $a, a', b, c, n$  des éléments de  $E$ .

$\top$ est <i>commutative</i>	$a \top b = b \top a$	pour tout $a, b$
$\top$ est <i>associative</i>	$(a \top b) \top c = a \top (b \top c)$	pour tout $a, b, c$
$n$ est <i>élément neutre</i> pour $\top$	$a \top n = n \top a = a$	pour tout $a$
$a'$ est le <i>symétrique</i> de $a$ pour $\top$	$a' \top a = a \top a' = n$	
$\star$ est <i>distributive par rapport</i> à $\top$	$a \star (b \top c) = (a \star b) \top (a \star c)$ $(a \top b) \star c = (a \star c) \top (b \star c)$	pour tout $a, b, c$

## Groupe

La structure  $(E, \top)$  est un *groupe*

- $$\Leftrightarrow \begin{cases} 1. \text{ la loi de composition interne } \top \text{ est associative} \\ 2. \text{ il existe dans } E \text{ un élément neutre pour } \top \\ 3. \text{ tout élément de } E \text{ possède un symétrique pour } \top \end{cases}$$

Si, de plus,  $\top$  est commutative, le *groupe* est dit *abélien* ou *commutatif*. Dans un groupe abélien, la loi de composition est souvent notée  $+$ .

## Corps

La structure  $(E, +, \cdot)$  est un *corps*

- $$\Leftrightarrow \begin{cases} 1. (E, +) \text{ est un groupe commutatif dont } 0 \text{ est l'élément neutre} \\ 2. (E \setminus \{0\}, \cdot) \text{ est un groupe dont } 1 \text{ est l'élément neutre} \\ 3. \text{ l'opération } \cdot \text{ est distributive par rapport à l'opération } + \end{cases}$$

Le *corps* est dit *commutatif* si l'opération  $\cdot$  est commutative.

## Espace vectoriel réel

Un ensemble non vide  $E$  est un *espace vectoriel réel* s'il est muni

- d'une loi de composition interne, notée  $+$ , telle que la structure  $(E, +)$  est un groupe abélien
- d'une *loi de composition externe*

$$\begin{aligned} \mathbb{R} \times E &\rightarrow E \\ (\lambda, u) &\mapsto \lambda \cdot u \end{aligned}$$

vérifiant les propriétés suivantes

$$\begin{aligned} \alpha \cdot (\beta \cdot u) &= (\alpha \beta) \cdot u \\ 1 \cdot u &= u \\ \alpha \cdot (u + v) &= \alpha \cdot u + \alpha \cdot v \\ (\alpha + \beta) \cdot u &= \alpha \cdot u + \beta \cdot u \end{aligned}$$

quels que soient les nombres réels  $\alpha, \beta$  et les éléments  $u, v$  de  $E$ .

Les éléments de  $E$  sont appelés *vecteurs* et les éléments de  $\mathbb{R}$  sont appelés *scalaires*.



# Algèbre linéaire

## Déterminant

### Déterminant d'ordre deux

Si  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ , alors  $\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$ .

### Interprétation géométrique

La valeur obtenue est, au signe près, l'aire du parallélogramme construit sur  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$ .

### Propriétés

$\text{Det}(\lambda\vec{a}; \vec{b}) = \lambda \text{Det}(\vec{a}; \vec{b})$	$\text{Det}(\vec{a} + \vec{c}; \vec{b}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}) + \text{Det}(\vec{c}; \vec{b})$
$\text{Det}(\vec{b}; \vec{a}) = -\text{Det}(\vec{a}; \vec{b})$	
$\text{Det}(\vec{a}; \vec{a}) = 0$	$\text{Det}(\vec{a} + \lambda\vec{b}; \vec{b}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b})$

### Déterminant d'ordre trois

Si  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$ ,

alors  $\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$ .

Le déterminant a été calculé en le développant selon la première colonne.

On peut aussi le calculer selon la première ligne :

$$\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

### Interprétation géométrique

La valeur obtenue est, au signe près, le volume du parallélépipède construit sur  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$ .

## Propriétés

$\text{Det}(\vec{a} + \vec{d}; \vec{b}; \vec{c}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}) + \text{Det}(\vec{d}; \vec{b}; \vec{c})$	$\text{Det}(\lambda \vec{a}; \vec{b}; \vec{c}) = \lambda \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c})$
$\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}) = \text{Det}(\vec{b}; \vec{c}; \vec{a}) = \text{Det}(\vec{c}; \vec{a}; \vec{b})$	$\text{Det}(\vec{b}; \vec{a}; \vec{c}) = -\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c})$
$\text{Det}(\vec{a}; \vec{a}; \vec{c}) = 0$	$\text{Det}(\vec{a} + \lambda \vec{b} + \mu \vec{c}; \vec{b}; \vec{c}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c})$

Le procédé de calcul et les propriétés des déterminants d'ordre trois se généralisent aux ordres supérieurs.

## Règle de Sarrus

Cette règle n'est valable que pour l'ordre 3.

$$\begin{array}{cccccc}
 a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 & \\
 & \diagdown & \times & \times & \diagup & \\
 a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 & \\
 & \diagup & \times & \times & \diagdown & \\
 a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 & 
 \end{array}
 \quad \begin{array}{c} \diagdown \\ \oplus \end{array} \quad \begin{array}{c} \diagup \\ \ominus \end{array}$$

$$\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}) = a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3 - a_3 b_2 c_1 - b_3 c_2 a_1 - c_3 a_2 b_1$$

## Système d'équations linéaires

### Système de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} a_1 x_1 + b_1 x_2 = c_1 \\ a_2 x_1 + b_2 x_2 = c_2 \end{cases}$$

Le nombre  $D = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b})$  est le *déterminant principal* du système.

Le système admet une solution unique si et seulement si  $D \neq 0$

$x_1 = \frac{\text{Det}(\vec{c}; \vec{b})}{D}$	$x_2 = \frac{\text{Det}(\vec{a}; \vec{c})}{D}$	(règle de Cramer)
--	--	-------------------

Le système admet une infinité de solutions si  $D = 0$  et  $\text{Det}(\vec{c}; \vec{b}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{c}) = 0$ .

Le système n'admet aucune solution si  $D = 0$  et  $(\text{Det}(\vec{c}; \vec{b}) \neq 0$  ou  $\text{Det}(\vec{a}; \vec{c}) \neq 0)$ .

## Système de trois équations à trois inconnues

$$\begin{cases} a_1x_1 + b_1x_2 + c_1x_3 = d_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 = d_2 \\ a_3x_1 + b_3x_2 + c_3x_3 = d_3 \end{cases}$$

Le nombre  $D = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c})$  est le *déterminant principal* du système.

Le système admet une solution unique si et seulement si  $D \neq 0$

$x_1 = \frac{\text{Det}(\vec{d}; \vec{b}; \vec{c})}{D}$	$x_2 = \frac{\text{Det}(\vec{a}; \vec{d}; \vec{c})}{D}$	$x_3 = \frac{\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{d})}{D}$	(règle de Cramer)
---	---	---	-------------------

Le système admet une infinité de solutions si  $D = \text{Det}(\vec{d}; \vec{b}; \vec{c}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{d}; \vec{c}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{d}) = 0$  et si l'espace engendré par les vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$  est de dimension 2.

Le système n'admet aucune solution si  $D = 0$  et si au moins un des 3 déterminants,  $\text{Det}(\vec{d}; \vec{b}; \vec{c})$ ,  $\text{Det}(\vec{a}; \vec{d}; \vec{c})$  et  $\text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{d})$ , est différent de 0.

Ces résultats se généralisent aux systèmes de  $n$  équations linéaires à  $n$  inconnues,  $n \geq 4$ .

## Matrice

On note  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} = (a_{ij})$ .

Cette matrice est de *type*  $n \times m$  ( $n$  lignes,  $m$  colonnes).

Les nombres  $a_{ij}$  sont les *éléments de la matrice*.

## Opérations sur les matrices

### Somme de deux matrices

$$A + B = C = (c_{ij}) \text{ avec } c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

Chaque élément de la matrice  $A + B$  est égal à la somme des éléments correspondants de  $A$  et de  $B$ .

On ne peut additionner que des matrices de même type.

### Produit d'une matrice par un nombre réel $\lambda$

$$\lambda A = C = (c_{ij}) \text{ avec } c_{ij} = \lambda a_{ij}$$

Chaque élément de la matrice  $A$  est multiplié par  $\lambda$ .

## Produit d'une matrice $n \times m$ par une matrice $m \times p$

On note  $A = (a_{ij})$  une matrice de type  $n \times m$  et  $B = (b_{jk})$  une matrice de type  $m \times p$ . Le produit  $AB$  est alors une matrice  $C = (c_{ik})$  de type  $n \times p$  définie par  $c_{ik} = a_{i1}b_{1k} + a_{i2}b_{2k} + \dots + a_{im}b_{mk} = \sum_{j=1}^m a_{ij}b_{jk}$

$$\begin{pmatrix} & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{im} & \\ & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{1k} \\ b_{2k} \\ \vdots \\ b_{mk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \dots & c_{ik} & \dots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Chaque élément  $c_{ik}$  de la matrice  $AB$  est égal à la somme des produits des éléments de la  $i$ -ème ligne de  $A$  par les éléments de la  $k$ -ième colonne de  $B$ .

On ne peut multiplier deux matrices que si le nombre de colonnes de la première est égal au nombre de lignes de la deuxième.

## Matrices particulières

Une *matrice nulle*, notée  $O$ , est une matrice dont tous les éléments sont nuls.

La *matrice opposée* de la matrice  $A$  est la matrice  $-A = (-a_{ij})$

La *matrice transposée* de la matrice  $A$ , notée  ${}^tA$ , est la matrice obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de  $A$ . Ainsi, si  $A$  est de type  $n \times m$ , alors  ${}^tA$  est de type  $m \times n$  et on a  ${}^tA = C = (c_{ij})$  avec  $c_{ij} = a_{ji}$

## Propriétés

On suppose que les matrices sont de type adéquat pour effectuer les opérations considérées.

$A + (B + C) = (A + B) + C$	$A + B = B + A$	$A + O = A$	$A + (-A) = O$
$1A = A$	$\lambda(\mu A) = (\lambda\mu)A$	$\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$	$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$
$A(BC) = (AB)C$	$A(B + C) = AB + AC$	$(A + B)C = AC + BC$	

En général,  $AB$  est différent de  $BA$ .

${}^t(A + B) = {}^tA + {}^tB$	${}^t(\lambda A) = \lambda {}^tA$	${}^t(AB) = {}^tB {}^tA$
-------------------------------	-----------------------------------	--------------------------



## Matrice carrée $n \times n$

La *matrice unité* est  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Une matrice carrée  $A$  possède une *matrice inverse*, notée  $A^{-1}$ , si  $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ .

La matrice inverse de  $A$  existe si et seulement si  $\text{Det}(A) \neq 0$ .

$$A^{-1} = \frac{1}{\text{Det}(A)} {}^t \left( (-1)^{i+j} D_{ij} \right)$$

$D_{ij}$  est le déterminant d'ordre  $n - 1$  que l'on obtient en supprimant dans  $A$  la  $i$ -ème ligne et la  $j$ -ème colonne.

Si  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , alors  $A^{-1} = \frac{1}{\text{Det}(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$  avec  $\text{Det}(A) = ad - bc$ .

### Propriétés

$AI = IA = A$	${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$	$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
$\text{Det}(AB) = \text{Det}(A)\text{Det}(B)$	$\text{Det}(A^{-1}) = \frac{1}{\text{Det}(A)}$	$\text{Det}({}^tA) = \text{Det}(A)$

## Application linéaire

On note  $E$  et  $F$  deux espaces vectoriels.

Une application  $f$  de  $E$  vers  $F$  est *linéaire* si, quels que soient les éléments  $u$  et  $v$  de  $E$  et le scalaire  $\lambda$ , les deux conditions suivantes sont remplies :

1.  $f(u + v) = f(u) + f(v)$
2.  $f(\lambda u) = \lambda f(u)$

### Matrice associée à une application linéaire

Si on choisit une base de  $E$  et une base de  $F$ , les colonnes de la matrice  $M$  associée à  $f$  sont les composantes des images par  $f$  des vecteurs de la base de  $E$ , exprimées dans la base de  $F$ .

On note  $X$  et  $Y$  les matrices-colonne des composantes des vecteurs  $x$  et  $y$ .

$$y = f(x) \Leftrightarrow Y = MX$$

# Transformation linéaire

Une *transformation linéaire*  $f$  est une application linéaire d'un espace vectoriel vers lui-même.

## Matrice de changement de base

On note  $B = (e_1, e_2, \dots, e_n)$  et  $B' = (e'_1, e'_2, \dots, e'_n)$  deux bases d'un espace vectoriel et  $P$  la matrice de passage de  $B$  à  $B'$ .

$$\text{Si } \begin{cases} e'_1 = a_{11}e_1 + a_{21}e_2 + \dots + a_{n1}e_n \\ e'_2 = a_{12}e_1 + a_{22}e_2 + \dots + a_{n2}e_n \\ \vdots \\ e'_n = a_{1n}e_1 + a_{2n}e_2 + \dots + a_{nn}e_n \end{cases}, \text{ on a } P = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

On note  $X$  et  $X'$  les matrices-colonnes des composantes d'un même vecteur dans les bases  $B$  et  $B'$ .

$X = PX'$	$X' = P^{-1}X$
-----------	----------------

Si  $M$  est la matrice associée à  $f$  relativement à la base  $B$ , alors la matrice associée à  $f$  relativement à la base  $B'$  est

$M' = P^{-1}MP$
-----------------

## Valeur et vecteur propre

Le scalaire  $\lambda$  est une *valeur propre* de  $f$  s'il existe un vecteur  $u$  non nul vérifiant  $f(u) = \lambda u$ .

On appelle *vecteur propre* de  $f$  associé à une valeur propre  $\lambda$  tout vecteur  $u$  vérifiant  $f(u) = \lambda u$ .

Les valeurs propres sont les solutions de l'*équation caractéristique*  $\text{Det}(M - \lambda I) = 0$ ,  $M$  étant une matrice associée à  $f$ .

## Matrices associées à quelques transformations linéaires du plan

Homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$   $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$

Rotation de centre  $O$  et d'angle  $\alpha$   $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$

Cisaillement de paramètre  $k$   $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Affinité d'axe  $Ox$ , de direction  $Oy$  et de paramètre  $k$   $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$

## Matrices associées à quelques transformations linéaires de l'espace

Homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$   $\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$

Rotation d'angle  $\alpha$  autour de l'axe  $Oz$   $\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Projection parallèle à l'axe  $Oz$  sur le plan  $Oxy$   $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Projection parallèle au plan  $Oyz$  sur l'axe  $Ox$   $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Symétrie par rapport au plan  $Oxy$   $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$



# Trigonométrie

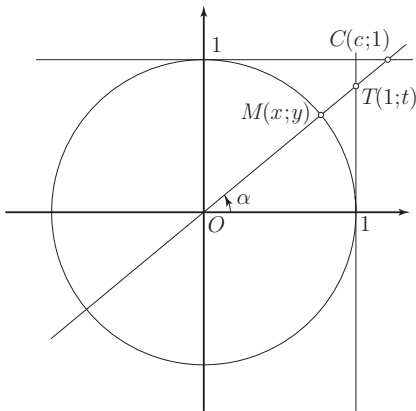
## Trigonométrie plane

### Conversion des mesures d'angles

On note respectivement  $d$ ,  $r$  et  $g$  la mesure d'un angle en degrés, en radians et en grades.

Pour un même angle, on a  $\frac{d}{180} = \frac{r}{\pi} = \frac{g}{200}$

### Définition des fonctions trigonométriques



$$\begin{aligned}\cos(\alpha) &= x \\ \sin(\alpha) &= y \\ \tan(\alpha) &= t \\ \cot(\alpha) &= c\end{aligned}$$

### Relations entre fonctions trigonométriques d'un même arc

$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$	$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$
$\cot(\alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)}$	$\frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$	$\frac{1}{\sin^2(\alpha)} = 1 + \cot^2(\alpha)$

## Valeurs exactes des fonctions trigonométriques d'arcs particuliers

$\alpha$	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
$0^\circ$ $0$	1	0	0
$30^\circ$ $\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45^\circ$ $\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$ $\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
$90^\circ$ $\frac{\pi}{2}$	0	1	-

## Périodicité des fonctions trigonométriques

$\cos(\alpha + 2\pi) = \cos(\alpha)$	$\sin(\alpha + 2\pi) = \sin(\alpha)$	$\tan(\alpha + \pi) = \tan(\alpha)$
--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------

## Relations entre fonctions trigonométriques de certains arcs

$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$	$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$	$\tan(-\alpha) = -\tan(\alpha)$
$\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$
$\cos(\pi + \alpha) = -\cos(\alpha)$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha)$	$\tan(\pi + \alpha) = \tan(\alpha)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos(\alpha)$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot(\alpha)$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin(\alpha)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos(\alpha)$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot(\alpha)$

## Fonctions trigonométriques d'une somme et d'une différence d'arcs

$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$	$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$
$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$	$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\beta)$
$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)}$	$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan(\alpha) - \tan(\beta)}{1 + \tan(\alpha)\tan(\beta)}$

## Fonctions trigonométriques du double et du triple d'un arc

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1$$

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)}$$

$$\cos(3\alpha) = \cos(\alpha)(1 - 4\sin^2(\alpha)) = \cos(\alpha)(4\cos^2(\alpha) - 3)$$

$$\sin(3\alpha) = \sin(\alpha)(4\cos^2(\alpha) - 1) = \sin(\alpha)(3 - 4\sin^2(\alpha))$$

$$\tan(3\alpha) = \frac{\tan(\alpha)(3 - \tan^2(\alpha))}{1 - 3\tan^2(\alpha)}$$

## Fonctions trigonométriques de la moitié d'un arc

$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 + \cos(\alpha)}{2}$$

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{2}$$

$$\tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{1 + \cos(\alpha)}$$

## Fonctions trigonométriques exprimées à l'aide de $t = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

$$\cos(\alpha) = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{2t}{1 + t^2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{2t}{1 - t^2}$$

## Transformation d'une somme en produit

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\tan(\alpha) + \tan(\beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$$

$$\tan(\alpha) - \tan(\beta) = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$$

$$a\cos(\alpha) + b\sin(\alpha) = A\cos(\alpha - \varphi) \text{ avec } A = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ et } \varphi \text{ tel que } \cos(\varphi) = \frac{a}{A} \text{ et } \sin(\varphi) = \frac{b}{A}$$

## Transformation d'un produit en somme

$$\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\cos(\alpha)\sin(\beta) = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta))$$

$$\sin(\alpha)\sin(\beta) = \frac{1}{2}(-\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

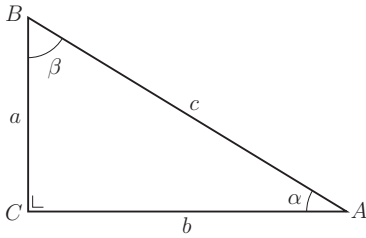
## Équations trigonométriques simples

$$\cos(x) = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos(a) + k \cdot 2\pi \text{ ou} \\ x = -\arccos(a) + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

$$\sin(x) = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin(a) + k \cdot 2\pi \text{ ou} \\ x = \pi - \arcsin(a) + k \cdot 2\pi \end{cases}$$

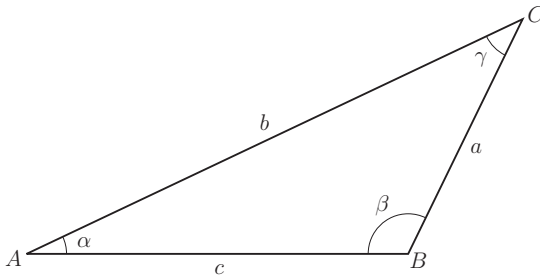
$$\tan(x) = a \Leftrightarrow x = \arctan(a) + k \cdot \pi$$

## Triangle rectangle



$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} = \sin(\beta)$	$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} = \cot(\beta)$
$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} = \cos(\beta)$	$\cot(\alpha) = \frac{b}{a} = \tan(\beta)$

## Triangle quelconque



### Théorème du cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

### Théorème du sinus

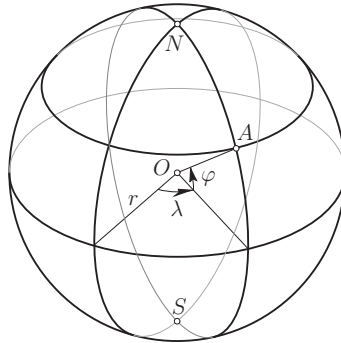
$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$



# Trigonométrie sphérique

## Notations et terminologie

En mathématiques	En géographie	En astronomie
angle $\varphi$ (de $-90^\circ$ à $90^\circ$ )	latitude de $A$ (de $90^\circ\text{S}$ à $90^\circ\text{N}$ )	déclinaison $\delta$ (de $-90^\circ$ à $90^\circ$ )
angle $\lambda$ (de $-180^\circ$ à $180^\circ$ )	longitude de $A$ (de $180^\circ\text{W}$ à $180^\circ\text{E}$ )	ascension droite $\alpha$ (de 0 à 24h)
petit cercle par $A$ (avec $\varphi$ constant)	parallèle par $A$	
demi grand cercle par $A$ (avec $\lambda$ constant)	méridien de $A$	méridien de $A$



## Distance de deux points

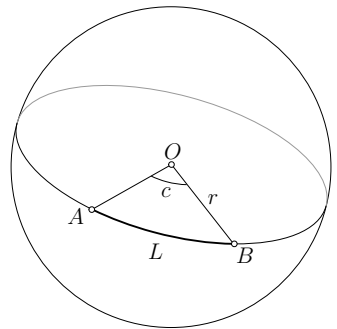
On note  $A(\varphi_A; \lambda_A)$  et  $B(\varphi_B; \lambda_B)$  deux points (non diamétralement opposés) de la sphère et  $c \in [0^\circ; 180^\circ[$  leur distance angulaire.

On note  $\widehat{AB}$  l'arc mineur entre  $A$  et  $B$ , c'est-à-dire le plus petit des deux arcs d'extrémités  $A$  et  $B$  du grand cercle passant par  $A$  et  $B$ .

La distance de  $A$  à  $B$  est la longueur de l'arc  $\widehat{AB}$

et on a 
$$L = rc \frac{\pi}{180^\circ}$$

avec  $\cos(c) = \sin(\varphi_A) \sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_A) \cos(\varphi_B) \cos(\lambda_A - \lambda_B)$

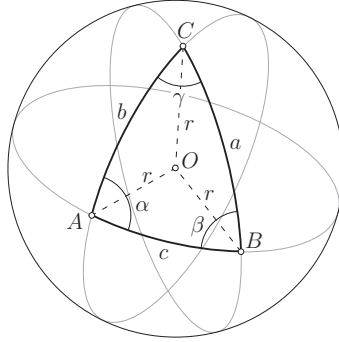


## Triangle sphérique quelconque

On appelle *triangle sphérique*  $ABC$  la figure formée par trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  (non situés sur un même grand cercle) et les trois arcs mineurs  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{BC}$  et  $\widehat{CA}$ .

On note  $a$ ,  $b$  et  $c$  les distances angulaires (exprimées en degrés) entre  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

$0 < a < 180^\circ$ $a + b > c$	$0 < b < 180^\circ$ $b + c > a$	$0 < c < 180^\circ$ $c + a > b$	$0 < a + b + c < 360^\circ$
$0 < \alpha < 180^\circ$ $\alpha + 180^\circ > \beta + \gamma$	$0 < \beta < 180^\circ$ $\beta + 180^\circ > \alpha + \gamma$	$0 < \gamma < 180^\circ$ $\gamma + 180^\circ > \alpha + \beta$	$180^\circ < \alpha + \beta + \gamma < 540^\circ$
$\alpha < \beta < \gamma \Leftrightarrow a < b < c$			



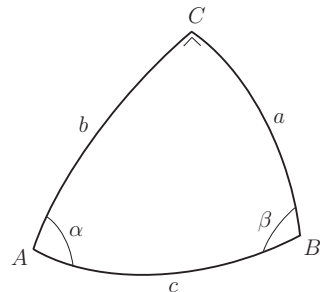
<b>Excès sphérique</b>	$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ$
<b>Aire du triangle sphérique</b>	$A = r^2 \varepsilon \frac{\pi}{180^\circ}$ (formule de Girard)

<b>Théorème du sinus</b>	$\frac{\sin(a)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(b)}{\sin(\beta)} = \frac{\sin(c)}{\sin(\gamma)}$
<b>Théorème du cosinus pour les côtés</b>	$\cos(a) = \cos(b) \cos(c) + \sin(b) \sin(c) \cos(\alpha)$
<b>Théorème du cosinus pour les angles</b>	$\cos(\alpha) = -\cos(\beta) \cos(\gamma) + \sin(\beta) \sin(\gamma) \cos(a)$
<b>Théorème des cotangentes</b>	$\sin(\alpha) \cot(\beta) = \cot(b) \sin(c) - \cos(\alpha) \cos(c)$

### Triangle sphérique rectangle

On note  $ABC$  un triangle sphérique rectangle en  $C$  ( $\gamma = 90^\circ$ ).

$\sin(a) = \sin(c) \sin(\alpha)$	$\tan(a) = \tan(c) \cos(\beta)$
$\sin(b) = \sin(c) \sin(\beta)$	$\tan(b) = \tan(c) \cos(\alpha)$
$\tan(a) = \sin(b) \tan(\alpha)$	$\cos(\beta) = \cos(b) \sin(\alpha)$
$\tan(b) = \sin(a) \tan(\beta)$	$\cos(\alpha) = \cos(a) \sin(\beta)$
$\cos(c) = \cos(a) \cos(b)$	$\cos(c) = \cot(\alpha) \cot(\beta)$



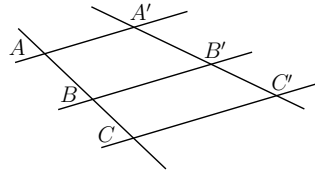
# Géométrie

## Géométrie classique

On note  $(AB)$  la droite passant par  $A$  et  $B$ ,  
 $[AB]$  le segment d'extrémités  $A$  et  $B$ ,  
 $AB$  la longueur de  $[AB]$ .

### Théorème de Thalès

$$(AA') \parallel (BB') \parallel (CC') \implies \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$



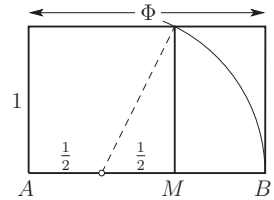
### Section d'or

Le point  $M$  détermine une *section d'or* du segment  $[AB]$   $\iff$

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AM}{MB}$$

$$AB = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} AM = \Phi \cdot AM$$

Le nombre  $\Phi$  est appelé *nombre d'or* (voir page 10).



### Triangles

On note  $\mathcal{A}$  l'aire du triangle et  $p$  le demi-périmètre :  $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

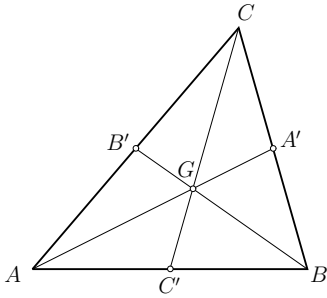
$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$$

On note  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  les milieux des segments  $[BC]$ ,  $[AC]$  et  $[AB]$

### Médianes

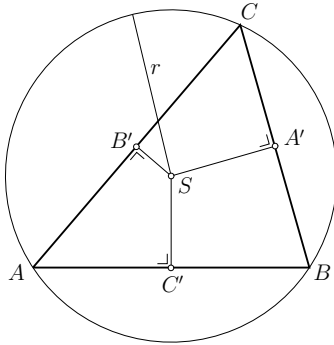


$G$  : centre de gravité ou barycentre

$$AG = \frac{2}{3}AA'$$

$$AA' = \frac{1}{2}\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$$

### Médiatrices



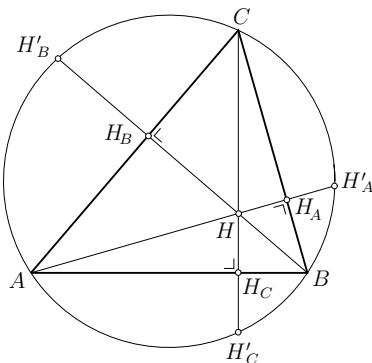
$S$  : centre du cercle circonscrit

$p$  : demi-périmètre

$$r = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

$$r = \frac{a}{2\sin(\alpha)}$$

### Hauteurs



$H$  : orthocentre

$$H_A H = H_A H'_A$$

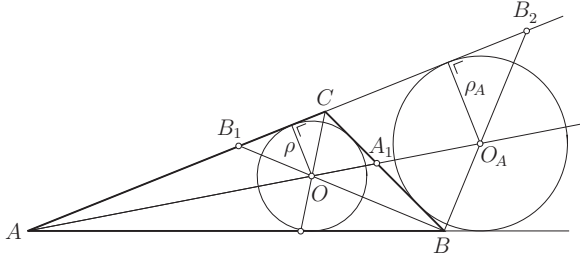
Le centre de gravité  $G$ , le centre  $S$  du cercle circonscrit et l'orthocentre  $H$  d'un triangle sont alignés (droite d'Euler) et on a  $\boxed{3 SG = SH}$

### Bissectrices

$O$  : centre du cercle inscrit

$O_A$  : centre du cercle exinscrit dans l'angle de sommet  $A$

$p$  : demi-périmètre



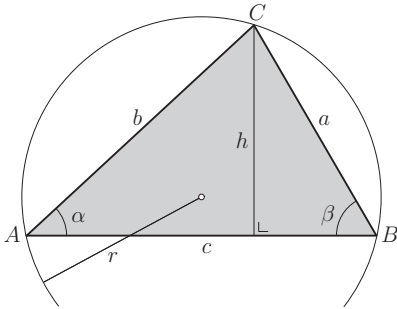
$$\rho = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$$

$$AA_1 = \frac{\sqrt{bc((b+c)^2 - a^2)}}{b+c}$$

$$\rho_A = \sqrt{\frac{p(p-b)(p-c)}{p-a}}$$

$$\frac{AB_1}{B_1C} = \frac{AB_2}{B_2C} = \frac{AB}{BC}$$

### Aire



$$A = \frac{1}{2}ch$$

$$A = \frac{1}{2}bc \sin(\alpha) = \frac{a^2 \sin(\beta) \sin(\gamma)}{2 \sin(\alpha)}$$

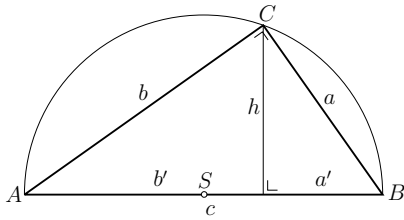
$$A = \frac{abc}{4r} = 2r^2 \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma)$$

$$A = \rho p = \rho_A(p-a)$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

où  $p$  est le demi-périmètre

### Triangle rectangle



$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}ab$$

Théorème de Pythagore

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Théorème d'Euclide

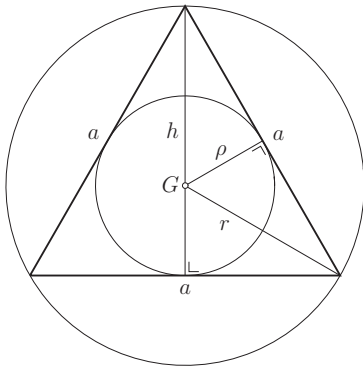
$$a^2 = a'c \quad \text{et} \quad b^2 = b'c$$

Théorème de la hauteur

$$h^2 = a'b'$$

Le centre  $S$  du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

### Triangle équilatéral



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathcal{A} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

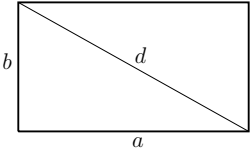
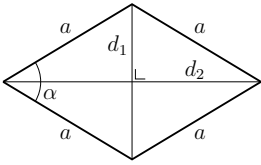
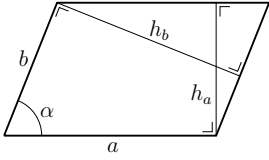
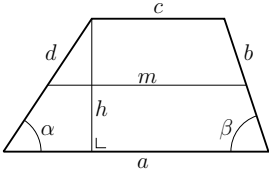
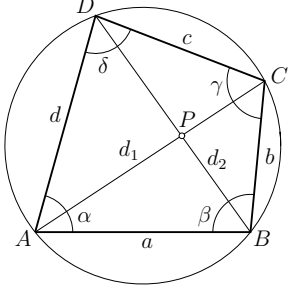
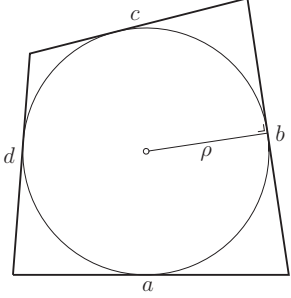
$$\rho = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\rho_A = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

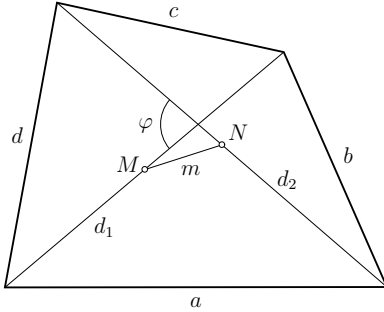
Le centre de gravité  $G$ , le centre  $S$  du cercle circonscrit et l'orthocentre  $H$  sont confondus.

# Quadrilatères

On note  $\mathcal{A}$  l'aire du quadrilatère.

<p style="text-align: center;"><b>Rectangle</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{A} = ab</math> <math>d = \sqrt{a^2 + b^2}</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Losange</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{A} = \frac{1}{2} d_1 d_2 = a^2 \sin(\alpha)</math> <math>d_1^2 + d_2^2 = 4a^2</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Parallélogramme</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{A} = a h_a = b h_b = ab \sin(\alpha)</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Trapeze</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{A} = \frac{1}{2}(a + c) h = m h</math> <math>m = \frac{1}{2}(a + c)</math> <math>h = d \sin(\alpha) = b \sin(\beta)</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Quadrilatère inscrit</b></p>  <p><math>p</math> : demi-périmètre  <math>\mathcal{A} = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}</math>  <math>\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ</math>  <math>ac + bd = d_1 d_2</math>  <math>PA \cdot PC = PB \cdot PD</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Quadrilatère circonscrit</b></p>  <p><math>p</math> : demi-périmètre  <math>\mathcal{A} = p\rho</math>  <math>a + c = b + d</math></p>

### Quadrilatère quelconque



$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin(\varphi)$$

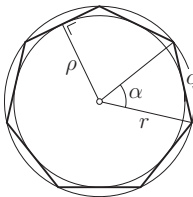
$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 4m^2$$

où  $m = MN$ ,  $M$  et  $N$  étant les milieux des deux diagonales

### Polygones

On note  $n$  le nombre de sommets du polygone et  $\mathcal{A}$  son aire. Pour un polygone régulier, on note  $r$  le rayon du cercle circonscrit et  $\rho$  le rayon du cercle inscrit (*apothème*).

#### Polygone régulier

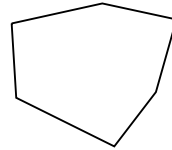


$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} n c \rho = n \rho^2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2} n r^2 \sin(\alpha)$$

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$$

$$c = 2\sqrt{r^2 - \rho^2} = 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2\rho \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

#### Polygone convexe



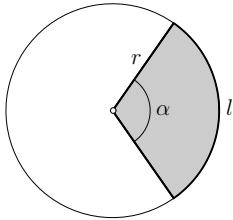
Somme des angles  $(n - 2)180^\circ$

Nombre de diagonales  $\frac{n(n - 3)}{2}$

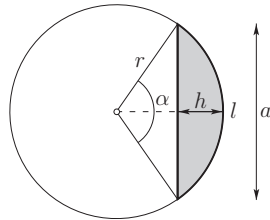


## Cercle et éléments de cercle

Secteur circulaire



Segment circulaire



Aire du cercle  $\mathcal{A} = \pi r^2$

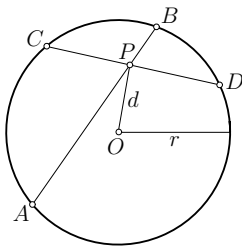
Périmètre du cercle  $L = 2\pi r$

Longueur de l'arc de cercle  $l = \alpha r$  ( $\alpha$  en radians)

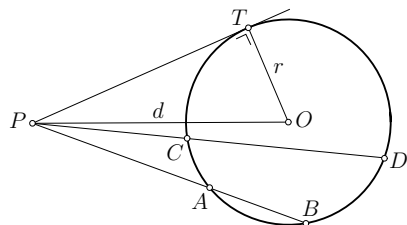
Aire du secteur circulaire  $\mathcal{A}_{\text{sect}} = \frac{1}{2} r l = \frac{1}{2} \alpha r^2$  ( $\alpha$  en radians)

Aire du segment circulaire  $\mathcal{A}_{\text{segm}} = \frac{1}{2}(lr - a(r - h)) = \frac{1}{2} r^2(\alpha - \sin(\alpha))$  ( $\alpha$  en radians)

### Puissance d'un point par rapport à un cercle



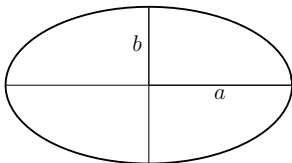
$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$



$$PA \cdot PB = PC \cdot PD = PT^2$$

La *puissance d'un point*  $P$  situé à la distance  $d$  du centre d'un cercle de rayon  $r$  est le nombre  $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = d^2 - r^2$ . Ce nombre est indépendant du choix de la sécante  $(AB)$ .

## Ellipse

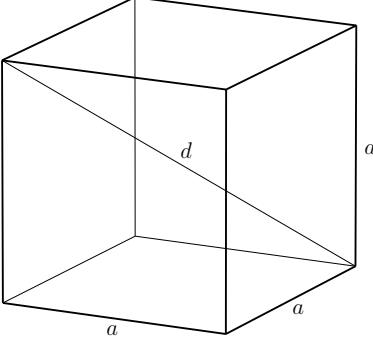
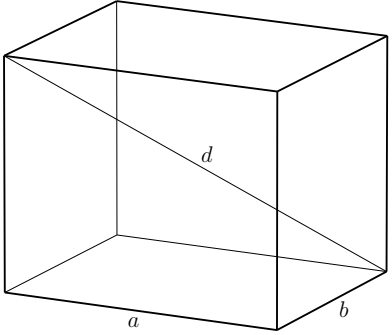
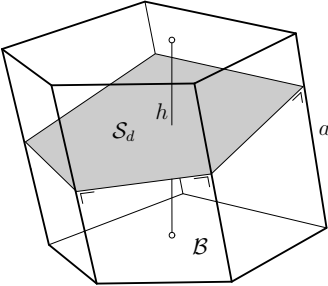
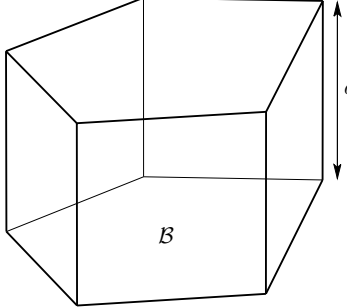


Aire de l'ellipse  $\mathcal{A} = \pi a b$

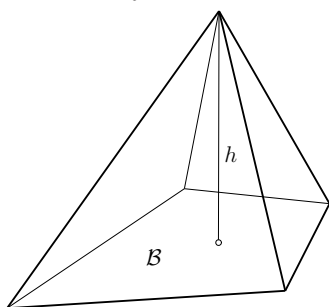
Autres propriétés, voir page 57.

# Polyèdres

On note  $\mathcal{V}$  le volume,  $\mathcal{B}$  l'aire de la base et  $\mathcal{A}_{lat}$  l'aire latérale du polyèdre.

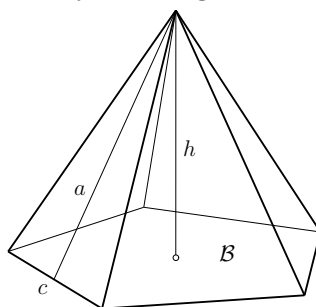
<p style="text-align: center;"><b>Cube</b></p>  <p style="text-align: center;"> <math>\mathcal{V} = a^3</math>  <math>d = \sqrt{3} a</math> </p>	<p style="text-align: center;"><b>Parallélépipède rectangle</b></p>  <p style="text-align: center;"> <math>\mathcal{V} = a b c</math>  <math>d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}</math> </p>
<p style="text-align: center;"><b>Prisme</b></p>  <p style="text-align: center;"> <math>\mathcal{V} = \mathcal{B} h = \mathcal{S}_d a</math>  <math>\mathcal{A}_{lat} = p_s a</math> </p> <p><math>\mathcal{S}_d</math> est l'aire de la section droite  <math>p_s</math> est le périmètre de cette section</p>	<p style="text-align: center;"><b>Prisme droit</b></p>  <p style="text-align: center;"> <math>\mathcal{V} = \mathcal{B} a</math>  <math>\mathcal{A}_{lat} = p a</math> </p> <p><math>p</math> est le périmètre de la base</p>

### Pyramide



$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathcal{B} h$$

### Pyramide régulière

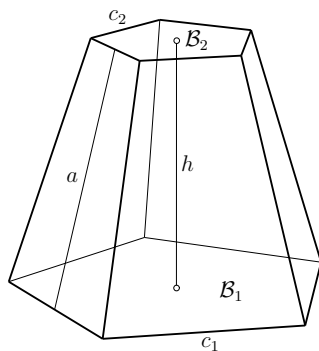


$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathcal{B} h$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \frac{1}{2} n c a$$

$n$  est le nombre de faces latérales

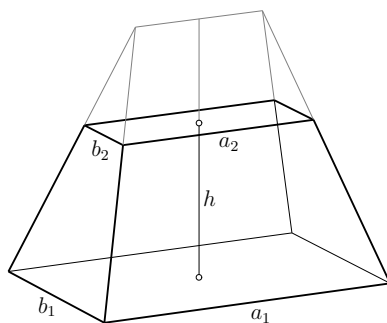
### Tronc de pyramide régulière



$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} h (\mathcal{B}_1 + \mathcal{B}_2 + \sqrt{\mathcal{B}_1 \mathcal{B}_2})$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \frac{1}{2} n (c_1 + c_2) a$$

### Tas de sable ou obélisque



$$\mathcal{V} = \frac{1}{6} h (a_1 b_1 + (a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + a_2 b_2)$$

## Polyèdre convexe

Théorème d'Euler  $s - a + f = 2$

$s$  est le nombre de sommets

$a$  est le nombre d'arêtes

$f$  est le nombre de faces



### Les cinq polyèdres platoniciens

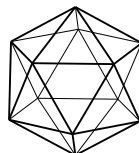
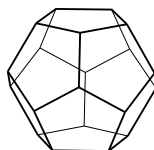
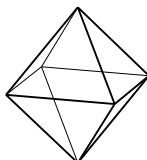
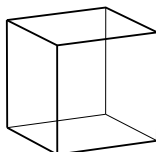
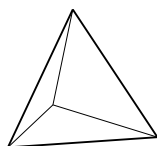
**Tétraèdre**

**Hexaèdre  
(cube)**

**Octaèdre**

**Dodécaèdre**

**Icosaèdre**



$s$	4	8	6	20	12
$a$	6	12	12	30	30
$f$	4	6	8	12	20
$\mathcal{A}$	$\sqrt{3}c^2$	$6c^2$	$2\sqrt{3}c^2$	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}}c^2$	$5\sqrt{3}c^2$
$\mathcal{V}$	$\frac{\sqrt{2}}{12}c^3$	$c^3$	$\frac{\sqrt{2}}{3}c^3$	$\frac{15+7\sqrt{5}}{4}c^3$	$\frac{5(3+\sqrt{5})}{12}c^3$
$r$	$\frac{\sqrt{6}}{4}c$	$\frac{\sqrt{3}}{2}c$	$\frac{\sqrt{2}}{2}c$	$\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{5})}{4}c$	$\frac{\sqrt{2(5+\sqrt{5})}}{4}c$
$\rho$	$\frac{\sqrt{6}}{12}c$	$\frac{1}{2}c$	$\frac{\sqrt{6}}{6}c$	$\frac{\sqrt{250+110\sqrt{5}}}{20}c$	$\frac{\sqrt{3}(3+\sqrt{5})}{12}c$

$c$  est la longueur d'une arête

$\mathcal{A}$  est l'aire totale

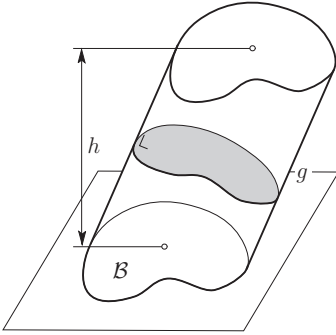
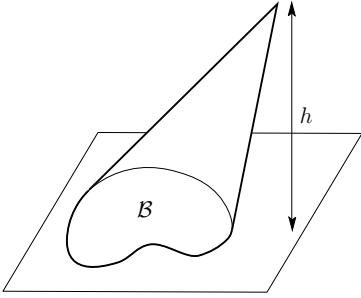
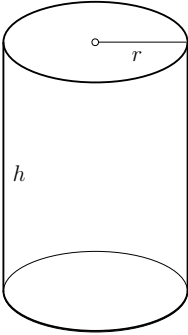
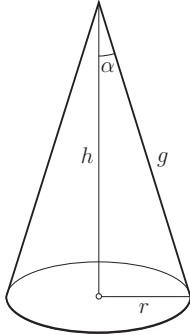
$\mathcal{V}$  est le volume

$r$  est le rayon de la sphère circonscrite

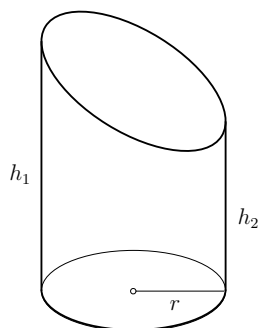
$\rho$  est le rayon de la sphère inscrite

## Corps ronds

On note  $\mathcal{V}$  le volume,  $\mathcal{B}$  l'aire de la base,  $\mathcal{A}_{lat}$  l'aire latérale et  $\mathcal{A}$  l'aire totale du corps.

<p style="text-align: center;"><b>Cylindre</b></p>  <p style="text-align: center;"> <math>\mathcal{V} = \mathcal{B} h = \mathcal{S}_d g</math>  <math>\mathcal{A}_{lat} = p h = p_s g</math> </p> <p><math>p</math> est le périmètre de la base  <math>\mathcal{S}_d</math> est l'aire de la section droite  <math>p_s</math> est le périmètre de cette section</p>	<p style="text-align: center;"><b>Cône</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>\mathcal{V} = \frac{1}{3} \mathcal{B} h</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Cylindre circulaire droit</b></p>  <p style="text-align: center;"> <math>\mathcal{V} = \pi r^2 h</math>  <math>\mathcal{A}_{lat} = 2\pi r h</math> </p>	<p style="text-align: center;"><b>Cône circulaire droit</b></p>  <p style="text-align: center;"> <math>\mathcal{V} = \frac{1}{3} \pi r^2 h</math>  <math>\mathcal{A}_{lat} = \pi r g = \frac{1}{2} g^2 \varphi</math>  <math>g = \frac{r}{\sin(\alpha)}</math>  <math>\varphi = 2\pi \sin(\alpha)</math> </p> <p><math>\varphi</math> est l'angle du développement (en radians)</p>

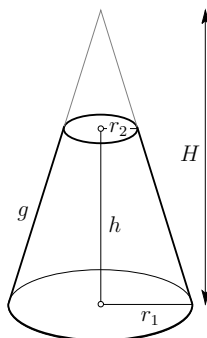
**Tronc de cylindre  
circulaire droit**



$$\mathcal{V} = \pi r^2 \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \pi r (h_1 + h_2)$$

**Tronc de cône  
circulaire droit**



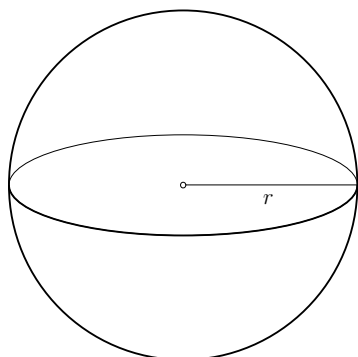
$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

$$\mathcal{A}_{lat} = \pi g (r_1 + r_2)$$

$$g = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$$

$$h = \frac{H(r_1 - r_2)}{r_1}$$

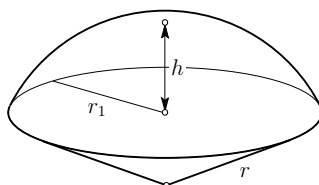
**Sphère**



$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\mathcal{A} = 4 \pi r^2$$

**Secteur sphérique**

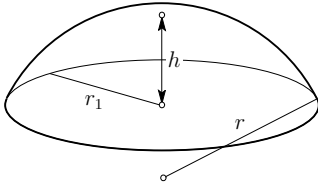


$$\mathcal{V} = \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

$$\mathcal{A} = \pi r (2h + r_1)$$

$$r_1 = \sqrt{h(2r - h)}$$

### Calotte

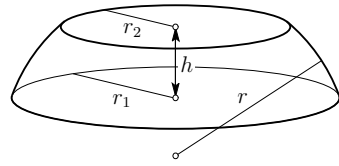


$$V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3r - h) = \frac{1}{6} \pi h (3r_1^2 + h^2)$$

$$A_{lat} = 2\pi r h = \pi(r_1^2 + h^2)$$

$$r_1 = \sqrt{h(2r - h)}$$

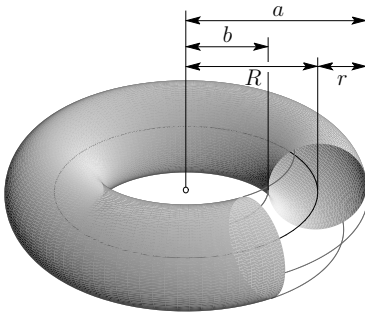
### Segment sphérique



$$V = \frac{1}{6} \pi h (3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2)$$

$$A_{lat} = 2\pi r h$$

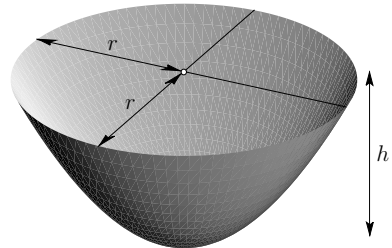
### Tore



$$V = 2\pi^2 R r^2 = \frac{1}{4} \pi^2 (a + b)(a - b)^2$$

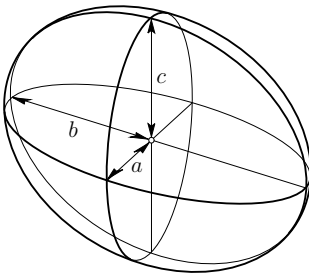
$$A = 4\pi^2 R r = \pi^2 (a^2 - b^2)$$

### Paraboloïde de révolution



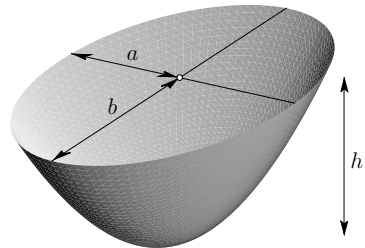
$$V = \frac{1}{2} \pi r^2 h$$

### Ellipsoïde



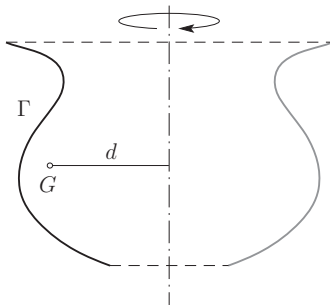
$$V = \frac{4}{3} \pi a b c$$

### Paraboloïde elliptique



$$V = \frac{1}{2} \pi a b h$$

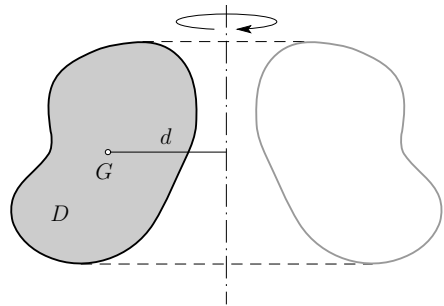
## Corps de révolution : théorèmes de Guldin



$$\mathcal{A}_{lat} = 2\pi d l$$

$l$  est la longueur et  $G$  le centre de gravité de la courbe  $\Gamma$ .

La courbe  $\Gamma$  ne coupe pas l'axe.



$$\mathcal{V} = 2\pi d A$$

$A$  est l'aire de la surface  $D$  et  $G$  son centre de gravité.

La surface  $D$  ne coupe pas l'axe.

Pour le calcul de la longueur d'une courbe, de l'aire d'une surface ou du centre de gravité, voir page 86.



# Géométrie vectorielle

Le signe  $\oplus$  indique que la base de référence est orthonormée.

On note  $\vec{a}, \vec{b}$  et  $\vec{c}$  des vecteurs,  $\vec{0}$  le vecteur nul et  $\lambda, \mu$  des nombres réels.

## Propriétés

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$	$\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}$	$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$
$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$	$(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}$	$0\vec{a} = \vec{0}$
$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$	$(\lambda\mu)\vec{a} = \lambda(\mu\vec{a})$	$\lambda\vec{0} = \vec{0}$
$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$	$1\vec{a} = \vec{a}$	$-1\vec{a} = -\vec{a}$

## Dépendance linéaire

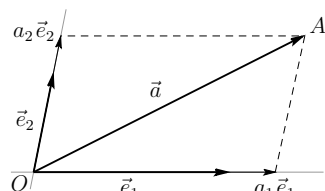
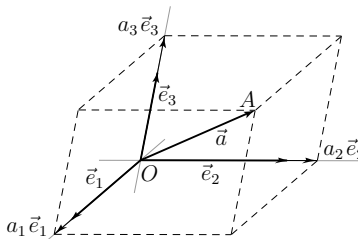
Deux vecteurs sont *linéairement dépendants* si l'un est un multiple de l'autre.

Plus généralement, des vecteurs sont *linéairement dépendants* si l'un d'eux s'exprime comme combinaison linéaire des autres.

Deux vecteurs du plan  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  sont linéairement dépendants  $\Leftrightarrow \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}) = 0$

Trois vecteurs de l'espace  $\vec{a}, \vec{b}$  et  $\vec{c}$  sont linéairement dépendants  $\Leftrightarrow \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}) = 0$

## Composantes d'un vecteur relativement à une base

<p><b>Dans le plan</b></p>  <p>Une base <math>\mathcal{B} = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)</math> est un couple de vecteurs linéairement indépendants</p> $\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$	<p><b>Dans l'espace</b></p>  <p>Une base <math>\mathcal{B} = (\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)</math> est un triplet de vecteurs linéairement indépendants</p> $\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$
---	--

## Opérations avec les composantes

<p>Si <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}</math>, alors</p> $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$ $\lambda \vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \end{pmatrix}$	<p>Si <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}</math>, alors</p> $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$ $\lambda \vec{a} = \begin{pmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \lambda a_3 \end{pmatrix}$
---	---

## Base orthonormée

On note  $\|\vec{a}\|$  la norme d'un vecteur  $\vec{a}$ . Si  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  sont orthogonaux, on note  $\vec{a} \perp \vec{b}$

<p><b>Dans le plan</b></p> <p><math>(\vec{e}_1; \vec{e}_2)</math> est une <i>base orthonormée</i> si</p> $\ \vec{e}_1\  = \ \vec{e}_2\  = 1 \quad \text{et} \quad \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$	<p><b>Dans l'espace</b></p> <p><math>(\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)</math> est une <i>base orthonormée</i> si</p> $\ \vec{e}_1\  = \ \vec{e}_2\  = \ \vec{e}_3\  = 1 \quad \text{et} \quad \vec{e}_1 \perp \vec{e}_2, \vec{e}_1 \perp \vec{e}_3, \vec{e}_2 \perp \vec{e}_3$
--	--

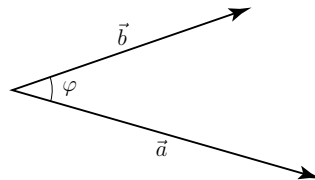
## Produit scalaire de deux vecteurs



<p><b>Dans le plan</b></p> <p>Si <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}</math>, alors</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$	<p><b>Dans l'espace</b></p> <p>Si <math>\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}</math> et <math>\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}</math>, alors</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$
--	---

## Propriétés

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$	$(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{b} = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b})$
$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$	$\vec{a} \cdot \vec{a} > 0 \Leftrightarrow \vec{a} \neq \vec{0}$
$\vec{a} \cdot \vec{b} = \ \vec{a}\  \ \vec{b}\  \cos(\varphi)$	
$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$	



## Norme d'un vecteur

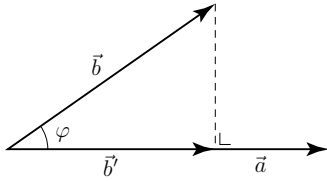
$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

Dans le plan	Dans l'espace
Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ , alors $\ \vec{a}\  = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$	Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ , alors $\ \vec{a}\  = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

$\ \lambda \vec{a}\  =  \lambda  \ \vec{a}\ $	$ \vec{a} \cdot \vec{b}  \leq \ \vec{a}\  \ \vec{b}\ $
$\ \vec{a} + \vec{b}\  \leq \ \vec{a}\  + \ \vec{b}\ $	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2}(\ \vec{a}\ ^2 + \ \vec{b}\ ^2 - \ \vec{a} - \vec{b}\ ^2)$

## Projection orthogonale de $\vec{b}$ sur $\vec{a}$

On note  $\vec{b}'$  la projection orthogonale de  $\vec{b}$  sur  $\vec{a}$ .



$\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\ \vec{a}\ ^2} \vec{a}$	$\ \vec{b}'\  = \frac{ \vec{a} \cdot \vec{b} }{\ \vec{a}\ }$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}'$
--	--	--

## Angle de deux vecteurs

On note  $\varphi$  l'angle de  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  ( $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$ ).

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$$

## Produit vectoriel de deux vecteurs

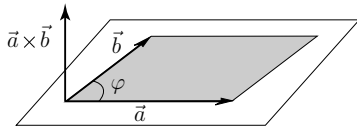


### Composantes du produit vectoriel

Si $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ , alors $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$
--

On note aussi ce produit  $\vec{a} \wedge \vec{b}$ .

### Propriétés



1.  $\vec{a} \times \vec{b}$  est orthogonal aux vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$ .
2. Si  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  sont linéairement indépendants, alors  $(\vec{a}; \vec{b}; \vec{a} \times \vec{b})$  est une base de l'espace, orientée positivement (règle du tire-bouchon).
3.  $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \sin(\varphi)$ .  
Ce nombre est égal à l'aire du parallélogramme construit sur  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$ .

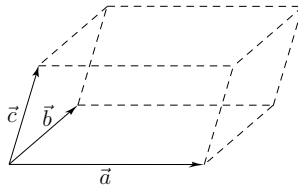
$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$	$(\lambda \vec{a}) \times \vec{b} = \lambda(\vec{a} \times \vec{b})$
$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$	$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement dépendants	

## Produit mixte de trois vecteurs



$[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}] = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c})$
$[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}] = [\vec{b}; \vec{c}; \vec{a}] = [\vec{c}; \vec{a}; \vec{b}] = -[\vec{a}; \vec{c}; \vec{b}] = -[\vec{c}; \vec{b}; \vec{a}] = -[\vec{b}; \vec{a}; \vec{c}]$
$[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}] = 0 \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ et $\vec{c}$ sont linéairement dépendants

Le nombre  $[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}]$  est, au signe près, le volume du parallélépipède construit sur  $\vec{a}, \vec{b}$  et  $\vec{c}$ .



# Géométrie analytique plane

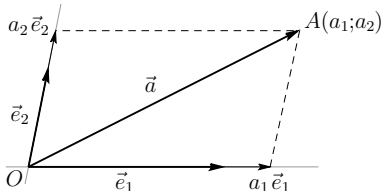
Le signe  $\perp$  indique que le repère de référence est orthonormé.

On note  $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$  un repère du plan. Le point  $O$  est l'*origine du repère*, le couple  $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$  est la *base associée* au repère.

Les *coordonnées d'un point*  $A$  sont les composantes du vecteur  $\vec{OA}$ .

On écrit  $A(a_1; a_2)$  si  $\vec{OA} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

Les nombres  $a_1$  et  $a_2$  sont respectivement l'*abscisse* et l'*ordonnée* du point  $A$ .

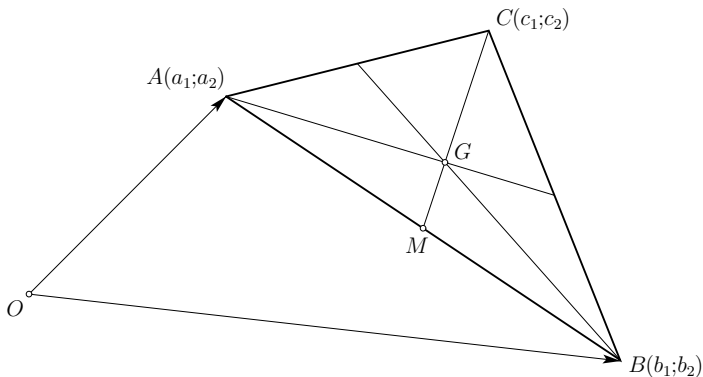


**Vecteur défini par deux points**  $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \end{pmatrix}$

**Longueur d'un segment**  $AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$   $\perp$

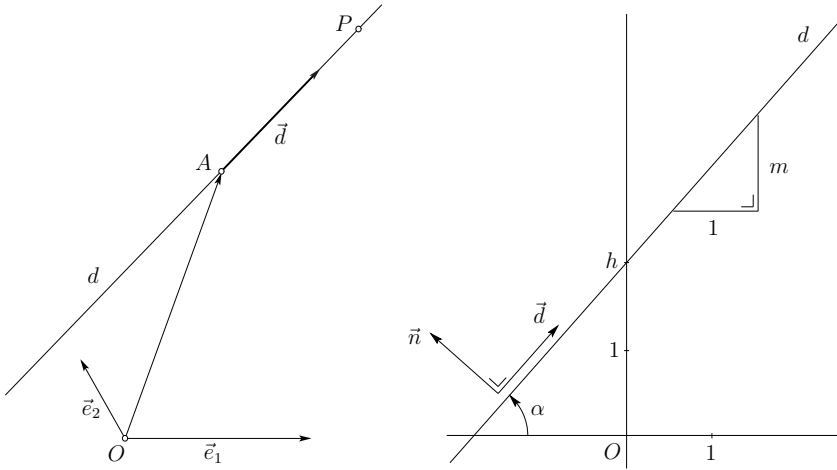
**Milieu d'un segment**  $\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$   
 $\Leftrightarrow M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}; \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$

**Centre de gravité d'un triangle**  $\vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$   
 $\Leftrightarrow G\left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}; \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}\right)$



## Droite

On note  $d$  une droite passant par le point  $A(a_1; a_2)$  et de vecteur directeur  $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ .



Un point  $P(x; y)$  appartient à la droite  $d$  si et seulement si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

**Équation vectorielle**  $\vec{OP} = \vec{OA} + \lambda \vec{d}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$

**Équations paramétriques**  $\begin{cases} x = a_1 + \lambda d_1 \\ y = a_2 + \lambda d_2 \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$

**Équation cartésienne**  $ax + by + c = 0$

**Autres formes**

$$y = mx + h$$

$$\frac{x - a_1}{d_1} = \frac{y - a_2}{d_2}$$

$$y - a_2 = m(x - a_1)$$

Les vecteurs  $\vec{n} = \begin{pmatrix} -d_2 \\ d_1 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  sont des vecteurs normaux à la droite  $d$ . ⊙

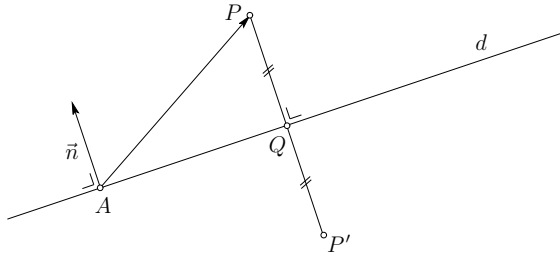
Le nombre  $m = \frac{d_2}{d_1} = -\frac{a}{b}$  est la pente de la droite  $d$ .

Les vecteurs  $\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$  sont des vecteurs directeurs de la droite  $d$ .

L'angle  $\alpha$  est l'angle directeur de la droite  $d$ . On a  $\tan(\alpha) = m$ . ⊙

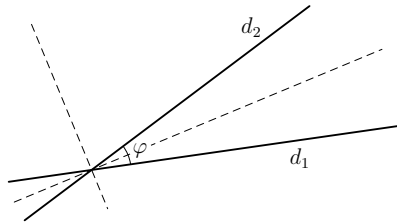
Le nombre  $h$  est l'ordonnée à l'origine de la droite  $d$ .

On note  $P(x_0; y_0)$  un point et  $d$  une droite d'équation  $ax + by + c = 0$ .



Distance du point $P$ à la droite $d$	$\delta(P; d) = \frac{ \vec{AP} \cdot \vec{n} }{\ \vec{n}\ } = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	⊙
Projection orthogonale de $P$ sur $d$	$\vec{OQ} = \vec{OP} - \frac{\vec{AP} \cdot \vec{n}}{\ \vec{n}\ ^2} \vec{n}$	⊙
Symétrique de $P$ par rapport à $d$	$\vec{OP'} = \vec{OP} - 2 \frac{\vec{AP} \cdot \vec{n}}{\ \vec{n}\ ^2} \vec{n}$	⊙

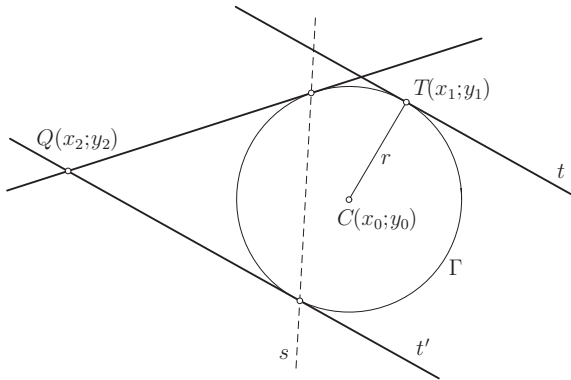
On note  $d_1$  une droite d'équation  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ;  $\vec{n}_1$  désigne un vecteur normal et  $m_1$  la pente de la droite  $d_1$ . Les notations pour une droite  $d_2$  sont définies de manière analogue.



Critères de parallélisme	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2 \Leftrightarrow \vec{n}_2 = \lambda \vec{n}_1$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$	⊙
Critères de perpendicularité	$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 m_2 = -1 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$	⊙
Angle aigu de deux droites	$\cos(\varphi) = \frac{ \vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 }{\ \vec{d}_1\  \ \vec{d}_2\ } = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{\ \vec{n}_1\  \ \vec{n}_2\ }$	⊙
	$\tan(\varphi) = \left  \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} \right $	⊙
Bissectrices de deux droites	$\frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2 x + b_2 y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$	⊙

## Cercle

On note  $P(x; y)$  un point et  $\Gamma$  un cercle de centre  $C(x_0; y_0)$  et de rayon  $r$ .



### Équation du cercle

$$P \in \Gamma \Leftrightarrow \|\vec{CP}\| = r \Leftrightarrow (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad \perp$$

### Tangente en un point $T$

$$P \in t \Leftrightarrow \vec{CT} \cdot \vec{TP} = 0 \Leftrightarrow (x_1 - x_0)(x - x_1) + (y_1 - y_0)(y - y_1) = 0 \quad \perp$$

$$P \in t \Leftrightarrow \vec{CT} \cdot \vec{CP} = r^2 \Leftrightarrow (x_1 - x_0)(x - x_0) + (y_1 - y_0)(y - y_0) = r^2 \quad \perp$$

### Tangentes de pente $m$

$$P \in t \text{ ou } P \in t' \Leftrightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \pm r\sqrt{m^2 + 1} \quad \perp$$

### Polaire d'un point $Q$

$$P \in s \Leftrightarrow \vec{CQ} \cdot \vec{CP} = r^2 \Leftrightarrow (x_2 - x_0)(x - x_0) + (y_2 - y_0)(y - y_0) = r^2 \quad \perp$$

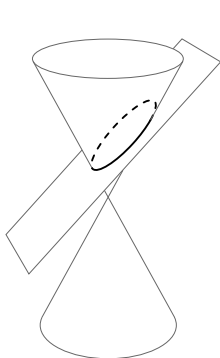
### Puissance d'un point $Q$

$$\|\vec{CQ}\|^2 - r^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 - r^2 \quad \perp$$

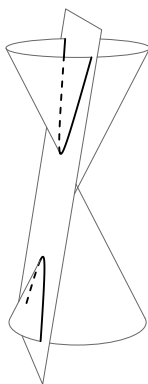


## Coniques

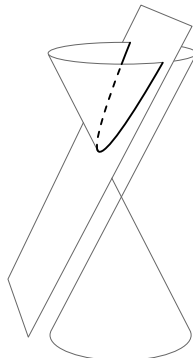
Une *conique* est l'intersection d'un cône de révolution et d'un plan.



Ellipse



Hyperbole



Parabole

$P$  : point quelconque de la conique

$F$  : foyer

$d$  : directrice

$\pi$  : plan de la conique

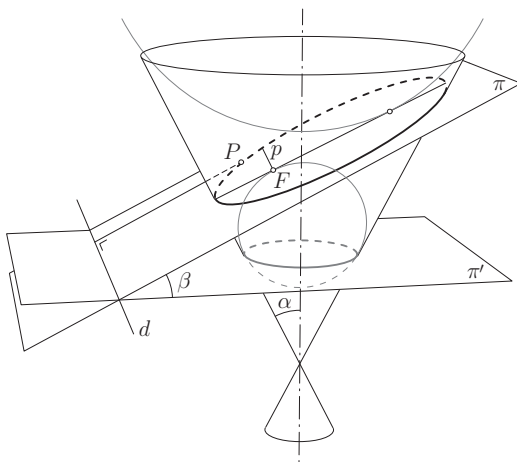
$\pi'$  : plan du cercle de contact sphère-cône

$\alpha$  : demi-angle d'ouverture du cône

$\beta$  : angle des plans  $\pi$  et  $\pi'$

$e$  : excentricité définie par  $e = \frac{\sin(\beta)}{\cos(\alpha)}$

$p$  : demi-paramètre



### Propriété caractéristique

Si  $e \neq 0$ , alors  $P F = e \cdot \delta(P; d)$

Si  $e = 0$ , la conique est un cercle de centre  $F$  et de rayon  $P F$ .

## Équation générale

$$\boxed{Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0} \quad \text{où } (A; B; C) \neq (0; 0; 0)$$

$$\text{Soit } L = \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix} \quad \text{et } l = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$$

Si  $L \neq 0$  et  $l > 0$  la conique est une ellipse si  $(A + C)L < 0$

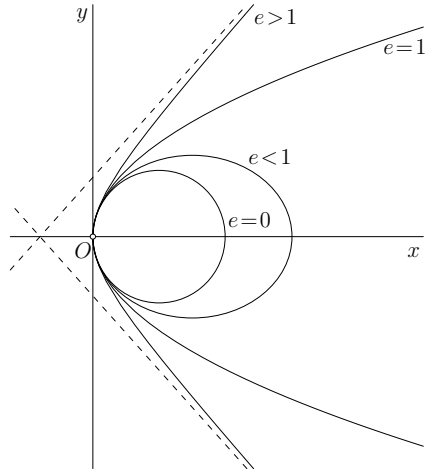
$l = 0$  la conique est une parabole

$l < 0$  la conique est une hyperbole

Si  $L = 0$ , la conique est dégénérée.

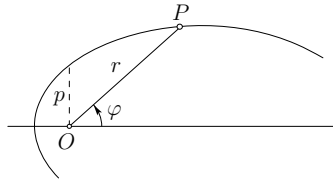
## Équation cartésienne (l'origine est un sommet et l'axe des $x$ est l'axe focal)

$$\boxed{(1 - e^2)x^2 + y^2 = 2px} \quad \text{⊕}$$



## Équation en coordonnées polaires (le pôle est un foyer et l'axe polaire est l'axe focal)

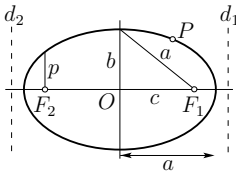
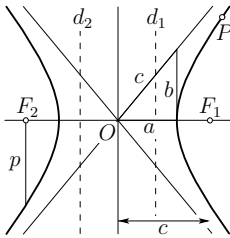
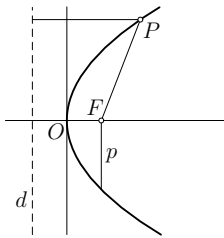
$$\boxed{r = \frac{p}{1 - e \cos(\varphi)}}$$



Si  $0 \leq e < 1$  la conique est une ellipse (un cercle si  $e = 0$ )

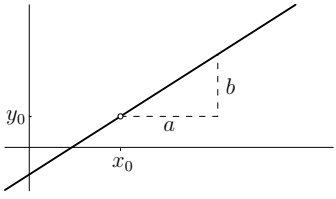
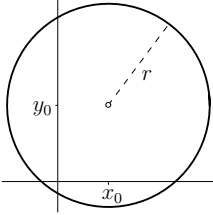
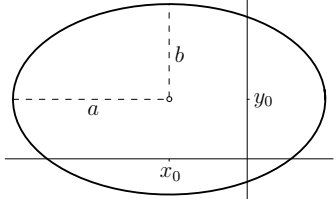
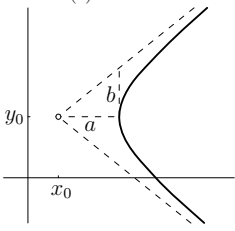
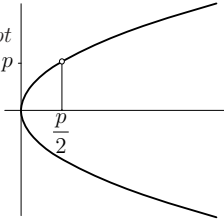
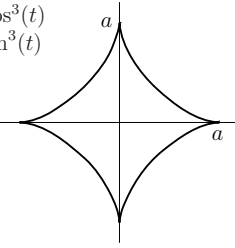
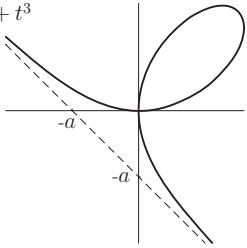
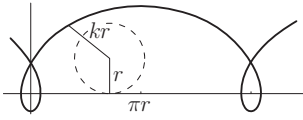
$e = 1$  la conique est une parabole

$e > 1$  la conique est une hyperbole

	Ellipse	Hyperbole	Parabole
			
Définition	$PF_1 + PF_2 = 2a$	$ PF_1 - PF_2  = 2a$	$PF = \delta(P; d)$
Demi-distance focale $c$	$c^2 = a^2 - b^2$	$c^2 = a^2 + b^2$	
Excentricité	$e = \frac{c}{a} < 1$ ( $e = 0$ : cercle)	$e = \frac{c}{a} > 1$	$e = 1$
Demi-paramètre	$p = \frac{b^2}{a}$	$p = \frac{b^2}{a}$	$p$
Foyers	$F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$	$F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$	$F(\frac{p}{2}; 0)$
Équation	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$y^2 = 2px$
Tangente en $P_1(x_1; y_1)$	$\frac{x_1x}{a^2} + \frac{y_1y}{b^2} = 1$	$\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1$	$y_1y = px + px_1$
Tangentes de pente $m$	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$	$y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$	$y = mx + \frac{p}{2m}$
Directrices	$x = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{a}{e}$	$x = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{a}{e}$	$x = -\frac{p}{2}$
Asymptotes		$y = \pm \frac{b}{a}x$	
Équations paramétriques	$\begin{cases} x = a \cos(t) \\ y = b \sin(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = \pm a \cosh(t) \\ y = b \sinh(t) \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{pt^2}{2} \\ y = \sqrt{2}pt \end{cases}$

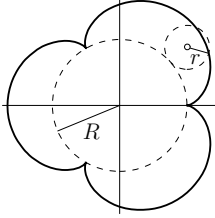
# Courbes planes

## Équations paramétriques

<p><b>Droite</b></p> $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ 	<p><b>Cercle</b></p> $\begin{cases} x = x_0 + r \cos(t) \\ y = y_0 + r \sin(t) \end{cases}$ 
<p><b>Ellipse</b></p> $\begin{cases} x = x_0 + a \cos(t) \\ y = y_0 + b \sin(t) \end{cases}$ 	<p><b>Demi-hyperbole</b></p> $\begin{cases} x = x_0 + a \cosh(t) \\ y = y_0 + b \sinh(t) \end{cases}$ 
<p><b>Parabole</b></p> $\begin{cases} x = pt^2 \\ y = \sqrt{2} pt \end{cases}$ 	<p><b>Astroïde</b></p> $\begin{cases} x = a \cos^3(t) \\ y = a \sin^3(t) \end{cases}$ 
<p><b>Folium de Descartes</b></p> $\begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^3} \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$ 	<p><b>Cycloïde</b></p> $\begin{cases} x = r(t - k \sin(t)) \\ y = r(1 - k \cos(t)) \end{cases}$ 

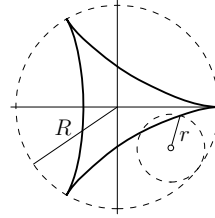
### Épicycloïde

$$\begin{cases} x = a \cos(t) - r \cos(bt) \\ y = a \sin(t) - r \sin(bt) \end{cases} \quad \begin{matrix} a = R + r \\ b = \frac{R}{r} + 1 \end{matrix}$$



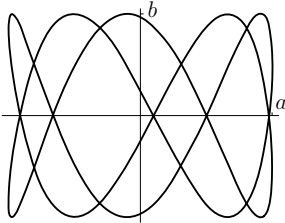
### Hypocycloïde

$$\begin{cases} x = a \cos(t) + r \cos(bt) \\ y = a \sin(t) - r \sin(bt) \end{cases} \quad \begin{matrix} a = R - r \\ b = \frac{R}{r} - 1 \end{matrix}$$



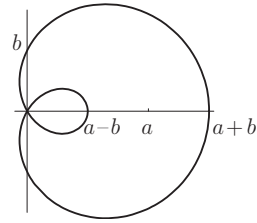
### Courbe de Lissajous

$$\begin{cases} x = a \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \\ y = b \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$



### Limaçon de Pascal

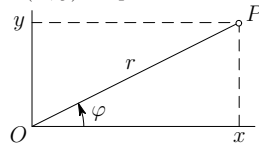
$$\begin{cases} x = a \cos^2(t) + b \cos(t) \\ y = a \cos(t) \sin(t) + b \sin(t) \end{cases}$$



## Coordonnées polaires

On note  $r$  et  $\varphi$  les coordonnées polaires d'un point  $P(x; y)$  du plan.

$x = r \cos(\varphi)$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$y = r \sin(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{x}{r}$ et $\sin(\varphi) = \frac{y}{r}$

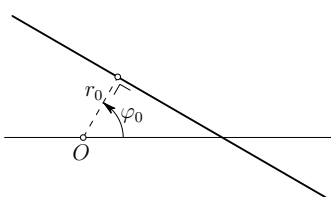


La formule  $\tan(\varphi) = \frac{y}{x}$  permet de déterminer l'angle  $\varphi$  à  $180^\circ$  près.

## Équation en coordonnées polaires

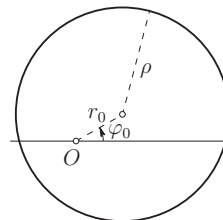
### Droite

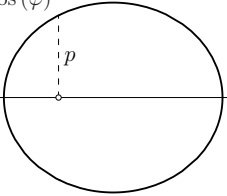
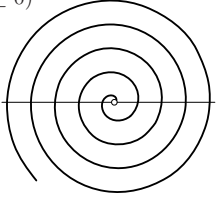
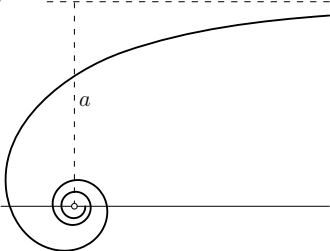
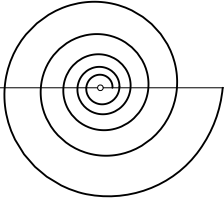
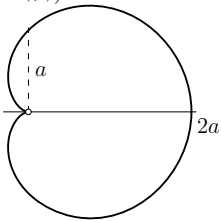
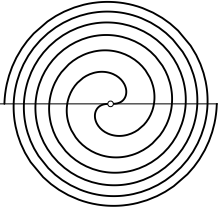
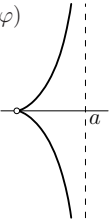
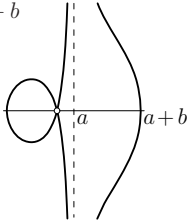
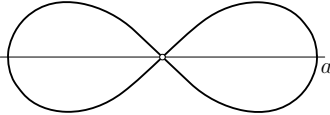
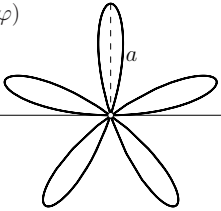
$$r = \frac{r_0}{\cos(\varphi - \varphi_0)}$$



### Cercle

$$r^2 - 2r_0 r \cos(\varphi - \varphi_0) + r_0^2 - \rho^2 = 0$$



<p><b>Conique</b></p> $r = \frac{p}{1 - e \cos(\varphi)}$ 	<p><b>Spirale d'Archimède</b></p> $r = a\varphi \quad (\varphi \geq 0)$ 
<p><b>Spirale hyperbolique</b></p> $r = \frac{a}{\varphi} \quad (\varphi > 0)$ 	<p><b>Spirale logarithmique</b></p> $r = ae^{b\varphi}$ 
<p><b>Cardioïde</b></p> $r = a(1 + \cos(\varphi))$ 	<p><b>Spirale de Fermat</b></p> $r^2 = a^2\varphi$ 
<p><b>Cissoïde de Dioclès</b></p> $r = a \sin(\varphi) \tan(\varphi)$ 	<p><b>Conchoïde de Nicomède</b></p> $r = \frac{a}{\cos(\varphi)} + b$ 
<p><b>Lemniscate de Bernoulli</b></p> $r = a\sqrt{\cos(2\varphi)}$ 	<p><b>Rosace (rose de Grandi)</b></p> $r = a \sin(n\varphi)$ 

# Géométrie analytique de l'espace

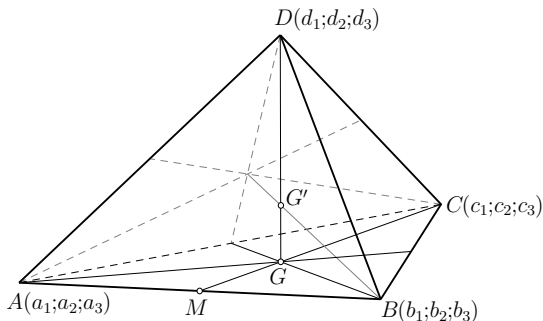
Le signe  $\perp$  indique que le repère de référence est orthonormé.

On note  $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$  un repère de l'espace. Le point  $O$  est l'*origine du repère*, le triplet  $(\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3)$  est la *base associée* au repère.

Les *coordonnées d'un point*  $A$  sont les composantes du vecteur  $\vec{OA}$ .

On écrit  $A(a_1; a_2; a_3)$  si  $\vec{OA} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$

Les nombres  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  sont respectivement l'*abscisse* et l'*ordonnée* et la *cote* du point  $A$ .



<b>Vecteur défini par deux points</b>	$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$	
<b>Longueur d'un segment</b>	$AB = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$	$\perp$
<b>Milieu d'un segment</b>	$\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$ $\Leftrightarrow M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}; \frac{a_2 + b_2}{2}; \frac{a_3 + b_3}{2}\right)$	
<b>Aire d'un triangle</b>	$A = \frac{1}{2} \ \vec{AB} \times \vec{AC}\ $	$\perp$
<b>Centre de gravité d'un triangle</b>	$\vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$ $\Leftrightarrow G\left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}; \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}; \frac{a_3 + b_3 + c_3}{3}\right)$	
<b>Volume d'un tétraèdre</b>	$V = \frac{1}{6}  \text{Det}(\vec{AB}; \vec{AC}; \vec{AD}) $	$\perp$
<b>Centre de gravité d'un tétraèdre</b>	$\vec{OG}' = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$	

## Droite

On note  $d$  une droite passant par le point  $A(a_1; a_2; a_3)$  et de vecteur directeur  $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$

Un point  $P(x; y; z)$  appartient à la droite  $d$  si et seulement si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

**Équation vectorielle**  $\vec{OP} = \vec{OA} + \lambda \vec{d} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

**Équations paramétriques**  $\begin{cases} x = a_1 + \lambda d_1 \\ y = a_2 + \lambda d_2 \\ z = a_3 + \lambda d_3 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

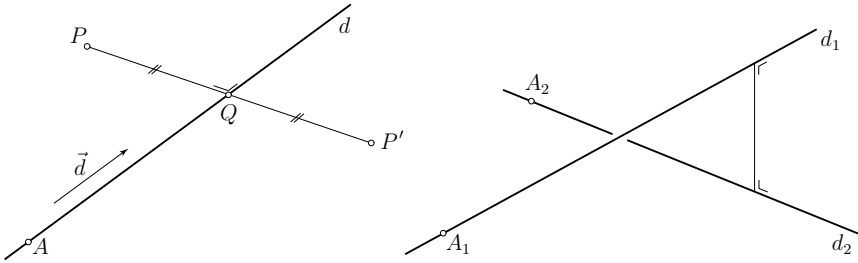
**Équations cartésiennes**  $\frac{x - a_1}{d_1} = \frac{y - a_2}{d_2} = \frac{z - a_3}{d_3}$

On note  $P$  un point et  $d$  une droite passant par  $A$  et de vecteur directeur  $\vec{d}$ .

**Distance du point  $P$  à la droite  $d$**   $\delta(P; d) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|} \quad \ominus$

**Projection orthogonale de  $P$  sur  $d$**   $\vec{OQ} = \vec{OA} + \frac{\vec{AP} \cdot \vec{d}}{\|\vec{d}\|^2} \vec{d} \quad \ominus$

**Symétrique de  $P$  par rapport à  $d$**   $\vec{OP'} = 2\vec{OA} - \vec{OP} + 2 \frac{\vec{AP} \cdot \vec{d}}{\|\vec{d}\|^2} \vec{d} \quad \ominus$



On note  $d_1$  une droite passant par  $A_1$  et de vecteur directeur  $\vec{d}_1$  et  $d_2$  une droite passant par  $A_2$  et de vecteur directeur  $\vec{d}_2$ .

**Distance de deux droites non parallèles**  $\delta(d_1; d_2) = \frac{|(\vec{d}_1 \times \vec{d}_2) \cdot \vec{A_1A_2}|}{\|\vec{d}_1 \times \vec{d}_2\|} \quad \ominus$

**Angle aigu de deux droites**  $\cos(\varphi) = \frac{|\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2|}{\|\vec{d}_1\| \|\vec{d}_2\|} \quad \sin(\varphi) = \frac{\|\vec{d}_1 \times \vec{d}_2\|}{\|\vec{d}_1\| \|\vec{d}_2\|} \quad \ominus$



## Plan

On note  $\pi$  un plan passant par le point  $A(a_1; a_2; a_3)$  et de vecteurs directeurs non colinéaires  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

Le vecteur  $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  est un *vecteur normal* au plan  $\pi$ .

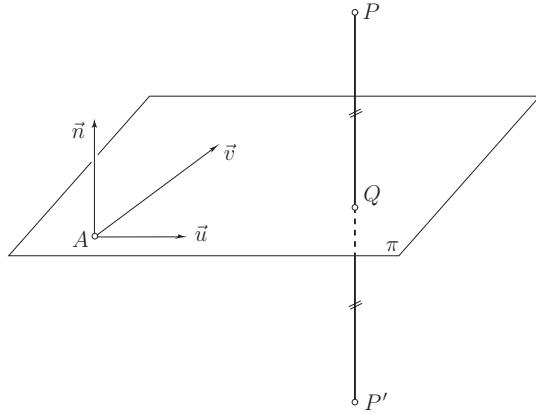
Un point  $P(x; y; z)$  appartient au plan  $\pi$  si et seulement si l'une des conditions suivantes est vérifiée :

**Équation vectorielle**  $\quad \vec{OP} = \vec{OA} + \lambda \vec{u} + \mu \vec{v} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

**Équations paramétriques**  $\quad \begin{cases} x = a_1 + \lambda u_1 + \mu v_1 \\ y = a_2 + \lambda u_2 + \mu v_2 \\ z = a_3 + \lambda u_3 + \mu v_3 \end{cases} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

**Équation cartésienne**  $\quad ax + by + cz + d = 0$

**Autres formes**  $\quad \vec{n} \cdot \vec{AP} = 0 \quad \perp$   
 $\quad \text{Det}(\vec{AP}; \vec{u}; \vec{v}) = 0$



On note  $P(x_0; y_0; z_0)$  un point et  $\pi$  un plan d'équation  $ax + by + cz + d = 0$

**Distance du point  $P$  au plan  $\pi$**   $\quad \delta(P; \pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \perp$

**Projection orthogonale de  $P$  sur  $\pi$**   $\quad \vec{OQ} = \vec{OP} - \frac{\vec{AP} \cdot \vec{n}}{\|\vec{n}\|^2} \vec{n} \quad \perp$

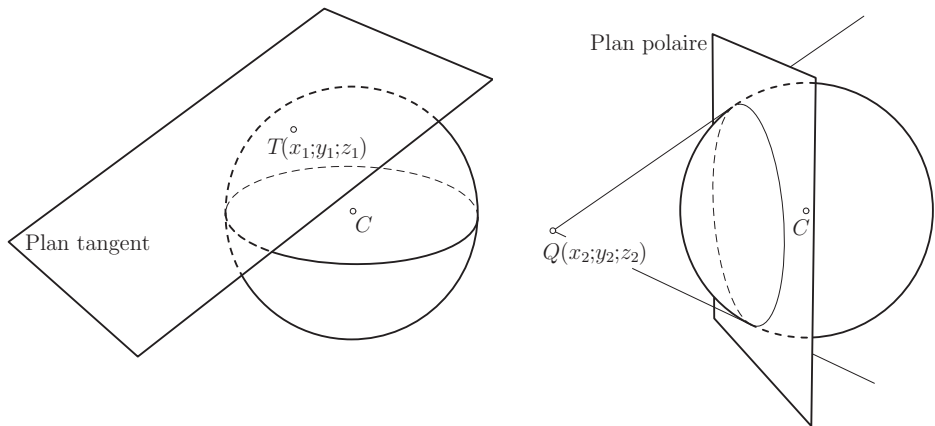
**Symétrique de  $P$  par rapport à  $\pi$**   $\quad \vec{OP'} = \vec{OP} - 2 \frac{\vec{AP} \cdot \vec{n}}{\|\vec{n}\|^2} \vec{n} \quad \perp$

On note  $\pi_1$  un plan d'équation  $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$  ;  $\vec{n}_1$  désigne un vecteur normal à ce plan. Les notations pour un plan  $\pi_2$  sont définies de manière analogue et  $\vec{d}$  désigne un vecteur directeur d'une droite donnée.

<b>Critère de parallélisme</b>	$\pi_1 \parallel \pi_2 \Leftrightarrow \vec{n}_2 = \lambda \vec{n}_1, \lambda \in \mathbb{R}$	⊥
<b>Critère de perpendicularité</b>	$\pi_1 \perp \pi_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$	⊥
<b>Intersection de deux plans</b>	Si les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont linéairement indépendants, l'intersection est une droite dont $\vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ est un vecteur directeur.	⊥
<b>Angle aigu de deux plans</b>	$\cos(\varphi) = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{\ \vec{n}_1\  \ \vec{n}_2\ }$ $\sin(\varphi) = \frac{\ \vec{n}_1 \times \vec{n}_2\ }{\ \vec{n}_1\  \ \vec{n}_2\ }$	⊥
<b>Angle aigu d'une droite et d'un plan</b>	$\sin(\varphi) = \frac{ \vec{d} \cdot \vec{n}_1 }{\ \vec{d}\  \ \vec{n}_1\ } = \cos(90^\circ - \varphi)$	⊥
<b>Plans bissecteurs</b>	$\frac{a_1x + b_1y + c_1z + d_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2z + d_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$	⊥

## Sphère

On note  $P(x; y; z)$  un point et  $C(x_0; y_0; z_0)$  le centre d'une sphère de rayon  $r$ .



### Équation de la sphère

$$\|\vec{CP}\| = r \quad \Leftrightarrow \quad (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2 \quad \perp$$

### Plan tangent en un point $T$

$$\vec{CT} \cdot \vec{TP} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x_1 - x_0)(x - x_1) + (y_1 - y_0)(y - y_1) + (z_1 - z_0)(z - z_1) = 0 \quad \perp$$

$$\vec{CT} \cdot \vec{CP} = r^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x_1 - x_0)(x - x_0) + (y_1 - y_0)(y - y_0) + (z_1 - z_0)(z - z_0) = r^2 \quad \perp$$

### Plan polaire d'un point $Q$

$$\vec{CQ} \cdot \vec{CP} = r^2 \quad \Leftrightarrow \quad (x_2 - x_0)(x - x_0) + (y_2 - y_0)(y - y_0) + (z_2 - z_0)(z - z_0) = r^2 \quad \perp$$

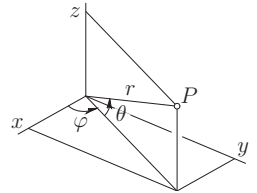
### Puissance d'un point $Q$

$$\|\vec{CQ}\|^2 - r^2 = (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2 - r^2 \quad \perp$$

## Coordonnées sphériques d'un point

On note  $r$ ,  $\varphi$  et  $\theta$  les coordonnées sphériques d'un point  $P(x; y; z)$  de l'espace.

$x = r \cos(\theta) \cos(\varphi)$	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
$y = r \cos(\theta) \sin(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ et $\sin(\varphi) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
$z = r \sin(\theta)$	$\sin(\theta) = \frac{z}{r} \quad (-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)$

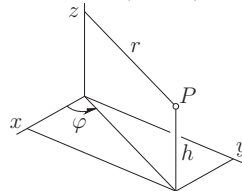


La formule  $\tan(\varphi) = \frac{y}{x}$  permet de déterminer l'angle  $\varphi$  à  $180^\circ$  près.

## Coordonnées cylindriques d'un point

On note  $r$ ,  $\varphi$  et  $h$  les coordonnées cylindriques d'un point  $P(x; y; z)$  de l'espace.

$x = r \cos(\varphi)$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$y = r \sin(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{x}{r}$ et $\sin(\varphi) = \frac{y}{r}$
$z = h$	$h = z$



La formule  $\tan(\varphi) = \frac{y}{x}$  permet de déterminer l'angle  $\varphi$  à  $180^\circ$  près.



# Analyse

## Fonction réelle d'une variable réelle

On note  $f$  et  $g$  deux fonctions réelles d'une variable réelle  $x$ .

L'*image* de  $x$  par la fonction  $f$  est notée  $f(x)$ .

L'*ensemble de définition* de la fonction  $f$ , noté  $D_f$ , est l'ensemble des nombres réels qui ont une image par  $f$ .

L'*ensemble image* de la fonction  $f$ , noté  $\text{Im}(f)$ , est l'ensemble de toutes les images par  $f$  des éléments de  $D_f$ .

Le *graphe* de la fonction  $f$  est l'ensemble des couples  $(x; f(x))$ , où  $x \in D_f$ . La *représentation graphique* de la fonction  $f$  est la courbe d'équation cartésienne  $y = f(x)$  dans un plan muni d'un système d'axes perpendiculaires.

## Caractéristiques d'une fonction

### Zéro

Le nombre  $a$  est un *zéro* de la fonction  $f$  si  $f(a) = 0$

### Parité

La fonction  $f$  est *paire* si  $f(-x) = f(x)$  pour tout  $x \in D_f$ .

La représentation graphique de  $f$  est alors symétrique par rapport à l'axe des  $y$ .

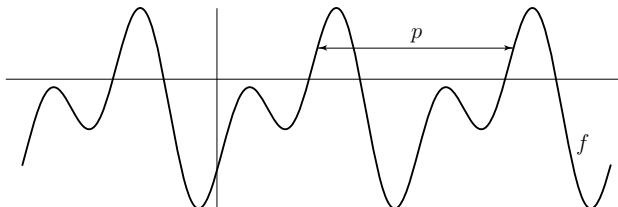
La fonction  $f$  est *impaire* si  $f(-x) = -f(x)$  pour tout  $x \in D_f$ .

La représentation graphique de  $f$  est alors symétrique par rapport à l'origine.

### Périodicité

La fonction  $f$  est *périodique* s'il existe un nombre  $p > 0$  tel que  $f(x + p) = f(x)$  pour tout  $x \in D_f$ . La *période* de  $f$  est le plus petit  $p > 0$  vérifiant cette propriété.

La représentation graphique de  $f$  est alors invariante par translation de vecteur  $\begin{pmatrix} p \\ 0 \end{pmatrix}$ .



## Croissance

On note  $I$  une partie de l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .

La fonction $f$ est ...	si pour tout $x_1, x_2 \in I$ :
<i>croissante</i> sur $I$	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
<i>strictement croissante</i> sur $I$	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
<i>décroissante</i> sur $I$	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
<i>strictement décroissante</i> sur $I$	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Une *fonction monotone sur  $I$*  est une fonction qui est soit croissante sur  $I$  soit décroissante sur  $I$ .

## Bornes

On note  $I$  une partie de l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .

La fonction  $f$  est *majorée sur  $I$*  s'il existe un nombre réel  $M$  tel que  $f(x) \leq M$  pour tout  $x \in I$ ;  $M$  est un *majorant* de  $f$  sur  $I$ . La *borne supérieure* d'une fonction  $f$  majorée sur  $I$  est son plus petit majorant; on le note  $\sup_{x \in I} f(x)$ .

On définit de manière analogue une *fonction minorée sur  $I$* , un *minorant* et la *borne inférieure* de  $f$  sur  $I$ .

Une *fonction bornée sur  $I$*  est une fonction qui est à la fois majorée et minorée sur  $I$ .

## Extremums

Le nombre  $f(a)$  est un *maximum local* de la fonction  $f$  s'il existe un intervalle ouvert  $I$  contenant  $a$  tel que, pour tout  $x \in I \cap D_f$ , on a  $f(x) \leq f(a)$ .

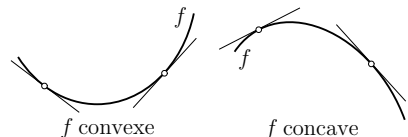
Le nombre  $f(a)$  est le *maximum absolu* de la fonction  $f$  si, pour tout  $x \in D_f$ , on a  $f(x) \leq f(a)$ .

On définit de manière analogue un *minimum local* et le *minimum absolu* de  $f$ .

## Convexité

On note  $f$  une fonction dérivable sur un intervalle  $I$ .

La fonction $f$ est ...	si pour tout $x, a \in I$ :
<i>convexe</i> sur $I$	$f(x) \geq f(a) + (x - a)f'(a)$
<i>concave</i> sur $I$	$f(x) \leq f(a) + (x - a)f'(a)$



Lorsque  $f$  est convexe, sa représentation graphique est située au-dessus de ses tangentes.

## Opérations sur les fonctions

Addition	$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
Soustraction	$f - g$	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
Multiplication	$f \cdot g$	$(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$
Multiplication par un réel $\lambda$	$\lambda \cdot f$	$(\lambda \cdot f)(x) = \lambda f(x)$
Division	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
Composition	$g \circ f$	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

## Fonction réciproque

Si  $f: A \rightarrow B$  est une fonction bijective, alors la *fonction réciproque* de  $f$  est la fonction  ${}^r f: B \rightarrow A$  définie par  ${}^r f(y) = x \Leftrightarrow y = f(x)$

Lorsque le repère est orthonormé, les représentations graphiques des fonctions  $f$  et  ${}^r f$  sont symétriques par rapport à la droite d'équation  $y = x$

$({}^r f \circ f)(x) = x$ pour tout $x \in A$	$(f \circ {}^r f)(y) = y$ pour tout $y \in B$
---	---

## Fonctions particulières

### Fonction réciproque des fonctions trigonométriques

$-1 \leq x \leq 1$	$\arcsin(x) = y \Leftrightarrow x = \sin(y)$	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$
$-1 \leq x \leq 1$	$\arccos(x) = y \Leftrightarrow x = \cos(y)$	$0 \leq y \leq \pi$
$x \in \mathbb{R}$	$\arctan(x) = y \Leftrightarrow x = \tan(y)$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$
$x \in \mathbb{R}$	$\operatorname{arccot}(x) = y \Leftrightarrow x = \cot(y)$	$0 < y < \pi$

Définitions et propriétés des fonctions trigonométriques, voir pages 29 et suivantes.

## Exponentielle et logarithme de base $a$

On note  $a$  un nombre tel que  $a > 0$  et  $a \neq 1$

$a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a(y)$
$a^x = e^{x \ln(a)} \quad \log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)}$

On note aussi  $\exp_a(x) = a^x$

Autres propriétés des puissances et des logarithmes, voir pages 13 et 14.

## Exponentielle de base $e$ et logarithme naturel

$e^x = y \iff x = \ln(y)$	
$e^x = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$	$\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$
$e^0 = 1$ $e^1 = e$ $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$ $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$ $(e^x)^y = e^{xy}$	$\ln(1) = 0$ $\ln(e) = 1$ $\ln(uv) = \ln(u) + \ln(v)$ $\ln\left(\frac{u}{v}\right) = \ln(u) - \ln(v)$ $\ln(u^v) = v \ln(u)$

On note aussi  $\exp(x) = e^x$

## Fonctions hyperboliques

$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	$\coth(x) = \frac{1}{\tanh(x)}$
$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$	$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$	$\frac{1}{\cosh^2(x)} = 1 - \tanh^2(x)$	
$\sinh(-x) = -\sinh(x)$	$\cosh(-x) = \cosh(x)$	$\tanh(-x) = -\tanh(x)$	
$\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$ $\cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$ $\tanh(x+y) = \frac{\tanh(x) + \tanh(y)}{1 + \tanh(x)\tanh(y)}$	$\sinh(2x) = 2\sinh(x)\cosh(x)$ $\cosh(2x) = \sinh^2(x) + \cosh^2(x)$ $\tanh(2x) = \frac{2\tanh(x)}{1 + \tanh^2(x)}$		
$\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh(x) - 1}{2}$	$\cosh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh(x) + 1}{2}$	$\tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh(x) - 1}{\sinh(x)} = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x) + 1}$	
Formule de Moivre $(\cosh(x) + \sinh(x))^n = \cosh(nx) + \sinh(nx)$			

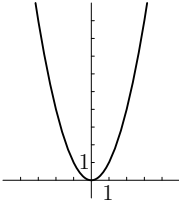
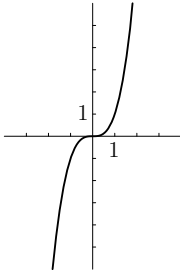
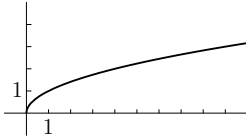
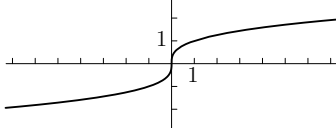
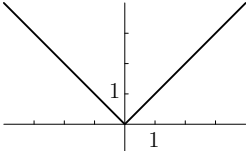
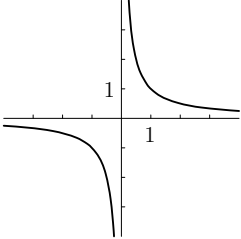
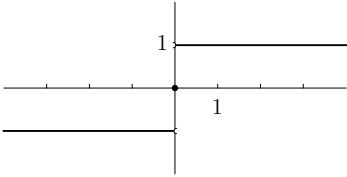
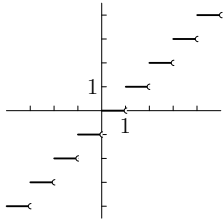
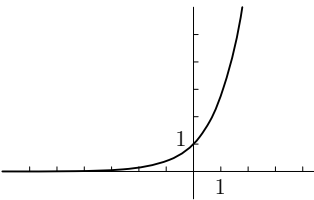
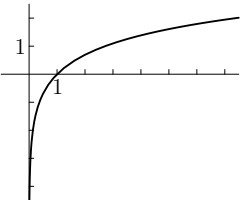
## Fonction réciproque des fonctions hyperboliques

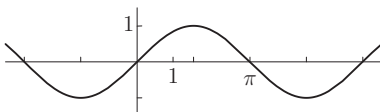
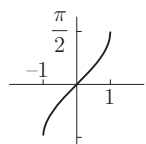
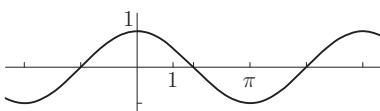
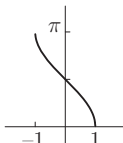
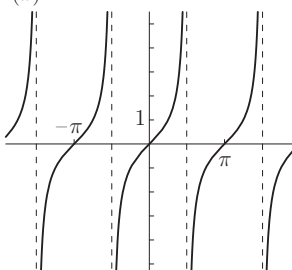
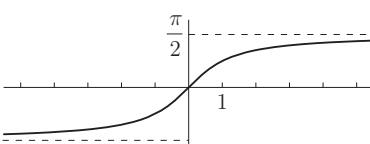
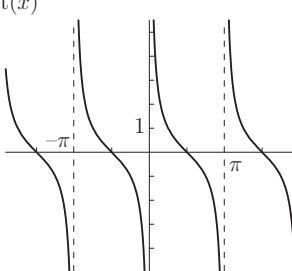
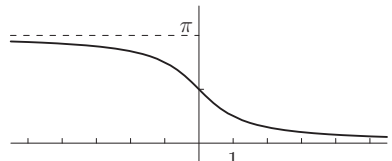
$x \in \mathbb{R}$	$\operatorname{arsinh}(x) = y \iff x = \sinh(y)$	$y \in \mathbb{R}$
$x \geq 1$	$\operatorname{arcosh}(x) = y \iff x = \cosh(y)$	$y \geq 0$
$-1 < x < 1$	$\operatorname{artanh}(x) = y \iff x = \tanh(y)$	$y \in \mathbb{R}$
$x < -1$ ou $x > 1$	$\operatorname{arcoth}(x) = y \iff x = \coth(y)$	$y \neq 0$

$\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$	$\operatorname{arcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$
$\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$	$\operatorname{arcoth}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

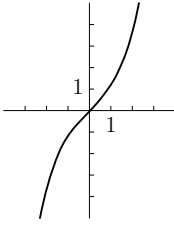


# Représentation graphique de quelques fonctions

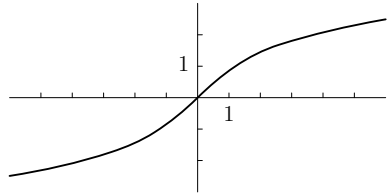
$x \mapsto x^2$ 	$x \mapsto x^3$ 
$x \mapsto \sqrt{x}$ 	$x \mapsto \sqrt[3]{x}$ 
$x \mapsto  x $ 	$x \mapsto \frac{1}{x}$ 
$x \mapsto \text{sgn}(x)$ 	$x \mapsto [x]$ 
$x \mapsto e^x$ 	$x \mapsto \ln(x)$ 

$x \mapsto \sin(x)$ 	$x \mapsto \arcsin(x)$ 
$x \mapsto \cos(x)$ 	$x \mapsto \arccos(x)$ 
$x \mapsto \tan(x)$ 	$x \mapsto \arctan(x)$ 
$x \mapsto \cot(x)$ 	$x \mapsto \operatorname{arccot}(x)$ 

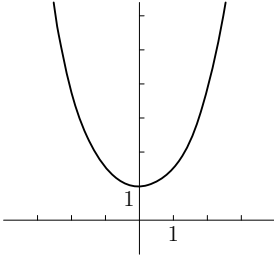
$x \mapsto \sinh(x)$



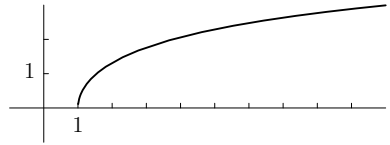
$x \mapsto \operatorname{arsinh}(x)$



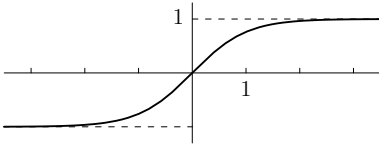
$x \mapsto \cosh(x)$



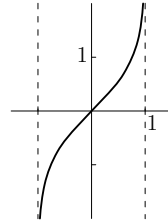
$x \mapsto \operatorname{arcosh}(x)$



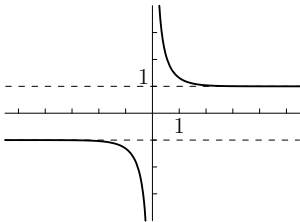
$x \mapsto \tanh(x)$



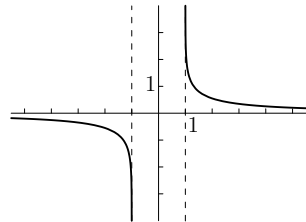
$x \mapsto \operatorname{artanh}(x)$



$x \mapsto \operatorname{coth}(x)$



$x \mapsto \operatorname{arcoth}(x)$



# Limite et continuité

## Limite

On note  $f$  une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant  $a$ , sauf éventuellement en  $a$ .

Le nombre  $L$  est la *limite* de  $f$  en  $a$  si  $f(x)$  est arbitrairement proche de  $L$  dès que  $x$  est suffisamment proche de  $a$  ( $x \neq a$ ).

On dit aussi que  $f(x)$  tend vers  $L$  lorsque  $x$  tend vers  $a$ . On note  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

Formellement, le nombre  $L$  est la limite de  $f$  en  $a$  si, pour tout  $\varepsilon > 0$ , il existe  $\delta > 0$  tel que  $0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

## Propriétés

On note  $f$  et  $g$  des fonctions dont la limite en  $a$  existe et  $\lambda$  un nombre réel.

$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
$\lim_{x \rightarrow a} (\lambda f(x)) = \lambda \lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ si $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$

## Quelques limites

On note  $n$  un entier naturel,  $a$  et  $b$  des nombres réels positifs et  $x$  un nombre réel.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = +\infty$ si $a > 1$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a} = 1$ si $a > 0$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$
$\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = 0$ si $0 < a < 1$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n} = 1$	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$
--	--	--	--

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln(a)$	
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln(a)}$	
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^a} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^b(x)}{x^a} = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^a \ln(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^a \ln^b(x) = 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{ax}}{x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{ax}}{x^b} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{ax}} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^b}{e^{ax}} = 0$

## Théorème de L'Hospital

On note  $a$  un nombre réel,  $f$  et  $g$  deux fonctions dérivables dans un intervalle ouvert contenant  $a$  et telles que  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  existe.

Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  ou si  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow a} |g(x)| = +\infty$ , alors  $\boxed{\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}}$

Cette règle s'applique également aux calculs de limites lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$  ou vers  $-\infty$ .

## Asymptotes

### Asymptote verticale

La droite d'équation  $x = a$  est une *asymptote verticale* de la fonction  $f$  si  $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = +\infty$  ou  $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} |f(x)| = +\infty$  ou  $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} |f(x)| = +\infty$

### Asymptote horizontale

La droite d'équation  $y = h$  est une *asymptote horizontale* de la fonction  $f$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$  si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = h$

On traite de manière analogue le cas où  $x$  tend vers  $-\infty$ .

### Asymptote oblique

La droite d'équation  $y = mx + h$  est une *asymptote oblique* de la fonction  $f$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$  si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (mx + h)) = 0$

Si  $f(x)$  ne peut pas s'écrire facilement sous la forme  $f(x) = mx + h + \delta(x)$  avec  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \delta(x) = 0$ , on peut déterminer  $m$  et  $h$  en calculant :

$$\boxed{m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{et} \quad h = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx)}$$

On traite de manière analogue le cas où  $x$  tend vers  $-\infty$ .

## Continuité

On note  $f$  une fonction définie dans un intervalle ouvert contenant  $a$ .

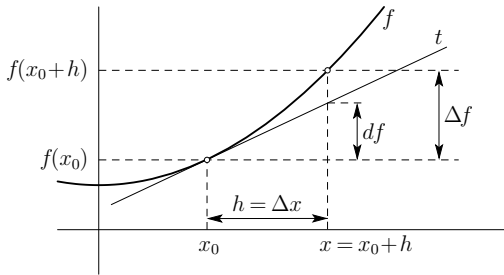
La fonction  $f$  est *continue* en  $a$  si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

## Théorème de la valeur intermédiaire

Une fonction continue sur un intervalle fermé  $[a; b]$  admet sur cet intervalle un maximum absolu, un minimum absolu, et prend toutes les valeurs entre ces extremums.

# Calcul différentiel

## Dérivée d'une fonction



Dérivée de  $f$  en  $x_0$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Le nombre  $f'(x_0)$  est la pente de la tangente à la courbe en  $(x_0; f(x_0))$

Autres formes :

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Autres notations :

Si  $y = f(x)$ , alors  $f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{dy}{dx} = y'$

Différentielle de  $f$  en  $x_0$   $df = f'(x_0) \Delta x$

Tangente  $t$  en  $x_0$   $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Fonction dérivée  $f': x \mapsto f'(x)$

Dérivée seconde  $f'' = (f')'$

Autres notations :

Si  $y = f(x)$ , alors  $f''(x) = \frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{d^2 y}{dx^2} = y''$

## Règles de dérivation

$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$	$(\lambda \cdot f)'(x) = \lambda f'(x), \lambda \in \mathbb{R}$
$(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$	$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$
$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$	$(rf)'(x) = \frac{1}{f'(rf(x))}$

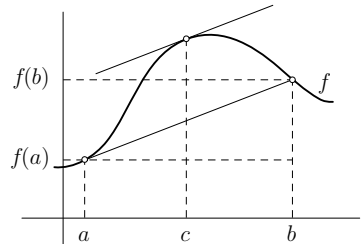
# Dérivée de fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$a$	$0$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$x$	$1$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$x^n$	$nx^{n-1}$	$ x $	$\operatorname{sgn}(x) \quad x \neq 0$
$e^x$	$e^x$	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$a^x$	$a^x \ln(a)$	$\log_a(x)$	$\frac{1}{x \ln(a)}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$	$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\cot(x)$	$-\frac{1}{\sin^2(x)} = -1 - \cot^2(x)$	$\operatorname{arccot}(x)$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\operatorname{arsinh}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$	$\operatorname{arcosh}(x)$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\tanh(x)$	$\frac{1}{\cosh^2(x)} = 1 - \tanh^2(x)$	$\operatorname{artanh}(x)$	$\frac{1}{1-x^2} \quad  x  < 1$
$\operatorname{coth}(x)$	$-\frac{1}{\sinh^2(x)} = 1 - \operatorname{coth}^2(x)$	$\operatorname{arcoth}(x)$	$\frac{1}{1-x^2} \quad  x  > 1$

## Théorèmes

### Théorème des accroissements finis

Si  $f$  est une fonction continue sur l'intervalle  $[a; b]$  et dérivable sur l'intervalle  $]a; b[$ , alors il existe au moins un nombre  $c$  dans  $]a; b[$  tel que  $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$



## Dérivée première et croissance

On note  $f$  une fonction dérivable sur un intervalle  $I$ .

$f$ croissante sur $I$	$\Leftrightarrow f'(x) \geq 0$ pour tout $x$ de $I$
$f$ décroissante sur $I$	$\Leftrightarrow f'(x) \leq 0$ pour tout $x$ de $I$

## Dérivée seconde et convexité

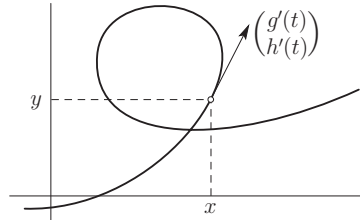
On note  $f$  une fonction deux fois dérivable sur un intervalle  $I$ .

$f$ convexe sur $I$	$\Leftrightarrow f''(x) \geq 0$ pour tout $x$ de $I$
$f$ concave sur $I$	$\Leftrightarrow f''(x) \leq 0$ pour tout $x$ de $I$

## Courbe donnée sous forme paramétrique

Équations paramétriques :  $\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{h'(t)}{g'(t)} = m(t)$	$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{m'(t)}{g'(t)}$
--	---

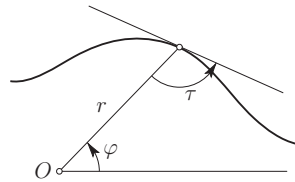


## Courbe donnée sous forme polaire

Équation polaire :  $r = f(\varphi)$

On note  $\tau$  l'angle entre le rayon vecteur et la tangente.

$\tan(\tau) = \frac{f(\varphi)}{f'(\varphi)}$
---



## Rayon de courbure

On note  $R$  le rayon de courbure d'une courbe.

Équation cartésienne	$y = f(x)$	$R = \frac{(1 + f'^2(x))^{\frac{3}{2}}}{ f''(x) }$
Équations paramétriques	$\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$	$R = \frac{(g'^2(t) + h'^2(t))^{\frac{3}{2}}}{ g'(t)h''(t) - g''(t)h'(t) }$
Équation polaire	$r = f(\varphi)$	$R = \frac{(f^2(\varphi) + f'^2(\varphi))^{\frac{3}{2}}}{ f^2(\varphi) + 2f'f''(\varphi) - f(\varphi)f''(\varphi) }$



## Dérivée vectorielle

$$\vec{u}'(t) = \frac{d\vec{u}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{u}(t + \Delta t) - \vec{u}(t)}{\Delta t}$$

$$\vec{u}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{u}'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{pmatrix}$$

$(\vec{u} + \vec{v})' = \vec{u}' + \vec{v}'$	$(\vec{u} \cdot \vec{v})' = \vec{u}' \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{v}'$
$(f(t)\vec{u})' = f'(t)\vec{u} + f(t)\vec{u}'$	$(\vec{u} \times \vec{v})' = (\vec{u}' \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{v}')$

Lorsque  $t$  représente le temps, les dérivées se notent aussi  $\dot{x}(t)$ ,  $\dot{y}(t)$ ,  $\dot{z}(t)$  et  $\dot{\vec{u}}(t)$

## Calcul intégral

### Primitive

Une fonction  $F$  est une *primitive* d'une fonction  $f$  dans l'intervalle  $I$  si  $F'(x) = f(x)$  dans  $I$ .

Si  $F_1$  et  $F_2$  sont deux primitives de  $f$  sur  $I$ , alors  $F_2 = F_1 + c$  où  $c$  est une constante.

On note  $\int f(x) dx = F(x) + c$  une primitive quelconque de  $f$ .

### Recherche de primitives

Par linéarité	$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ $\int \lambda f(x) dx = \lambda \int f(x) dx$
Par parties	$\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$
Par substitution	$\int g(f(x))f'(x) dx = G(f(x)) + c$ <p>où <math>G</math> est une primitive de <math>g</math></p>
Par changement de variable	$\int g(x) dx = \int g(f(t))f'(t) dt$ <p>où <math>x = f(t)</math> avec <math>f</math> bijective</p>

## Primitive de quelques fonctions

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$a$	$ax$	$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $	$\frac{1}{x^n}$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}$
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x\sqrt{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\frac{1}{(x-a)(x-b)}$	$\frac{1}{a-b} \ln \left  \frac{x-a}{x-b} \right $	$\frac{ax+b}{cx+d}$	$\frac{ax}{c} - \frac{ad-bc}{c^2} \ln cx+d $
$\frac{1}{x^2+a^2}$	$\frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right)$	$\frac{1}{x^2-a^2}$	$\frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right $
$e^x$	$e^x$	$\ln(x)$	$x(\ln(x)-1)$
$a^x$	$\frac{a^x}{\ln(a)}$	$\log_a(x)$	$x(\log_a(x) - \log_a(e))$
$xe^{ax}$	$\frac{1}{a^2}(ax-1)e^{ax}$	$x \ln(ax)$	$\frac{x^2}{4}(2 \ln(ax) - 1)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\arcsin(x)$	$x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\arccos(x)$	$x \arccos(x) - \sqrt{1-x^2}$
$\tan(x)$	$-\ln \cos(x) $	$\arctan(x)$	$x \arctan(x) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$
$\cot(x)$	$\ln \sin(x) $	$\operatorname{arccot}(x)$	$x \operatorname{arccot}(x) + \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$
$\sin^2(x)$	$\frac{1}{2}(x - \sin(x)\cos(x))$	$\frac{1}{\sin^2(x)}$	$-\cot(x)$
$\cos^2(x)$	$\frac{1}{2}(x + \sin(x)\cos(x))$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$
$\tan^2(x)$	$\tan(x) - x$	$\frac{1}{\sin(x)}$	$\ln \left  \frac{1-\cos(x)}{\sin(x)} \right $
$\cot^2(x)$	$-\cot(x) - x$	$\frac{1}{\cos(x)}$	$\ln \left  \frac{1+\sin(x)}{\cos(x)} \right $
$\frac{1}{1+\sin(x)}$	$\frac{-\cos(x)}{1+\sin(x)}$	$\frac{1}{1-\sin(x)}$	$\frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}$
$\frac{1}{1+\cos(x)}$	$\frac{\sin(x)}{1+\cos(x)}$	$\frac{1}{1-\cos(x)}$	$\frac{-\sin(x)}{1-\cos(x)}$
$x \sin(ax)$	$-\frac{1}{a}x \cos(ax) + \frac{1}{a^2} \sin(ax)$	$x \cos(ax)$	$\frac{1}{a}x \sin(ax) + \frac{1}{a^2} \cos(ax)$
$e^{ax} \sin(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \sin(bx) - b \cos(bx))$	$e^{ax} \cos(bx)$	$\frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \cos(bx) + b \sin(bx))$

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\operatorname{arsinh}(x)$	$x \operatorname{arsinh}(x) - \sqrt{x^2 + 1}$
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$	$\operatorname{arcosh}(x)$	$x \operatorname{arcosh}(x) - \sqrt{x^2 - 1}$
$\tanh(x)$	$\ln(\cosh(x))$	$\operatorname{artanh}(x)$	$x \operatorname{artanh}(x) + \frac{1}{2} \ln(1 - x^2)$
$\operatorname{coth}(x)$	$\ln \sinh(x) $	$\operatorname{arcoth}(x)$	$x \operatorname{arcoth}(x) + \frac{1}{2} \ln(x^2 - 1)$
$\sqrt{x^2 + a}$	$\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + a} + \frac{a}{2}\ln x + \sqrt{x^2 + a} $	$\frac{1}{\sqrt{x^2 + a}}$	$\ln x + \sqrt{x^2 + a} $
$\sqrt{r^2 - x^2}$	$\frac{1}{2}x\sqrt{r^2 - x^2} + \frac{r^2}{2}\arcsin\left(\frac{x}{r}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{r^2 - x^2}}$	$\arcsin\left(\frac{x}{r}\right)$

### Primitive d'une fonction rationnelle

Une fonction rationnelle est une fonction  $f : x \mapsto \frac{p(x)}{q(x)}$  où  $p(x)$  et  $q(x)$  sont des polynômes.

Primitive d'une fonction rationnelle  $\frac{p(x)}{q(x)}$  avec  $\deg(p) < \deg(q)=2$  et  $q(x) = ax^2 + bx + c$

**1<sup>er</sup> cas :**  $q(x)$  a deux zéros distincts  $x_1$  et  $x_2$

$$\int \frac{r(x)}{q(x)} dx = \frac{\alpha}{a} \ln|x - x_1| + \frac{\beta}{a} \ln|x - x_2| + C$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  tels que  $r(x) = \alpha(x - x_2) + \beta(x - x_1)$

**2<sup>e</sup> cas :**  $q(x)$  a un zéro unique  $x_0$

$$\int \frac{r(x)}{q(x)} dx = \frac{\alpha}{a} \ln|x - x_0| - \frac{\beta}{a(x - x_0)} + C$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  tels que  $r(x) = \alpha(x - x_0) + \beta$

**3<sup>e</sup> cas :**  $q(x)$  n'a aucun zéro réel

$$\int \frac{r(x)}{q(x)} dx = \alpha \ln|ax^2 + bx + c| + \frac{2\beta}{\sqrt{4ac - b^2}} \arctan\left(\frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}}\right) + C$$

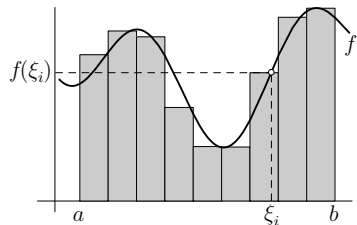
avec  $\alpha$  et  $\beta$  tels que  $r(x) = \alpha(2ax + b) + \beta$

## Substitutions particulières

La fonction dont on cherche une primitive est fonction de	Substitution à effectuer		
$e^x$	$t = e^x$	$x = \ln(t)$	$dx = \frac{1}{t} dt$
$\sin^2(x)$ ou $\cos^2(x)$ ou $\tan(x)$	$t = \tan(x)$	$x = \arctan(t)$ $\sin^2(x) = \frac{t^2}{1+t^2}$	$dx = \frac{1}{1+t^2} dt$ $\cos^2(x) = \frac{1}{1+t^2}$
$\sin(x)$ ou $\cos(x)$	$t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$	$x = 2 \arctan(t)$ $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$	$dx = \frac{2}{1+t^2} dt$ $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$
$\sqrt[n]{ax+b}$	$t = \sqrt[n]{ax+b}$	$x = \frac{t^n - b}{a}$	$dx = \frac{n}{a} t^{n-1} dt$
$\sqrt{a^2 - b^2 x^2}$	$x = \frac{a}{b} \sin(t)$	$dx = \frac{a}{b} \cos(t) dt$	
$\sqrt{a^2 + b^2 x^2}$	$x = \frac{a}{b} \tan(t)$ $x = \frac{a}{b} \sinh(t)$	$dx = \frac{a}{b \cos^2(t)} dt$ $dx = \frac{a}{b} \cosh(t) dt$	ou
$\sqrt{b^2 x^2 - a^2}$	$x = \frac{a}{b \cos(t)}$ $x = \frac{a}{b} \cosh(t)$	$dx = \frac{a \sin(t)}{b \cos^2(t)} dt$ $dx = \frac{a}{b} \sinh(t) dt$	ou

## Intégrale de Riemann

On note  $f$  une fonction continue sur  $[a; b]$ . On choisit une subdivision  $x_0, x_1, \dots, x_n$  de  $[a; b]$  ( $x_0 = a, x_n = b$ ) et  $\xi_i$  un nombre de l'intervalle  $[x_{i-1}; x_i]$



$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ \Delta x_i \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

où  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$

## Théorème fondamental du calcul intégral

Si  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[a; b]$ , alors  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

La fonction  $F$  telle que  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  est la primitive de  $f$  qui s'annule en  $a$ .

## Propriétés

$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$
$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$
Si $f(x) \leq g(x)$ pour tout $x \in [a; b]$ , alors $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$

## Méthodes d'intégration

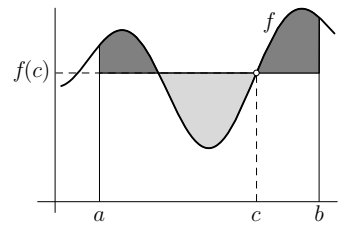
Par linéarité	$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ $\int_a^b \lambda f(x) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx$
Par parties	$\int_a^b f'(x)g(x) dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_a^b f(x)g'(x) dx$
Par substitution	$\int_a^b g(f(x))f'(x) dx = \int_{f(a)}^{f(b)} g(t) dt$ où $t = f(x)$
Par changement de variable	$\int_a^b g(x) dx = \int_c^d g(f(t))f'(t) dt$ où $x = f(t)$ , $f(c) = a$ et $f(d) = b$ ( $f$ bijective)

## Théorème de la moyenne

On définit la *valeur moyenne* de  $f$  sur  $[a; b]$  par

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

Si $f$ est continue sur $[a; b]$ , alors il existe $c \in ]a; b[$ tel que $f(c) = \mu$
--



## Applications du calcul intégral à la géométrie

On considère un arc de courbe d'équation cartésienne  $y = f(x)$  avec  $a \leq x \leq b$ .

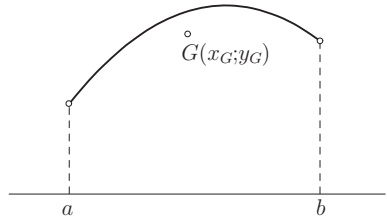
### Longueur de l'arc

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

### Centre de gravité de l'arc

$$x_G = \frac{1}{l} \int_a^b x \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$y_G = \frac{1}{l} \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$



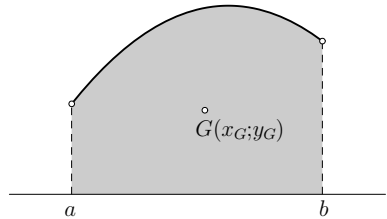
### Aire de la surface

$$\mathcal{A} = \int_a^b f(x) dx \quad \text{si } f \geq 0$$

### Centre de gravité de la surface

$$x_G = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_a^b x f(x) dx \quad \text{si } f \geq 0$$

$$y_G = \frac{1}{2\mathcal{A}} \int_a^b (f(x))^2 dx$$



### Aire latérale du corps

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad \text{si } f \geq 0$$

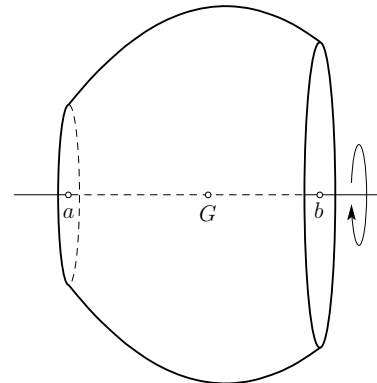
### Volume du corps

$$\mathcal{V} = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

### Centre de gravité du corps

$$x_G = \frac{\pi}{\mathcal{V}} \int_a^b x (f(x))^2 dx$$

$$y_G = z_G = 0$$



On considère un arc de courbe d'équations paramétriques  $\begin{cases} x = g(t) \\ y = h(t) \end{cases}$  avec  $t_1 \leq t \leq t_2$ .

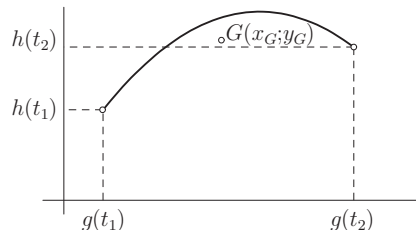
### Longueur de l'arc

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(g'(t))^2 + (h'(t))^2} dt$$

### Centre de gravité de l'arc

$$x_G = \frac{1}{l} \int_{t_1}^{t_2} g(t) \sqrt{(g'(t))^2 + (h'(t))^2} dt$$

$$y_G = \frac{1}{l} \int_{t_1}^{t_2} h(t) \sqrt{(g'(t))^2 + (h'(t))^2} dt$$



Pour les formules suivantes, on suppose  $g$  croissante et  $h$  positive sur  $[t_1; t_2]$ .

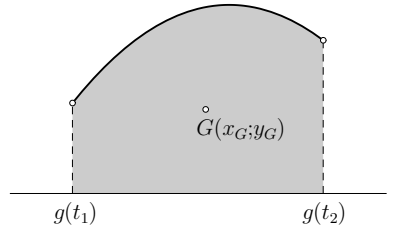
**Aire de la surface**

$$\mathcal{A} = \int_{t_1}^{t_2} h(t)g'(t) dt$$

**Centre de gravité de la surface**

$$x_G = \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{t_1}^{t_2} g(t)h(t)g'(t) dt$$

$$y_G = \frac{1}{2\mathcal{A}} \int_{t_1}^{t_2} (h(t))^2 g'(t) dt$$



**Aire latérale du corps**

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} h(t)\sqrt{(g'(t))^2 + (h'(t))^2} dt$$

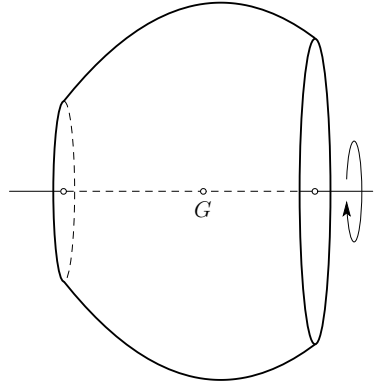
**Volume du corps**

$$\mathcal{V} = \pi \int_{t_1}^{t_2} (h(t))^2 g'(t) dt$$

**Centre de gravité du corps**

$$x_G = \frac{\pi}{\mathcal{V}} \int_{t_1}^{t_2} g(t)(h(t))^2 g'(t) dt$$

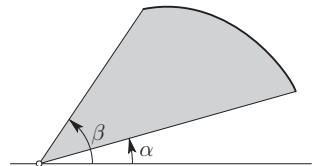
$$y_G = z_G = 0$$



On considère un arc de courbe d'équation polaire  $r = f(\varphi)$  avec  $\alpha \leq \varphi \leq \beta$ .

**Longueur de l'arc**  $l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(f(\varphi))^2 + (f'(\varphi))^2} d\varphi$

**Aire de la surface**  $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} (f(\varphi))^2 d\varphi$



# Équation différentielle

## Équation différentielle du premier ordre

Une *équation différentielle du premier ordre* est une relation de la forme  $R(x; y; y') = 0$  avec  $y = y(x)$  et  $y' = y'(x) = \frac{dy}{dx}$

### Équation à variables séparées

L'équation est du type  $g(y) y' = f(x)$

La solution générale  $y$  est telle que  $\int g(y) dy = \int f(x) dx$

### Équation homogène

L'équation est du type  $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$

On pose  $z = \frac{y}{x}$  pour obtenir l'équation à variables séparables  $z + xz' = f(z)$  et puis on résout l'équation à variables séparées  $\frac{1}{f(z) - z} \cdot z' = \frac{1}{x}$

### Équation linéaire

L'équation est du type  $y' + f(x)y = g(x)$

**Cas où  $g(x) = 0$**

La solution générale est  $y = c e^{-F(x)}$  où  $F$  est une primitive de  $f$  et  $c$  une constante.

**Cas général**

La solution générale est la somme d'une solution particulière  $p$  de l'équation et de la solution générale de l'équation *sans second membre*  $y' + f(x)y = 0$  (cas précédent).

On peut trouver une solution particulière en posant  $p(x) = c(x) e^{-F(x)}$  où  $c(x)$  est à déterminer en remplaçant  $y$  par  $p$  dans l'équation différentielle donnée (méthode de variation de la constante).

## Équation différentielle du deuxième ordre

Une *équation différentielle du deuxième ordre* est une relation de la forme  $R(x; y; y'; y'') = 0$

On note  $c_1$  et  $c_2$  deux constantes.

### Équation linéaire à coefficients constants

L'équation est du type  $ay'' + by' + cy = g(x)$  avec  $a \neq 0$

**Cas où  $g(x) = 0$**

La solution générale dépend de l'équation *caractéristique*  $ar^2 + br + c = 0$



Si cette équation possède ...	la solution de l'équation différentielle est ...
deux solutions réelles $r_1$ et $r_2$	$y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}$
une solution réelle $r$	$y = (c_1 x + c_2) e^{rx}$
deux solutions complexes $p \pm qi$	$y = e^{px} (c_1 \cos(qx) + c_2 \sin(qx))$

### Cas général

La solution générale est la somme d'une solution particulière  $p$  de l'équation et de la solution générale de l'équation sans second membre  $ay'' + by' + cy = 0$  (cas précédent).

Pour trouver une solution particulière  $p$  on tient compte de la forme de  $g$  en suivant les indications du tableau ci-dessous.

On note  $\alpha, \beta, \lambda, \kappa, \mu$  et  $\omega$  des nombres réels.

Lorsque $g$ est du type ...	on pose comme solution particulière $p$ ...
polynôme de degré $n$	un polynôme de degré $n$ si $c \neq 0$ un polynôme de degré $n + 1$ si $c = 0$ et $b \neq 0$ un polynôme de degré $n + 2$ si $b = c = 0$
$g(x) = \lambda e^{\kappa x}$	$p(x) = \alpha e^{\kappa x}$ ou $p(x) = \alpha x e^{\kappa x}$ ou $p(x) = \alpha x^2 e^{\kappa x}$
$g(x) = \lambda \sin(\omega x)$	$p(x) = \alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x)$ ou $p(x) = \alpha x \cos(\omega x)$
$g(x) = \lambda \cos(\omega x)$	$p(x) = \alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x)$ ou $p(x) = \alpha x \sin(\omega x)$
$g(x) = e^{\kappa x} (\lambda \sin(\omega x) + \mu \cos(\omega x))$	$p(x) = e^{\kappa x} (\alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x))$ ou $p(x) = x e^{\kappa x} (\alpha \sin(\omega x) + \beta \cos(\omega x))$
combinaison linéaire des types précédents	une combinaison linéaire des solutions particulières proposées pour ces différents types

Lorsque plusieurs possibilités sont proposées pour  $p$ , on les essaiera dans l'ordre indiqué.

### Suite

Une *suite* est une application de  $\mathbb{N}$  (ou d'une partie de  $\mathbb{N}$ ) vers  $\mathbb{R}$ . L'image de  $n \in \mathbb{N}$  par cette application, notée  $u_n$ , est le *terme de rang*  $n$ .

Une suite de terme  $u_n$  converge vers un nombre réel  $a$  si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$

Une suite croissante et majorée converge.

Une suite décroissante et minorée converge.

### Suite arithmétique

La suite  $u_1, u_2, u_3, \dots$  est une *suite arithmétique* de raison  $r$  si, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_{n+1} = u_n + r$

$u_n = u_1 + (n - 1)r$	$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = n \cdot \frac{u_1 + u_n}{2}$
------------------------	---

## Suite géométrique

La suite  $u_1, u_2, u_3, \dots$  est une *suite géométrique* de raison  $r$  si, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $u_{n+1} = r \cdot u_n$

$u_n = u_1 \cdot r^{n-1}$	$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = u_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$	$r \neq 1$
	$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n) = u_1 \cdot \frac{1}{1-r}$	si $ r  < 1$

## Série

La série de terme  $u_k$  converge si la suite de terme  $s_n = \sum_{k=1}^n u_k$  converge. La limite de cette suite,

notée  $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ , est la *somme de la série*.

## Convergence d'une série à termes positifs

On considère une série de terme  $u_k \geq 0$

### Critère du quotient (d'Alembert)

Si $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{u_{k+1}}{u_k} = c$ et $\begin{cases} c < 1, & \text{la série converge} \\ c > 1, & \text{la série diverge} \end{cases}$
--

Si  $c = 1$ , le critère ne permet pas de conclure.

### Critère de la racine (Cauchy)

Si $\lim_{k \rightarrow +\infty} \sqrt[k]{u_k} = c$ et $\begin{cases} c < 1, & \text{la série converge} \\ c > 1, & \text{la série diverge} \end{cases}$
--

Si  $c = 1$ , le critère ne permet pas de conclure.

### Critères de comparaison

On considère deux séries à termes positifs  $u_k$  et  $v_k$  et on note  $p$  un entier positif non nul.

Si $u_k \leq v_k$ pour tout $k \geq p$ et que la série de terme $v_k$ converge, alors la série de terme $u_k$ converge.
Si $u_k \geq v_k$ pour tout $k \geq p$ et que la série de terme $v_k$ diverge, alors la série de terme $u_k$ diverge.
Si $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{u_k}{v_k} \neq 0$ et $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{u_k}{v_k} \neq +\infty$ , alors les séries considérées sont toutes deux convergentes ou toutes deux divergentes.

Les deux séries suivantes sont souvent utilisées comme séries de référence.

La série géométrique  $1 + r + r^2 + r^3 + \dots$  converge si  $|r| < 1$ , diverge sinon.

La série de Riemann  $1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \frac{1}{4^\alpha} + \dots$  converge si  $\alpha > 1$ , diverge sinon.

## Critère de l'intégrale

On note  $p$  un entier positif.

Si  $f$  est une fonction positive et décroissante dans l'intervalle  $[p; +\infty[$  et  $f(k) = u_k$ , alors

$$\text{la série de terme } u_k \text{ converge} \Leftrightarrow \int_p^{+\infty} f(x) dx \text{ existe}$$

Dans ce cas, on a  $\int_p^{+\infty} f(x) dx \leq \sum_{k=p}^{\infty} u_k \leq u_p + \int_p^{+\infty} f(x) dx$

## Convergence d'une série alternée

On considère une série de terme  $(-1)^k u_k$  avec  $u_k \geq 0$

La série converge si, pour tout  $k$ ,  $u_{k+1} \leq u_k$  et  $\lim_{k \rightarrow +\infty} u_k = 0$

Dans ce cas, on a  $\left| \sum_{k=n}^{\infty} (-1)^k u_k \right| \leq u_n$

## Convergence d'une série à termes quelconques

On considère une série de terme  $u_k$ .

Si la série de terme  $|u_k|$  converge, alors la série de terme  $u_k$  converge.

Si  $\lim_{k \rightarrow +\infty} u_k \neq 0$ , alors la série de terme  $u_k$  diverge.

Les réciproques de ces deux théorèmes sont fausses.

## Exemples de séries divergentes

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k} + \dots = +\infty \quad (\text{série harmonique})$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \dots = +\infty$$

$$1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \dots + \frac{1}{k^\alpha} + \dots = +\infty \quad \text{si } \alpha \leq 1$$

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^k + \dots = +\infty \quad \text{si } r \geq 1$$

## Exemples de séries convergentes

$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{k!} + \dots = e$
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^k} + \dots = 2$
$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^k + \dots = \frac{1}{1-r} \quad \text{si }  r  < 1$
$1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \dots + \frac{1}{k^\alpha} + \dots = \zeta(\alpha) \quad \text{si } \alpha > 1 \quad (\text{fonction z\eta de Riemann})$
$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6} = \zeta(2)$
$1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{81} + \frac{1}{256} + \dots + \frac{1}{k^4} + \dots = \frac{\pi^4}{90} = \zeta(4)$
$1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots + \frac{1}{(2k+1)^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$
$1 + \frac{1}{81} + \frac{1}{625} + \frac{1}{2401} + \dots + \frac{1}{(2k+1)^4} + \dots = \frac{\pi^4}{96}$
$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k \cdot (k+1)} + \dots = 1$
$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2k-1) \cdot (2k+1)} + \dots = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{k \cdot (k+2)} + \dots = \frac{3}{4}$
$\frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{11 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4k-1) \cdot (4k+1)} + \dots = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$
$1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^k \frac{1}{k!} + \dots = \frac{1}{e}$
$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^k \frac{1}{k+1} + \dots = \ln(2) \quad (\text{s\erie harmonique altern\ee})$
$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + (-1)^k \frac{1}{2k+1} + \dots = \frac{\pi}{4}$
$1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots + (-1)^k \frac{1}{(k+1)^2} + \dots = \frac{\pi^2}{12}$

## S\erie enti\ere

Une s\erie de terme g\en\eral  $u_k$  est appel\ee *s\erie enti\ere* si  $u_k = a_k x^k$  avec  $a_k \in \mathbb{R}$

<p><i>Rayon de convergence</i> : <math>r = \lim_{k \rightarrow +\infty} \left  \frac{a_k}{a_{k+1}} \right </math> ou <math>r = \frac{1}{\lim_{k \rightarrow +\infty} \sqrt[k]{ a_k }}</math></p> <p>La s\erie enti\ere de terme <math>a_k x^k</math> <math>\begin{cases} \text{converge} &amp; \text{si }  x  &lt; r \\ \text{diverge} &amp; \text{si }  x  &gt; r \end{cases}</math></p> <p>Si <math> x  = r</math>, il y a doute.</p> <p>Si <math>r = +\infty</math>, alors la s\erie enti\ere converge pour tout r\eel <math>x</math>.</p>
---

## Formule de Taylor d'ordre $n$

On note  $f$  une fonction  $n + 1$  fois continûment dérivable dans un intervalle ouvert  $I$  contenant  $a$ .

Pour tout  $x \in I$  :

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x)$$

$$\text{avec } R_n(x) = \int_a^x \frac{f^{(n+1)}(t)}{n!}(x-t)^n dt = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \text{ où } c \text{ est compris entre } a \text{ et } x.$$

$$\text{Estimation du reste : } |R_n(x)| \leq \frac{|x-a|^{n+1}}{(n+1)!} \sup_{t \in I} |f^{(n+1)}(t)|$$

Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} R_n(x) = 0$ , alors  $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$  et la série de terme  $\frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$  est appelée *série de Taylor de  $f$  centrée en  $a$* .

Si  $a = 0$ , on obtient la formule de MacLaurin :

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$$

# Développement en série entière de quelques fonctions

$f(x)$	Développement de $f$	Convergence
$e^x$	$1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^k}{k!} + \dots$	pour tout $x$
$\sin(x)$	$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \dots$	pour tout $x$
$\cos(x)$	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \dots$	pour tout $x$
$\tan(x)$	$x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots$	$ x  < \frac{\pi}{2}$
$\arcsin(x)$	$x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} + \dots$	$ x  < 1$
$\arccos(x)$	$\frac{\pi}{2} - x - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} - \dots$	$ x  < 1$
$\arctan(x)$	$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + \dots$	$ x  \leq 1$
$\sinh(x)$	$x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \dots$	pour tout $x$
$\cosh(x)$	$1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2k}}{(2k)!} + \dots$	pour tout $x$
$\tanh(x)$	$x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \dots$	$ x  < \frac{\pi}{2}$
$\frac{1}{1+x}$	$1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots + (-1)^k x^k + \dots$	$ x  < 1$
$\frac{1}{(1+x)^2}$	$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 + \dots + (-1)^k (k+1)x^k + \dots$	$ x  < 1$
$\sqrt{1+x}$	$1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \cdot 4}x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 + \dots$	$ x  \leq 1$
$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$	$1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 - \dots$	$-1 < x \leq 1$
$(1+x)^p$	$1 + px + \frac{p(p-1)}{2!}x^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}x^3 + \dots$	pour tout $x$ si $p \in \mathbb{N}$ $ x  < 1$ sinon
$\ln(1+x)$	$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^k \frac{x^{k+1}}{k+1} + \dots$	$-1 < x \leq 1$
$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$	$2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + \dots\right)$	$ x  < 1$
$\int_0^x e^{-t^2} dt$	$x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \frac{x^7}{7 \cdot 3!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1) \cdot k!} + \dots$	pour tout $x$

# Méthodes numériques

## Approximations du premier ordre

On note  $n$  un nombre entier positif et  $h$  un nombre réel.

Approximation	Erreur maximale si $ h  < \frac{1}{2}$
$\sin(h) \approx h$	$\frac{1}{6} h ^3$
$\cos(h) \approx 1$	$\frac{1}{2}h^2$
$\tan(h) \approx h$	$\frac{1}{2} h ^3$
$(1+h)^n \approx 1+nh$	$2^{n-3}n(n-1)h^2$
$\frac{1}{1+h} \approx 1-h$	$8h^2$
$\sqrt[n]{1+h} \approx 1 + \frac{1}{n}h$	$\sqrt[n]{2^{n-1}} \cdot \frac{n-1}{n^2}h^2$
$e^h \approx 1+h$	$h^2$
$\ln(1+h) \approx h$	$h^2$

### Cas général

On note  $f$  une fonction dérivable en  $x \in \mathbb{R}$

$$f(x+h) \approx f(x) + hf'(x) \quad \text{si } |h| \text{ est petit}$$

Si la fonction  $f$  est deux fois continûment dérivable sur un intervalle  $I$  contenant  $x$  et  $x+h$ , alors l'erreur est égale à  $\frac{1}{2}h^2 f''(c)$  avec  $c$  compris entre  $x$  et  $x+h$ .

### Exemples

On note  $p$  un nombre réel.

$\sin(x+h) \approx \sin(x) + h \cos(x)$	$(x+h)^p \approx x^p + hp x^{p-1}$
$\cos(x+h) \approx \cos(x) - h \sin(x)$	$e^{x+h} \approx (1+h)e^x$
$\tan(x+h) \approx \tan(x) + h(1 + \tan^2(x))$	$\ln(x+h) \approx \ln(x) + h \frac{1}{x}$

Pour les approximations d'ordre supérieur, voir formule de Taylor page 93.

## Calcul d'erreur

### Propagation d'une erreur $\Delta x$ par une fonction $y = f(x)$

Si  $x$  est un nombre réel dont on connaît une estimation  $x_0$ , avec  $|x - x_0| < \Delta x$ , on peut estimer  $y = f(x)$  par  $y_0 = f(x_0)$

Dans cette situation, on appelle  $\Delta y = |y - y_0|$  l'erreur absolue et  $\frac{\Delta y}{|y|}$  l'erreur relative.

Estimation de l'erreur absolue	$\Delta y \approx  f'(x_0) \Delta x$
Estimation de l'erreur relative	$\frac{\Delta y}{ y } \approx \left  \frac{f'(x_0)}{f(x_0)} \right  \Delta x$

### Cas particuliers

$y =$	$kx$	$x^k$	$e^x$	$\ln(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\Delta y \approx$	$ k \Delta x$	$ kx_0^{k-1}  \Delta x$	$e^{x_0} \Delta x$	$\frac{\Delta x}{ x_0 }$	$ \cos(x_0) \Delta x$	$ \sin(x_0) \Delta x$
$\frac{\Delta y}{ y } \approx$	$\frac{\Delta x}{ x_0 }$	$ k  \frac{\Delta x}{ x_0 }$	$\Delta x$	$\frac{\Delta x}{ x_0 \ln(x_0) }$	$ \cot(x_0) \Delta x$	$ \tan(x_0) \Delta x$

### Propagation d'erreurs $\Delta x$ et $\Delta y$ par une fonction $z = f(x, y)$

Si  $x$  et  $y$  sont des réels dont on connaît des estimations  $x_0$  et  $y_0$ , avec  $|x - x_0| < \Delta x$  et  $|y - y_0| < \Delta y$ , on peut estimer  $z = f(x, y)$  par  $z_0 = f(x_0, y_0)$

On note  $f'_x$  et  $f'_y$  les dérivées partielles de  $f$  par rapport à  $x$  et  $y$ . L'erreur absolue est ici  $\Delta z = |z - z_0|$

Estimation de l'erreur absolue	$\Delta z \approx  f'_x(x_0, y_0) \Delta x +  f'_y(x_0, y_0) \Delta y$
Estimation de l'erreur relative	$\frac{\Delta z}{ z } \approx \left  \frac{f'_x(x_0, y_0)}{f(x_0, y_0)} \right  \Delta x + \left  \frac{f'_y(x_0, y_0)}{f(x_0, y_0)} \right  \Delta y$

### Cas particuliers

$z =$	$x + y$	$x - y$	$xy$	$\frac{x}{y}$
$\Delta z \approx$	$\Delta x + \Delta y$	$\Delta x + \Delta y$	$y_0\Delta x + x_0\Delta y$	$\frac{ y_0 \Delta x +  x_0 \Delta y}{y_0^2}$
$\frac{\Delta z}{ z } \approx$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{ x_0 + y_0 }$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{ x_0 - y_0 }$	$\frac{\Delta x}{ x_0 } + \frac{\Delta y}{ y_0 }$	$\frac{\Delta x}{ x_0 } + \frac{\Delta y}{ y_0 }$



## Résolution numérique de l'équation $f(x) = 0$

On note  $f$  une fonction réelle continue sur un intervalle  $[a; b]$  telle que  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .

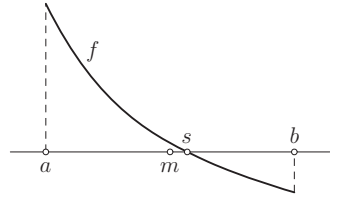
La notation  $y := x$  signifie que  $y$  prend la valeur  $x$  (affectation).

Les méthodes itératives suivantes permettent de calculer une valeur approximative d'un zéro  $s$  de  $f$  dans  $[a; b]$ .

### Méthode de bisection

On construit une suite d'intervalles emboîtés contenant  $s$ .

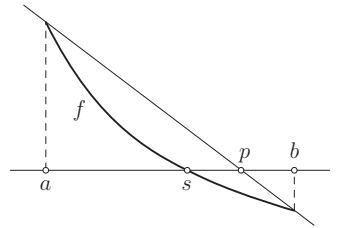
1.  $m := \frac{a+b}{2}$
2. Si  $f(m) \cdot f(b) < 0$  alors  $a := m$ , sinon  $b := m$
3. On reprend au point 1.



### Méthode de la sécante (regula falsi)

On construit une suite d'intervalles emboîtés contenant  $s$ .

1.  $p := \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}$
2. Si  $f(p) \cdot f(b) < 0$  alors  $a := p$ , sinon  $b := p$
3. On reprend au point 1.



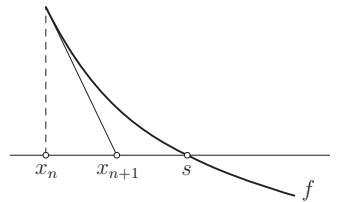
### Méthode de la tangente (Newton)

Hypothèses supplémentaires :

$$\begin{cases} f \text{ est deux fois dérivable sur } [a; b] \\ \text{sgn}(f''(x)) = \text{sgn}(f(a)), \text{ pour tout } x \in [a; b] \end{cases}$$

On construit une suite qui converge vers  $s$ .

$$\begin{aligned} x_0 &= a \\ x_{n+1} &= x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \end{aligned}$$



### Méthode du point fixe

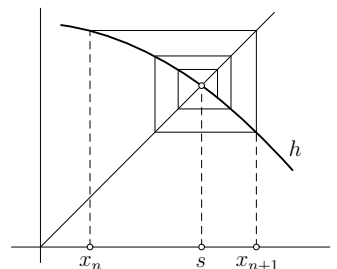
Hypothèse supplémentaire :

$h$  est une fonction dérivable sur  $[a; b]$  telle que

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Leftrightarrow h(x) = x \\ |h'(x)| < 1, \text{ pour tout } x \in [a; b] \end{cases}$$

On construit une suite qui converge vers  $s$ .

$$\begin{aligned} x_0 &\in [a; b] \\ x_{n+1} &= h(x_n) \end{aligned}$$



## Interpolation

On note  $P_0(x_0; y_0)$ ,  $P_1(x_1; y_1)$ ,  $\dots$ ,  $P_n(x_n; y_n)$  des points du plan dont les abscisses sont supposées différentes deux à deux.

### Polynôme de Lagrange

Il existe exactement un polynôme  $p$  de degré inférieur ou égal à  $n$  dont le graphe passe par les  $n + 1$  points donnés.

$$p(x) = y_0 \cdot \frac{l_0(x)}{l_0(x_0)} + y_1 \cdot \frac{l_1(x)}{l_1(x_1)} + \dots + y_n \cdot \frac{l_n(x)}{l_n(x_n)} = \sum_{i=0}^n y_i \cdot \frac{l_i(x)}{l_i(x_i)}$$

avec  $l_i(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n (x - x_k)$

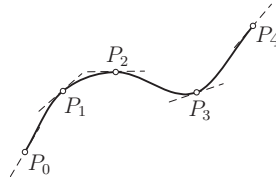
### Arcs de cubiques

Pour deux points  $P_0(x_0; y_0)$  et  $P_1(x_1; y_1)$  et deux nombres réels  $p_0$  et  $p_1$  donnés, il existe exactement un polynôme  $f: x \mapsto \alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$  tel que  $f(x_0) = y_0$ ,  $f(x_1) = y_1$ ,  $f'(x_0) = p_0$  et  $f'(x_1) = p_1$ . Si on pose  $h = x_1 - x_0$ ,  $t = \frac{x-x_0}{h}$  et  $g(t) = f(x_0 + ht)$ , les coefficients du polynôme  $g(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$  sont :

$a = 2y_0 - 2y_1 + p_0h + p_1h$	$b = -3y_0 + 3y_1 - 2p_0h - p_1h$	$c = p_0h$	$d = y_0$
---------------------------------	-----------------------------------	------------	-----------

Pour  $n + 1$  points donnés ( $n \geq 2$ ), on détermine pour chaque segment  $[x_i; x_{i+1}]$  cet arc de cubique en choisissant préalablement les pentes, par exemple :

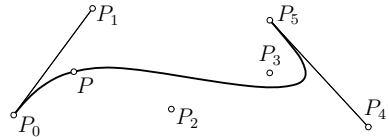
$p_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}}$	pour $0 < i < n$
$p_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$	
$p_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$	



### Courbes de Bézier

La courbe de Bézier de degré  $n$  associée aux points de contrôle  $P_0, P_1, \dots, P_n$  est l'ensemble des points donné par la représentation paramétrique :

$$\vec{OP} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \vec{OP}_k \quad \text{où } t \in [0; 1]$$



où  $\binom{n}{k}$  est un coefficient binomial, voir page 7.

Cette courbe passe par  $P_0$  et  $P_n$ . Les droites  $(P_0P_1)$  et  $(P_{n-1}P_n)$  sont des tangentes à la courbe.

## Méthode des moindres carrés

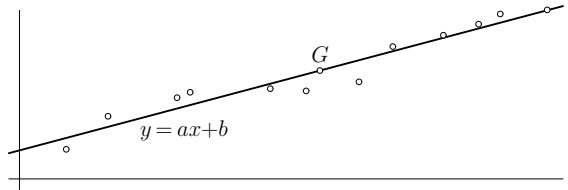
On note  $P_1(x_1; y_1), P_2(x_2; y_2), \dots, P_n(x_n; y_n)$  des points du plan. Les nombres  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$  et  $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$  sont les moyennes arithmétiques des coordonnées de ces points.

### Régression linéaire

La droite d'équation  $y = ax + b$  telle que la somme  $\sum_{k=1}^n (ax_k + b - y_k)^2$  soit minimale est appelée *droite de régression de y en x*. Ses coefficients sont

$$a = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k y_k - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \bar{x}^2}$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x}$$



Cette droite passe par le centre de gravité  $G(\bar{x}; \bar{y})$  de l'ensemble des points donnés.

Si on note  $\rho(X, Y)$  le coefficient de corrélation (voir page 110),  $\sigma_X$  l'écart type des valeurs  $x_i$  et  $\sigma_Y$  l'écart type des valeurs  $y_i$ , alors  $a = \rho(X, Y) \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$

De manière analogue, on peut calculer la *droite de régression de x en y*, d'équation  $x = cy + d$ .

Le coefficient de corrélation  $\rho = \rho(X, Y)$  vérifie la relation  $\rho^2 = a \cdot c$

Si  $\rho^2 = 1$ , alors les deux droites de régression sont confondues.

### Ajustement par une droite d'équation $y = ax$

La méthode des moindres carrés donne

$$a = \frac{\sum_{k=1}^n x_k y_k}{\sum_{k=1}^n x_k^2}$$

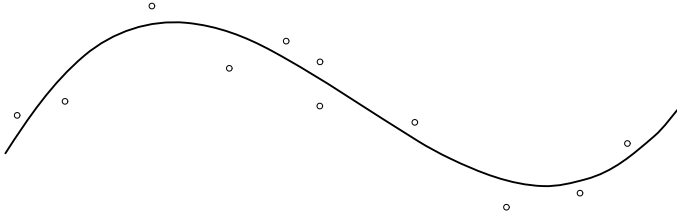
## Ajustement par un polynôme

Plus généralement, il existe un polynôme  $p(x) = a_m x^m + \dots + a_0$  de degré  $m$  ( $m < n$ ) tel que la somme  $\sum_{k=1}^n (p(x_k) - y_k)^2$  soit minimale. Ses coefficients sont les solutions du système d'équations linéaires  $MA = B$  avec

$$M = (m_{ij}) \quad \text{la matrice carrée avec } m_{ij} = \sum_{k=1}^n x_k^{i+j}, \quad 0 \leq i, j \leq m$$

$$A = (a_i) \quad \text{la matrice-colonne des coefficients du polynôme } p \text{ recherché}$$

$$B = (b_i) \quad \text{la matrice-colonne avec } b_i = \sum_{k=1}^n y_k \cdot x_k^i, \quad 0 \leq i \leq m$$



Pour  $m = n - 1$ , on obtient le polynôme de Lagrange (voir page 98). Pour  $m = 1$  on obtient la droite de régression de  $y$  en  $x$ .

## Intégration numérique

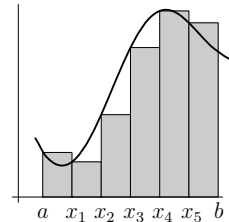
On note  $f$  une fonction intégrable dans un intervalle  $[a; b]$ . Pour déterminer une valeur approximative de l'intégrale  $I = \int_a^b f(x) dx$ , on subdivise  $[a; b]$  en  $n$  intervalles de même longueur  $\frac{b-a}{n}$ . Les abscisses des points de subdivision sont notés  $a, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, b$ .

### Méthode des rectangles

$$I \approx \frac{b-a}{n} (f(a) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}))$$

Erreur maximale  $\frac{b-a}{n} |f(b) - f(a)|$  si  $f$  est monotone

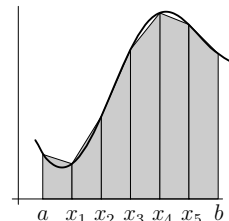
$$\frac{(b-a)^2}{2n} \sup_{t \in [a;b]} |f'(t)|$$
 si  $f$  est dérivable



### Méthode des trapèzes

$$I \approx \frac{b-a}{2n} (f(a) + 2[f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1})] + f(b))$$

Erreur maximale  $\frac{(b-a)^3}{12n^2} \sup_{t \in [a;b]} |f''(t)|$



## Méthode de Simpson pour $n$ pair

$$I \approx \frac{b-a}{3n} \left( f(a) + 4[f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1})] \right. \\ \left. + 2[f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{n-2})] + f(b) \right)$$

Erreur maximale  $\frac{(b-a)^5}{180n^4} \sup_{t \in [a;b]} |f^{(4)}(t)|$

## Résolution numérique d'une équation différentielle

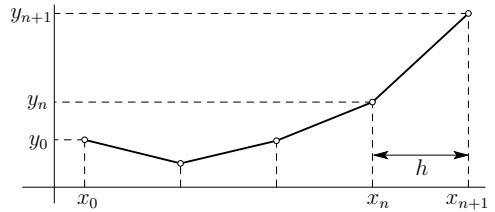
Une solution approximative de l'équation différentielle  $y' = f(x, y)$  vérifiant la condition initiale  $y(x_0) = y_0$  peut être obtenue de proche en proche (avec un pas de  $h$ ) à l'aide de l'une des méthodes itératives suivantes.

### Algorithme d'Euler

$$x_{n+1} = x_n + h$$

$$y_{n+1} = y_n + p_n h$$

avec  $p_n = f(x_n, y_n)$



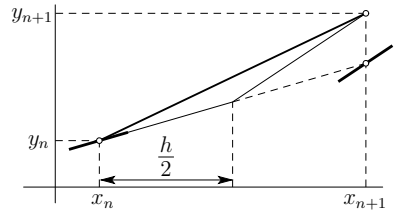
### Algorithme de Heun

$$x_{n+1} = x_n + h$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{p_n + q_n}{2} \cdot h$$

avec  $p_n = f(x_n, y_n)$

$$q_n = f(x_n + h, y_n + p_n h)$$



### Algorithme de Runge-Kutta (RK4)

$$x_{n+1} = x_n + h$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{p_n + 2q_n + 2r_n + s_n}{6} \cdot h$$

avec  $p_n = f(x_n, y_n)$

$$q_n = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + p_n \frac{h}{2}\right)$$

$$r_n = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + q_n \frac{h}{2}\right)$$

$$s_n = f(x_n + h, y_n + r_n h)$$



# Probabilités et statistique

## Probabilités

### Notations et définitions

On note  $U$  (*univers*) l'ensemble des issues possibles associées à une épreuve aléatoire donnée.

Un *événement* est un sous-ensemble de  $U$ . On note  $A, B, C, \dots$  des événements.

$\overline{U}$  est l'événement *certain* et  $\emptyset$  l'événement *impossible*.

$\overline{A}$  est l'événement *contraire* de  $A$  (on lit *non A*).

$A \cup B$  est l'événement *A ou B*.

$A \cap B$  est l'événement *A et B*. Si  $A \cap B = \emptyset$ , on dit que  $A$  et  $B$  sont *incompatibles*.

On note  $P(A)$  la probabilité de l'événement  $A$ .

### Propriétés

$P(U) = 1$	$P(\emptyset) = 0$	$0 \leq P(A) \leq 1$	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$	$A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
------------	--------------------	----------------------	------------------------------	--

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	$A$ et $B$ incompatibles $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$A_1, A_2, A_3, \dots$ incompatibles deux à deux	
$\Rightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots$	

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$	$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B)$	$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$
--	---	---

### Issues équiprobables

Si  $U$  est formé de  $n$  issues équiprobables et que l'événement  $A$  en contient  $k$ , alors  $P(A) = \frac{k}{n}$

### Probabilité conditionnelle

On note  $P(B|A)$  la probabilité conditionnelle de  $B$  sachant que  $A$  est réalisé.

$P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$	$P(A \cap B) = P(A) P(B A) = P(B) P(A B)$
$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots) = P(A_1) P(A_2 A_1) P(A_3 (A_1 \cap A_2)) \dots$	

## Événements indépendants

Si  $P(A \cap B) = P(A) P(B)$ , on dit que les événements  $A$  et  $B$  sont *indépendants*.

Dans ce cas, on a  $P(B|A) = P(B)$  et  $P(A|B) = P(A)$

## Théorème de la probabilité totale et théorème de Bayes

Si  $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup \dots \cup B_n = U$ ,  $B_i \cap B_j = \emptyset$  et  $P(B_i) \neq 0$  pour tout  $i, j$  ( $i \neq j$ ), alors

$$P(A) = P(A|B_1) P(B_1) + P(A|B_2) P(B_2) + P(A|B_3) P(B_3) + \dots + P(A|B_n) P(B_n)$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A|B_k) P(B_k)}{P(A)}$$

## Variable aléatoire

On note  $X$  une variable aléatoire,  $E(X)$  sa moyenne ou espérance,  $V(X)$  sa variance et  $S(X)$  son écart type.

Autres notations :  $M(X)$  ou  $\mu$  pour la moyenne,  $\text{Var}(X)$  pour la variance,  $\sigma$  pour l'écart type.

## Variable aléatoire discrète

Si la variable aléatoire  $X$  prend les valeurs  $x_1, x_2, x_3, \dots$  avec les probabilités respectives  $p_1, p_2, p_3, \dots$  telles que  $\sum_i p_i = 1$ , alors

$$E(X) = \sum_i p_i x_i \quad V(X) = \sum_i p_i (x_i - E(X))^2 = \sum_i p_i x_i^2 - E^2(X) \quad S(X) = \sqrt{V(X)}$$

## Variable aléatoire continue

On note  $f$  une fonction telle que  $f(x) \geq 0$  pour tout  $x$  réel et  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ .

On dit que  $f$  est la *densité de probabilité* associée à la variable aléatoire continue  $X$  si  $P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$ .

On dit que  $F$  est la *fonction de répartition* associée à  $X$  si  $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$ .

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) (x - E(X))^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - E^2(X)$$

$$S(X) = \sqrt{V(X)}$$

## Variations aléatoires indépendantes

Deux variables aléatoires discrètes  $X$  et  $Y$  sont *indépendantes* si, pour tout  $a, b$ , on a  $P((X = a) \text{ et } (Y = b)) = P(X = a) \cdot P(Y = b)$

Deux variables aléatoires continues  $X$  et  $Y$  sont *indépendantes* si, pour tout  $a, b, c, d$ , on a  $P((a < X \leq b) \text{ et } (c < Y \leq d)) = P(a < X \leq b) \cdot P(c < Y \leq d)$



## Propriétés de la moyenne et de la variance

On note  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires,  $k$  un réel et  $K$  la variable aléatoire constante correspondante, c'est-à-dire telle que  $P(K = k) = 1$

$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$	$E(KX) = kE(X)$	$E(K) = k$	$E(X + K) = E(X) + k$
Si $X$ et $Y$ sont indépendantes, alors $E(XY) = E(X) E(Y)$			

$V(X) = E(X^2) - E^2(X)$	$V(KX) = k^2V(X)$	$V(K) = 0$	$V(X + K) = V(X)$
Si $X$ et $Y$ sont indépendantes, alors $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$			

## Variable aléatoire centrée réduite

Si  $X$  est une variable aléatoire de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$ , alors la variable aléatoire *centrée réduite*  $X^* = \frac{X - \mu}{\sigma}$  a les propriétés suivantes  $E(X^*) = 0$  et  $S(X^*) = 1$

## Épreuves répétées indépendantes

On note  $X_1, X_2, \dots, X_n$  des variables aléatoires indépendantes de même moyenne  $\mu$  et de même écart type  $\sigma$ . La variable aléatoire  $T = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  a les propriétés suivantes :

$$E(T) = n\mu \quad S(T) = \sqrt{n} \sigma$$

Si  $n \rightarrow +\infty$ , la variable aléatoire centrée réduite  $T^*$  tend vers la loi normale centrée réduite (théorème central limite, voir page 110).

## Inégalité de Bienaymé-Tchébychev

On note  $X$  une variable aléatoire et  $k$  un réel positif. Alors

$$P(|X - E(X)| \geq k) \leq \frac{V(X)}{k^2}$$

Dans le cas d'épreuves répétées indépendantes et en appliquant cette inégalité à la variable aléatoire  $F = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ , on obtient la formule de Bernoulli :

$$P(|F - \mu| \geq k) \leq \frac{\sigma^2}{nk^2}$$

# Quelques lois de probabilité discrètes

## Loi binomiale

Cette loi s'applique aux épreuves de type tirages avec remise.

On note  $A$  un événement de probabilité  $p$ . La variable aléatoire  $X$  indique le nombre de fois que  $A$  se réalise lors de  $n$  tirages avec remise (épreuves successives indépendantes).

On dit que  $X$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ , notée  $\mathcal{B}(n; p)$ , et on a

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

## Loi hypergéométrique

Cette loi s'applique aux épreuves de type tirages sans remise.

On note  $N$  le nombre d'objets à disposition dont  $R$  ont une caractéristique  $C$  donnée. On tire  $n$  objets, sans remise, parmi ces  $N$  objets. La variable aléatoire  $X$  indique le nombre d'objets tirés qui ont la caractéristique  $C$ .

On dit que  $X$  suit une loi hypergéométrique de paramètres  $N$ ,  $R$  et  $n$ , notée  $\mathcal{H}(N; R; n)$ , et on a

$$P(X = k) = \frac{\binom{R}{k} \binom{N-R}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

## Loi géométrique

Cette loi s'applique aux épreuves de type tirages avec remise interrompus à la première réussite.

On note  $A$  un événement de probabilité  $p$ . La variable aléatoire  $X$  indique le nombre de tirages avec remise effectués jusqu'à ce que  $A$  se réalise.

On dit que  $X$  suit une loi géométrique de paramètre  $p$ , notée  $\mathcal{G}(p)$ , et on a

$$P(X = k) = p (1-p)^{k-1}$$

## Loi de Poisson

Cette loi s'applique aux épreuves dont la réussite est un phénomène rare et sans vieillissement, c'est-à-dire se produisant avec la même probabilité quel que soit le moment où on observe et pour une même durée d'observation.

La variable aléatoire  $X$ , de moyenne  $\lambda$ , indique le nombre de réussites se produisant dans un intervalle de temps donné.

On dit que  $X$  suit une loi de Poisson de paramètre  $\lambda$ , notée  $\mathcal{P}(\lambda)$ , et on a

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

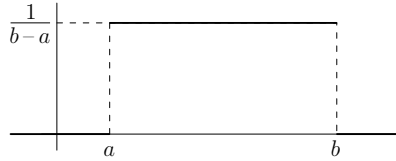
# Quelques lois de probabilité continues

On note  $f$  la densité de probabilité d'une variable aléatoire continue  $X$  et  $F$  sa fonction de répartition.

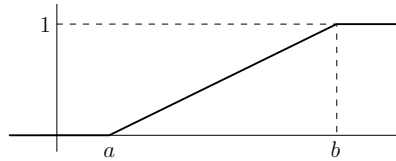
## Loi uniforme

On dit que  $X$  suit une loi uniforme de paramètres  $a$  et  $b$ , notée  $\mathcal{U}(a; b)$ , si sa densité est

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



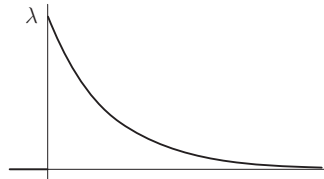
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } x > b \end{cases}$$



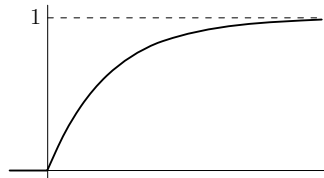
## Loi exponentielle

On dit que  $X$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  positif, notée  $\mathcal{E}(\lambda)$ , si sa densité est

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



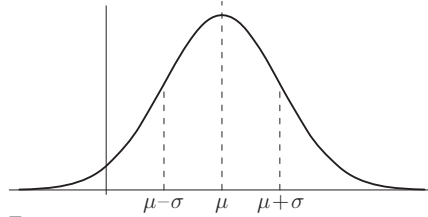
$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



## Loi normale de Laplace-Gauss

On dit que  $X$  suit une loi normale de moyenne  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$ , notée  $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$ , si sa densité est

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

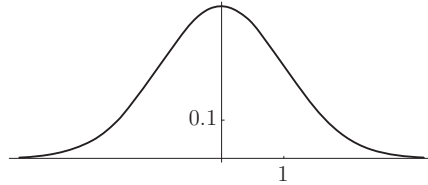


Il n'existe pas de forme analytique pour  $F$ .

### Loi normale centrée réduite

Toute loi normale peut être ramenée à une loi normale de moyenne 0 et d'écart type 1, notée  $\mathcal{N}(0; 1)$ , moyennant le changement de variable  $X^* = \frac{X - \mu}{\sigma}$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

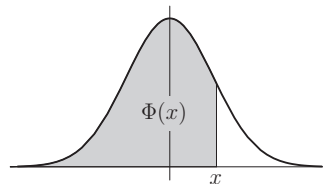


Il n'existe pas de forme analytique pour la fonction de répartition, notée  $\Phi$ . On trouve les valeurs de  $\Phi(x)$  dans les tables numériques (voir page 114).

$$\Phi(x) = P(X^* \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

### Propriétés

$P(a < X \leq b) = P\left(\frac{a - \mu}{\sigma} < X^* \leq \frac{b - \mu}{\sigma}\right)$ $= \Phi\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$
$P(X^* \leq -x) = \Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$
$P(-x < X^* \leq x) = 2\Phi(x) - 1$



# Moyenne et variance de quelques lois

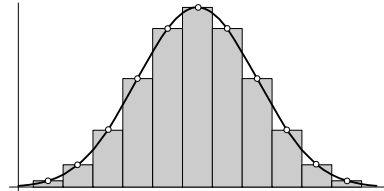
	moyenne	variance
Loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$	$np$	$np(1-p)$
Loi hypergéométrique $\mathcal{H}(N; R; n)$	$\frac{nR}{N}$	$\frac{nR}{N} \left(1 - \frac{R}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$
Loi géométrique $\mathcal{G}(p)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
Loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$	$\lambda$	$\lambda$
Loi uniforme $\mathcal{U}(a; b)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$	$\mu$	$\sigma^2$
Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$	0	1

## Approximations de lois

### Approximation de la loi binomiale par la loi normale

Si  $X$  suit une loi binomiale  $\mathcal{B}(n; p)$  avec  $n$  grand,  $np \geq 5$  et  $n(1-p) \geq 5$ , on peut estimer  $P(a \leq X \leq b)$  à l'aide de la loi normale  $\mathcal{N}(np; \sqrt{np(1-p)})$

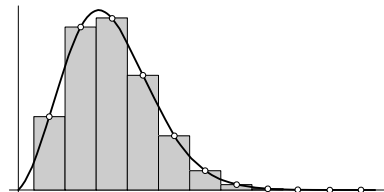
$$P(a \leq X \leq b) \approx \Phi\left(\frac{b + \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$



### Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson

Si  $X$  suit une loi binomiale  $\mathcal{B}(n; p)$  avec  $n$  grand,  $p$  petit et  $np < 5$ , on peut estimer  $P(X = k)$  à l'aide de la loi de Poisson  $\mathcal{P}(np)$ .

$$P(X = k) \approx \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$$



## Théorème central limite

On note  $T = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  la somme de  $n$  variables aléatoires indépendantes de même moyenne  $\mu$  et de même écart type  $\sigma$ .

La variable aléatoire centrée réduite  $T^* = \frac{T - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$  suit approximativement la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0; 1)$  si  $n \rightarrow +\infty$  :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(T^* \leq x) = \Phi(x)$

## Loi de probabilité à deux variables

### Loi de probabilité conjointe

On note  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires et  $p_{ij} = P(X = x_i; Y = y_j)$  la *probabilité conjointe* de  $X$  et  $Y$ .

	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_m$	Somme
$x_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	$\dots$	$p_{1m}$	$P(X = x_1)$
$x_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	$\dots$	$p_{2m}$	$P(X = x_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\vdots$
$x_n$	$p_{n1}$	$p_{n2}$	$\dots$	$p_{nm}$	$P(X = x_n)$
Somme	$P(Y = y_1)$	$P(Y = y_2)$	$\dots$	$P(Y = y_m)$	1

$$P(X = x_i) = \sum_{j=1}^m p_{ij}$$

$$P(Y = y_j) = \sum_{i=1}^n p_{ij}$$

### Covariance et corrélation

On note  $\mu_X$  et  $\mu_Y$  les moyennes des variables aléatoires  $X$  et  $Y$  et  $\sigma_X$  et  $\sigma_Y$  leurs écarts types.

La *covariance* de  $X$  et  $Y$  est

$$\text{Cov}(X, Y) = \sum_{i,j} p_{ij} (x_i - \mu_X)(y_j - \mu_Y) = E((X - \mu_X)(Y - \mu_Y)) = E(XY) - \mu_X\mu_Y$$

Le *coefficient de corrélation* de  $X$  et  $Y$  est  $\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

On a  $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, alors  $\rho(X, Y) = 0$ . La réciproque est fautive.

$Y = aX + b$  si et seulement si  $|\rho(X, Y)| = 1$  (pour le calcul de  $a$  et de  $b$ , voir page 99).

Les notions de loi de probabilité conjointe, de covariance et de coefficient de corrélation se généralisent à un nombre fini quelconque de variables aléatoires.

# Statistique

## Statistique descriptive

On dispose de  $n$  mesures  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

La mesure qui apparaît le plus souvent est appelée *mode* (il n'est pas forcément unique).

Moyenne $\bar{x}$	$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$
Variance $v$	$v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$
Écart type $s$	$s = \sqrt{v}$
Médiane $\tilde{x}$	Si les $x_i$ sont classés par ordre croissant, alors $\tilde{x} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}} & \text{si } n \text{ est impair} \\ \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n+2}{2}}) & \text{si } n \text{ est pair} \end{cases}$

## Estimateurs

On prélève un échantillon de taille  $n$  dans une population à étudier. On mesure une même caractéristique sur chaque individu de l'échantillon. On note  $x_1, x_2, \dots, x_n$  les valeurs obtenues.

	de l'échantillon	estimé(e) de la population	réel(le) de la population
Moyenne	$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$	$\hat{\mu} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$	$\mu$
Variance	$v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	$\hat{v} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2$	$\sigma^2$
Écart type	$s = \sqrt{v}$	$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{v}}$	$\sigma$

On a alors

$\hat{\mu} = \bar{x}$	$\hat{v} = \frac{n}{n-1} v$	$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} s$
-----------------------	-----------------------------	---

# Intervalle de confiance (bilatéral)

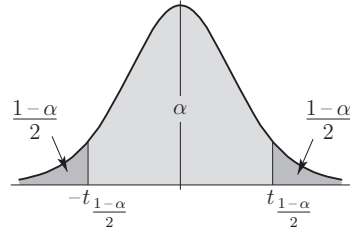
On appelle *intervalle de confiance* pour l'estimateur  $\hat{X}$  l'intervalle dans lequel la valeur réelle de  $X$  a une probabilité  $\alpha$  de se trouver. Cette probabilité  $\alpha$  est appelée *niveau de confiance*.

## Intervalle de confiance pour la moyenne d'une population normale

Sur la base d'un échantillon de taille  $n$ ,  $n < 30$ , la moyenne réelle  $\mu$  de la population est comprise dans l'intervalle de confiance au niveau  $\alpha$  :

$$\bar{x} - t_{\frac{1-\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{1-\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}$$

où  $t_{\frac{1-\alpha}{2}}$  est le coefficient de la loi de Student à  $\nu$  degrés de liberté au niveau  $\alpha$  ( $\nu = n - 1$ ).



Remarque

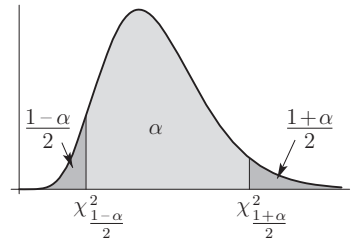
Si l'échantillon est de taille  $n$ ,  $n \geq 30$ , l'estimateur  $\hat{X}$  suit une loi normale centrée réduite. La moyenne réelle  $\mu$  de la population est donc comprise dans l'intervalle de confiance au niveau  $\alpha$  :  $\bar{x} - rs \leq \mu \leq \bar{x} + rs$  où  $r$  est tel que  $\Phi(r) = \frac{1+\alpha}{2}$

## Intervalle de confiance pour l'écart type d'une population normale

Sur la base d'un échantillon de taille  $n$ ,  $n < 30$ , l'écart type réel  $\sigma$  de la population est compris dans l'intervalle de confiance au niveau  $\alpha$  :

$$\frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi_{\frac{1-\alpha}{2}}^2}} \leq \sigma \leq \frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi_{\frac{1+\alpha}{2}}^2}}$$

où  $\chi_{\beta}^2$  est le coefficient de la loi du khi-carré à  $\nu$  degrés de liberté au niveau  $\beta$  ( $\nu = n - 1$ ).



Remarque

Si l'échantillon est de taille  $n$ ,  $n \geq 30$ , on utilise le fait que  $\sqrt{2\chi_{\beta}^2} - \sqrt{2\nu - 1}$  suit une loi normale centrée réduite pour calculer la valeur de  $\chi_{\beta}^2$

On a alors  $\chi_{\beta}^2 = \frac{1}{2}(r + \sqrt{2\nu - 1})^2$  où  $r$  est tel que  $\Phi(r) = \beta$

# Test d'hypothèse

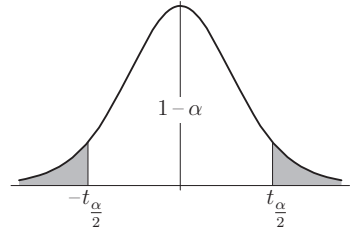
## Test de Student (bilatéral)

Le test de Student permet de vérifier si une population normale a une moyenne réelle  $\mu$ , avec une probabilité  $\alpha$  de se tromper. Cette probabilité  $\alpha$  est appelée *seuil*.



On note  $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}}$  l'écart type de cet échantillon par rapport à la moyenne  $\mu$  à tester.

Le nombre  $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n - 1}$  suit une distribution de Student à  $n - 1$  degrés de liberté.



On note  $H_0$  l'hypothèse "l'échantillon de taille  $n$  provient d'une population de moyenne  $\mu$ ".

On acceptera  $H_0$  au seuil  $\alpha$  si  $-t_{\frac{\alpha}{2}} \leq t \leq t_{\frac{\alpha}{2}}$  (on lit  $t_{\frac{\alpha}{2}}$  dans la table du test de Student à  $n - 1$  degrés de liberté, page 116).

## Test du khi-carré

Le test du  $\chi^2$  permet de vérifier si une distribution théorique peut ajuster une distribution empirique, c'est-à-dire si un échantillon prélevé dans une population suit une loi connue et de donner un seuil de confiance au résultat.

On répartit en  $k$  classes les valeurs prélevées dans l'échantillon.

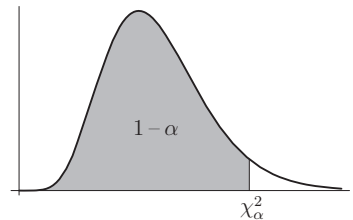
On note  $H_0$  l'hypothèse "l'échantillon réparti en  $k$  classes suit une loi connue de paramètres connus" et  $\alpha$  un seuil.

On note  $o_i$  l'effectif observé et  $e_i$  l'effectif espéré de la  $i$ -ème classe ( $1 \leq i \leq k$ ,  $\sum_{i=1}^k e_i = \sum_{i=1}^k o_i = n$ ).

Si tous les  $e_i$  sont supérieurs à 5, la variable aléatoire

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} + \frac{(o_2 - e_2)^2}{e_2} + \dots + \frac{(o_k - e_k)^2}{e_k} \\ &= \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \sum_{i=1}^k \frac{o_i^2}{e_i} - n \end{aligned}$$

suit une loi du  $\chi^2$  à  $k - 1$  degrés de liberté.



Si  $\chi^2 = 0$ , les fréquences observées sont égales aux fréquences espérées.

Plus  $\chi^2$  est grand, plus elles diffèrent.

On acceptera  $H_0$  au seuil  $\alpha$  si  $\chi^2 < \chi^2_{\alpha}$  (on lit  $\chi^2_{\alpha}$  dans la table du test du  $\chi^2$  à  $k - 1$  degrés de liberté, page 115).

# Fonction de répartition $\Phi$ de la loi normale $N(0; 1)$

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

# Loi du $\chi^2$ de Pearson

$\nu \backslash \alpha$	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.01003	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.5966
3	0.07172	0.11483	0.21580	0.35185	0.58437	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8382
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8603
5	0.41174	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031	9.23636	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.67572	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	21.9550
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5894
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	25.1882
11	2.60322	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7568
12	3.07382	3.57057	4.40379	5.22603	6.30380	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
13	3.56503	4.10692	5.00875	5.89186	7.04150	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	29.8195
14	4.07467	4.66043	5.62873	6.57063	7.78953	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412	31.3193
15	4.60092	5.22935	6.26214	7.26094	8.54676	22.3071	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
16	5.14221	5.81221	6.90766	7.96165	9.31224	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
17	5.69722	6.40776	7.56419	8.67176	10.0852	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
18	6.26480	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1565
19	6.84397	7.63273	8.90652	10.1170	11.6509	27.2036	30.1435	32.8523	36.1909	38.5823
20	7.43384	8.26040	9.59078	10.8508	12.4426	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.03365	8.89720	10.2829	11.5913	13.2396	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322	41.4011
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7957
23	9.26042	10.1957	11.6886	13.0905	14.8480	32.0069	35.1725	38.0756	41.6384	44.1813
24	9.88623	10.8564	12.4012	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798	45.5585
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9279
26	11.1602	12.1981	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9232	45.6417	48.2899
27	11.8076	12.8785	14.5734	16.1514	18.1139	36.7412	40.1133	43.1945	46.9629	49.6449
28	12.4613	13.5647	15.3079	16.9279	18.9392	37.9159	41.3371	44.4608	48.2782	50.9934
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7084	19.7677	39.0875	42.5570	45.7223	49.5879	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4927	20.5992	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922	53.6720

# Loi du $T$ de Student-Fisher (test bilatéral)

$\nu \backslash \alpha$	0.5	0.4	0.2	0.15	0.1	0.05	0.04	0.02	0.01	0.001
1	1.00000	1.37638	3.07768	4.16530	6.31375	12.7062	15.8945	31.8205	63.6567	636.619
2	.816497	1.06066	1.88562	2.28193	2.91999	4.30265	4.84873	6.96456	9.92484	31.5991
3	.764892	.978472	1.63774	1.92432	2.35336	3.18245	3.48191	4.54070	5.84091	12.9240
4	.740697	.940965	1.53321	1.77819	2.13185	2.77645	2.99853	3.74695	4.60409	8.61030
5	.726687	.919544	1.47588	1.69936	2.01505	2.57058	2.75651	3.36493	4.03214	6.86883
6	.717558	.905703	1.43976	1.65017	1.94318	2.44691	2.61224	3.14267	3.70743	5.95882
7	.711142	.896030	1.41492	1.61659	1.89458	2.36462	2.51675	2.99795	3.49948	5.40788
8	.706387	.888890	1.39682	1.59222	1.85955	2.30600	2.44898	2.89646	3.35539	5.04131
9	.702722	.883404	1.38303	1.57374	1.83311	2.26216	2.39844	2.82144	3.24984	4.78091
10	.699812	.879058	1.37218	1.55924	1.81246	2.22814	2.35931	2.76377	3.16927	4.58689
11	.697445	.875530	1.36343	1.54756	1.79588	2.20099	2.32814	2.71808	3.10581	4.43698
12	.695483	.872609	1.35622	1.53796	1.78229	2.17881	2.30272	2.68100	3.05454	4.31779
13	.693829	.870152	1.35017	1.52992	1.77093	2.16037	2.28160	2.65031	3.01228	4.22083
14	.692417	.868055	1.34503	1.52310	1.76131	2.14479	2.26378	2.62449	2.97684	4.14045
15	.691197	.866245	1.34061	1.51723	1.75305	2.13145	2.24854	2.60248	2.94671	4.07277
16	.690132	.864667	1.33676	1.51213	1.74588	2.11991	2.23536	2.58349	2.92078	4.01500
17	.689195	.863279	1.33338	1.50766	1.73961	2.10982	2.22385	2.56693	2.89823	3.96513
18	.688364	.862049	1.33039	1.50371	1.73406	2.10092	2.21370	2.55238	2.87844	3.92165
19	.687621	.860951	1.32773	1.50019	1.72913	2.09302	2.20470	2.53948	2.86093	3.88341
20	.686954	.859964	1.32534	1.49704	1.72472	2.08596	2.19666	2.52798	2.84534	3.84952
21	.686352	.859074	1.32319	1.49419	1.72074	2.07961	2.18943	2.51765	2.83136	3.81928
22	.685805	.858266	1.32124	1.49162	1.71714	2.07387	2.18289	2.50832	2.81876	3.79213
23	.685306	.857530	1.31946	1.48928	1.71387	2.06866	2.17696	2.49987	2.80734	3.76763
24	.684850	.856855	1.31784	1.48714	1.71088	2.06390	2.17154	2.49216	2.79694	3.74540
25	.684430	.856236	1.31635	1.48517	1.70814	2.05954	2.16659	2.48511	2.78744	3.72514
26	.684043	.855665	1.31497	1.48336	1.70562	2.05553	2.16203	2.47863	2.77871	3.70661
27	.683685	.855137	1.31370	1.48169	1.70329	2.05183	2.15782	2.47266	2.77068	3.68959
28	.683353	.854647	1.31253	1.48014	1.70113	2.04841	2.15393	2.46714	2.76326	3.67391
29	.683044	.854192	1.31143	1.47870	1.69913	2.04523	2.15033	2.46202	2.75639	3.65941
30	.682756	.853767	1.31042	1.47736	1.69726	2.04227	2.14697	2.45726	2.75000	3.64596

# Tables de mortalité de la population suisse (1998–2003)

Extrait des tables de l'Office Fédéral de la Statistique, reproduites avec son aimable autorisation.

On note  $x$  l'âge d'un homme  
 $y$  l'âge d'une femme  
 $l_x(l_y)$  le nombre de survivants à l'âge  $x$  ( $y$ )  
 $p_x(p_y)$  la probabilité de survie à l'âge  $x$  ( $y$ )  
 $q_x(q_y)$  la probabilité de décès à l'âge  $x$  ( $y$ )  
 $e_x(e_y)$  l'espérance moyenne de vie à l'âge  $x$  ( $y$ )

## Hommes

$x$	$l_x$	$p_x$	$q_x$	$e_x$
0	100000	0.994662	0.005338	77.22
1	99466	0.999597	0.000403	76.63
2	99426	0.999688	0.000312	75.66
3	99395	0.999771	0.000229	74.69
4	99372	0.999820	0.000180	73.70
5	99354	0.999850	0.000150	72.72
6	99340	0.999868	0.000132	71.73
7	99326	0.999878	0.000122	70.74
8	99314	0.999881	0.000119	69.75
9	99302	0.999878	0.000122	68.75
10	99290	0.999871	0.000129	67.76
11	99278	0.999857	0.000143	66.77
12	99263	0.999837	0.000163	65.78
13	99247	0.999808	0.000192	64.79
14	99228	0.999766	0.000234	63.80
15	99205	0.999703	0.000297	62.82
16	99176	0.999607	0.000393	61.84
17	99137	0.999474	0.000526	60.86
18	99084	0.999313	0.000687	59.89
19	99016	0.999156	0.000844	58.93
20	98933	0.999049	0.000951	57.98
21	98839	0.999003	0.000997	57.04
22	98740	0.999002	0.000998	56.09
23	98642	0.999024	0.000976	55.15
24	98545	0.999047	0.000953	54.20
25	98451	0.999066	0.000934	53.25
26	98359	0.999081	0.000919	52.30
27	98269	0.999092	0.000908	51.35
28	98180	0.999098	0.000902	50.40
29	98091	0.999099	0.000901	49.44
30	98003	0.999095	0.000905	48.49
31	97914	0.999083	0.000917	47.53
32	97824	0.999065	0.000935	46.57
33	97733	0.999038	0.000962	45.62
34	97639	0.999002	0.000998	44.66
35	97541	0.998955	0.001045	43.70
36	97439	0.998898	0.001102	42.75
37	97332	0.998830	0.001170	41.80
38	97218	0.998751	0.001249	40.84
39	97097	0.998658	0.001342	39.89
40	96967	0.998552	0.001448	38.95
41	96826	0.998432	0.001568	38.00
42	96674	0.998296	0.001704	37.06
43	96510	0.998143	0.001857	36.12
44	96330	0.997973	0.002027	35.19
45	96135	0.997783	0.002217	34.26
46	95922	0.997573	0.002427	33.34
47	95689	0.997340	0.002660	32.42
48	95435	0.997081	0.002919	31.50

## Femmes

$y$	$l_y$	$p_y$	$q_y$	$e_y$
0	100000	0.995828	0.004172	82.82
1	99583	0.999650	0.000350	82.16
2	99548	0.999800	0.000200	81.19
3	99528	0.999837	0.000163	80.21
4	99512	0.999865	0.000135	79.22
5	99498	0.999886	0.000114	78.23
6	99487	0.999901	0.000099	77.24
7	99477	0.999912	0.000088	76.25
8	99468	0.999919	0.000081	75.25
9	99460	0.999921	0.000079	74.26
10	99453	0.999920	0.000080	73.27
11	99445	0.999915	0.000085	72.27
12	99436	0.999904	0.000096	71.28
13	99427	0.999884	0.000116	70.28
14	99415	0.999856	0.000144	69.29
15	99401	0.999822	0.000178	68.30
16	99383	0.999784	0.000216	67.31
17	99362	0.999748	0.000252	66.33
18	99337	0.999717	0.000283	65.35
19	99309	0.999695	0.000305	64.36
20	99278	0.999684	0.000316	63.38
21	99247	0.999681	0.000319	62.40
22	99215	0.999684	0.000316	61.42
23	99184	0.999687	0.000313	60.44
24	99153	0.999687	0.000313	59.46
25	99122	0.999683	0.000317	58.48
26	99090	0.999675	0.000325	57.50
27	99058	0.999664	0.000336	56.52
28	99025	0.999650	0.000350	55.54
29	98990	0.999632	0.000368	54.55
30	98954	0.999611	0.000389	53.57
31	98915	0.999587	0.000413	52.59
32	98875	0.999559	0.000441	51.62
33	98831	0.999528	0.000472	50.64
34	98784	0.999494	0.000506	49.66
35	98734	0.999456	0.000544	48.69
36	98681	0.999414	0.000586	47.71
37	98623	0.999367	0.000633	46.74
38	98560	0.999315	0.000685	45.77
39	98493	0.999257	0.000743	44.80
40	98420	0.999193	0.000807	43.83
41	98340	0.999120	0.000880	42.87
42	98254	0.999039	0.000961	41.91
43	98159	0.998948	0.001052	40.95
44	98056	0.998845	0.001155	39.99
45	97943	0.998731	0.001269	39.04
46	97818	0.998602	0.001398	38.08
47	97682	0.998460	0.001540	37.14
48	97531	0.998303	0.001697	36.19

## Hommes

## Femmes

$x$	$l_x$	$p_x$	$q_x$	$e_x$
49	95156	0.996794	0.003206	30.59
50	94851	0.996477	0.003523	29.69
51	94517	0.996127	0.003873	28.79
52	94151	0.995742	0.004258	27.90
53	93750	0.995318	0.004682	27.02
54	93311	0.994853	0.005147	26.14
55	92831	0.994343	0.005657	25.28
56	92305	0.993782	0.006218	24.42
57	91731	0.993167	0.006833	23.57
58	91105	0.992491	0.007509	22.73
59	90421	0.991747	0.008253	21.89
60	89674	0.990929	0.009071	21.07
61	88861	0.990029	0.009971	20.26
62	87975	0.989037	0.010963	19.46
63	87010	0.987944	0.012056	18.67
64	85961	0.986738	0.013262	17.89
65	84821	0.985406	0.014594	17.12
66	83584	0.983930	0.016070	16.37
67	82240	0.982293	0.017707	15.63
68	80874	0.980474	0.019526	14.90
69	79207	0.978446	0.021554	14.19
70	77500	0.976181	0.023819	13.49
71	75654	0.973645	0.026355	12.81
72	73660	0.970799	0.029201	12.14
73	71509	0.967596	0.032404	11.49
74	69192	0.963984	0.036016	10.86
75	66700	0.959919	0.040081	10.25
76	64026	0.955352	0.044648	9.65
77	61167	0.950235	0.049765	9.08
78	58124	0.944520	0.055480	8.53
79	54899	0.938157	0.061843	8.00
80	51504	0.931098	0.068902	7.50
81	47955	0.923299	0.076701	7.02
82	44277	0.914721	0.085279	6.56
83	40501	0.905332	0.094668	6.12
84	36667	0.895106	0.104894	5.71
85	32821	0.883995	0.116005	5.32
86	29013	0.871946	0.128054	4.95
87	25298	0.858903	0.141097	4.61
88	21729	0.844810	0.155190	4.28
89	18356	0.829609	0.170391	3.97
90	15229	0.813240	0.186760	3.69
91	12385	0.795642	0.204358	3.42
92	9854	0.776754	0.223246	3.17
93	7654	0.756512	0.243488	2.94
94	5790	0.734884	0.265116	2.72
95	4255	0.711977	0.288023	2.52
96	3030	0.687988	0.312012	2.34
97	2084	0.663192	0.336808	2.18
98	1382	0.637941	0.362059	2.03
99	882	0.612671	0.387329	1.90
100	540	0.587901	0.412099	1.78
101	318	0.564226	0.435774	1.68
102	179	0.542305	0.457695	1.59
103	97	0.522838	0.477162	1.51
104	51	0.506548	0.493452	1.43
105	26	0.494137	0.505863	1.34
106	13	0.486256	0.513744	1.20
107	6	0.431982	0.568018	0.93
108	3	0.000000	1.000000	0.50

$y$	$l_y$	$p_y$	$q_y$	$e_y$
49	97366	0.998130	0.001870	35.25
50	97184	0.997942	0.002058	34.32
51	96984	0.997739	0.002261	33.39
52	96764	0.997521	0.002479	32.46
53	96525	0.997289	0.002711	31.54
54	96263	0.997044	0.002956	30.63
55	95978	0.996787	0.003213	29.72
56	95670	0.996514	0.003486	28.81
57	95336	0.996225	0.003775	27.91
58	94977	0.995916	0.004084	27.01
59	94589	0.995584	0.004416	26.12
60	94171	0.995225	0.004775	25.24
61	93721	0.994834	0.005166	24.35
62	93237	0.994406	0.005594	23.48
63	92715	0.993932	0.006068	22.61
64	92153	0.993404	0.006596	21.74
65	91545	0.992813	0.007187	20.88
66	90887	0.992148	0.007852	20.03
67	90173	0.991395	0.008605	19.19
68	89397	0.990538	0.009462	18.35
69	88552	0.989559	0.010441	17.52
70	87627	0.988434	0.011566	16.70
71	86614	0.987134	0.012866	15.89
72	85499	0.985625	0.014375	15.09
73	84270	0.983862	0.016138	14.30
74	82910	0.981794	0.018206	13.53
75	81401	0.979369	0.020631	12.77
76	79721	0.976532	0.023468	12.03
77	77850	0.973218	0.026782	11.30
78	75766	0.969355	0.030645	10.60
79	73444	0.964862	0.035138	9.92
80	70863	0.959651	0.040349	9.26
81	68004	0.953627	0.046373	8.63
82	64850	0.946688	0.053312	8.03
83	61393	0.938729	0.061271	7.45
84	57631	0.929648	0.070352	6.91
85	53577	0.919354	0.080646	6.39
86	49256	0.907775	0.092225	5.91
87	44713	0.894864	0.105136	5.46
88	40012	0.880611	0.119389	5.04
89	35235	0.865054	0.134946	4.65
90	30481	0.848288	0.151712	4.30
91	25856	0.830483	0.169517	3.98
92	21473	0.811886	0.188114	3.69
93	17434	0.792835	0.207165	3.43
94	13822	0.773692	0.226308	3.20
95	10694	0.754601	0.245399	2.99
96	8070	0.735601	0.264399	2.80
97	5936	0.716672	0.283328	2.63
98	4254	0.697736	0.302264	2.47
99	2968	0.678650	0.321350	2.32
100	2014	0.659208	0.340792	2.18
101	1328	0.639134	0.360866	2.04
102	849	0.618077	0.381923	1.92
103	525	0.595607	0.404393	1.79
104	312	0.571199	0.428801	1.67
105	178	0.544216	0.455784	1.54
106	97	0.513885	0.486115	1.41
107	50	0.479259	0.520741	1.27
108	24	0.439166	0.560834	1.11
109	11	0.392143	0.607857	0.89
110	4	0.000000	1.000000	0.50

# Nombres premiers inférieurs à 5000

2	353	811	1297	1823	2371	2909	3517	4073	4663
3	359	821	1301	1831	2377	2917	3527	4079	4673
5	367	823	1303	1847	2381	2927	3529	4091	4679
7	373	827	1307	1861	2383	2939	3533	4093	4691
11	379	829	1319	1867	2389	2953	3539	4099	4703
13	383	839	1321	1871	2393	2957	3541	4111	4721
17	389	853	1327	1873	2399	2963	3547	4127	4723
19	397	857	1361	1877	2411	2969	3557	4129	4729
23	401	859	1367	1879	2417	2971	3559	4133	4733
29	409	863	1373	1889	2423	2999	3571	4139	4751
31	419	877	1381	1901	2437	3001	3581	4153	4759
37	421	881	1399	1907	2441	3011	3583	4157	4783
41	431	883	1409	1913	2447	3019	3593	4159	4787
43	433	887	1423	1931	2459	3023	3607	4177	4789
47	439	907	1427	1933	2467	3037	3613	4201	4793
53	443	911	1429	1949	2473	3041	3617	4211	4799
59	449	919	1433	1951	2477	3049	3623	4217	4801
61	457	929	1439	1973	2503	3061	3631	4219	4813
67	461	937	1447	1979	2521	3067	3637	4229	4817
71	463	941	1451	1987	2531	3079	3643	4231	4831
73	467	947	1453	1993	2539	3083	3659	4241	4861
79	479	953	1459	1997	2543	3089	3671	4243	4871
83	487	967	1471	1999	2549	3109	3673	4253	4877
89	491	971	1481	2003	2551	3119	3677	4259	4889
97	499	977	1483	2011	2557	3121	3691	4261	4903
101	503	983	1487	2017	2579	3137	3697	4271	4909
103	509	991	1489	2027	2591	3163	3701	4273	4919
107	521	997	1493	2029	2593	3167	3709	4283	4931
109	523	1009	1499	2039	2609	3169	3719	4289	4933
113	541	1013	1511	2053	2617	3181	3727	4297	4937
127	547	1019	1523	2063	2621	3187	3733	4327	4943
131	557	1021	1531	2069	2633	3191	3739	4337	4951
137	563	1031	1543	2081	2647	3203	3761	4339	4957
139	569	1033	1549	2083	2657	3209	3767	4349	4967
149	571	1039	1553	2087	2659	3217	3769	4357	4969
151	577	1049	1559	2089	2663	3221	3779	4363	4973
157	587	1051	1567	2099	2671	3229	3793	4373	4987
163	593	1061	1571	2111	2677	3251	3797	4391	4993
167	599	1063	1579	2113	2683	3253	3803	4397	4999
173	601	1069	1583	2129	2687	3257	3821	4409	
179	607	1087	1597	2131	2689	3259	3823	4421	
181	613	1091	1601	2137	2693	3271	3833	4423	
191	617	1093	1607	2141	2699	3299	3847	4441	
193	619	1097	1609	2143	2707	3301	3851	4447	
197	631	1103	1613	2153	2711	3307	3853	4451	
199	641	1109	1619	2161	2713	3313	3863	4457	
211	643	1117	1621	2179	2719	3319	3877	4463	
223	647	1123	1627	2203	2729	3323	3881	4481	
227	653	1129	1637	2207	2731	3329	3889	4483	
229	659	1151	1657	2213	2741	3331	3907	4493	
233	661	1153	1663	2221	2749	3343	3911	4507	
239	673	1163	1667	2237	2753	3347	3917	4513	
241	677	1171	1669	2239	2757	3359	3919	4517	
251	683	1181	1693	2243	2777	3361	3923	4519	
257	691	1187	1697	2251	2789	3371	3929	4523	
263	701	1193	1699	2267	2791	3373	3931	4547	
269	709	1201	1709	2269	2797	3389	3943	4549	
271	719	1213	1721	2273	2801	3391	3947	4561	
277	727	1217	1723	2281	2803	3407	3967	4567	
281	733	1223	1733	2287	2819	3413	3989	4583	
283	739	1229	1741	2293	2833	3433	4001	4591	
293	743	1231	1747	2297	2837	3449	4003	4597	
307	751	1237	1753	2309	2843	3457	4007	4603	
311	757	1249	1759	2311	2851	3461	4013	4621	
313	761	1259	1777	2333	2857	3463	4019	4637	
317	769	1277	1783	2339	2861	3467	4021	4639	
331	773	1279	1787	2341	2879	3469	4027	4643	
337	787	1283	1789	2347	2887	3491	4049	4649	
347	797	1289	1801	2351	2897	3499	4051	4651	
349	809	1291	1811	2357	2903	3511	4057	4657	

# Factorisation des nombres composés inférieurs à 5000 et non divisibles par 2, 3 ou 5

49 = 7 <sup>2</sup>	671 = 11 · 61	1147 = 31 · 37	1603 = 7 · 229	2033 = 19 · 107	2471 = 7 · 353
77 = 7 · 11	679 = 7 · 97	1157 = 13 · 89	1631 = 7 · 233	2041 = 13 · 157	2479 = 37 · 67
91 = 7 · 13	689 = 13 · 53	1159 = 19 · 61	1633 = 23 · 71	2047 = 23 · 89	2483 = 13 · 191
119 = 7 · 17	697 = 17 · 41	1169 = 7 · 167	1639 = 11 · 149	2051 = 7 · 293	2489 = 19 · 131
121 = 11 <sup>2</sup>	703 = 19 · 37	1177 = 11 · 107	1643 = 31 · 53	2057 = 11 <sup>2</sup> · 17	2491 = 47 · 53
133 = 7 · 19	707 = 7 · 101	1183 = 7 · 13 <sup>2</sup>	1649 = 17 · 97	2059 = 29 · 71	2497 = 11 · 227
143 = 11 · 13	713 = 23 · 31	1189 = 29 · 41	1651 = 13 · 127	2071 = 19 · 109	2501 = 41 · 61
161 = 7 · 23	721 = 7 · 103	1199 = 11 · 109	1661 = 11 · 151	2077 = 31 · 67	2507 = 23 · 109
169 = 13 <sup>2</sup>	731 = 17 · 43	1207 = 17 · 71	1673 = 7 · 239	2093 = 7 · 13 · 23	2509 = 13 · 193
187 = 11 · 17	737 = 11 · 67	1211 = 7 · 173	1679 = 23 · 73	2101 = 11 · 191	2513 = 7 · 359
203 = 7 · 29	749 = 7 · 107	1219 = 23 · 53	1681 = 41 <sup>2</sup>	2107 = 7 <sup>2</sup> · 43	2519 = 11 · 229
209 = 11 · 19	763 = 7 · 109	1241 = 17 · 73	1687 = 7 · 241	2117 = 29 · 73	2527 = 7 · 19 <sup>2</sup>
217 = 7 · 31	767 = 13 · 59	1243 = 11 · 113	1691 = 19 · 89	2119 = 13 · 163	2533 = 17 · 149
221 = 13 · 17	779 = 19 · 41	1247 = 29 · 43	1703 = 13 · 131	2123 = 11 · 193	2537 = 43 · 59
247 = 13 · 19	781 = 11 · 71	1253 = 7 · 179	1711 = 29 · 59	2147 = 19 · 113	2561 = 13 · 197
253 = 11 · 23	791 = 7 · 113	1261 = 13 · 97	1717 = 17 · 101	2149 = 7 · 307	2563 = 11 · 233
259 = 7 · 37	793 = 13 · 61	1267 = 7 · 181	1727 = 11 · 157	2159 = 17 · 127	2567 = 17 · 151
287 = 7 · 41	799 = 17 · 47	1271 = 31 · 41	1729 = 7 · 13 · 19	2167 = 11 · 197	2569 = 7 · 367
289 = 17 <sup>2</sup>	803 = 11 · 73	1273 = 19 · 67	1739 = 37 · 47	2171 = 13 · 167	2573 = 31 · 83
299 = 13 · 23	817 = 19 · 43	1309 = 7 · 11 · 17	1751 = 17 · 103	2173 = 41 · 53	2581 = 29 · 89
301 = 7 · 43	833 = 7 <sup>2</sup> · 17	1313 = 13 · 101	1757 = 7 · 251	2177 = 7 · 311	2587 = 13 · 199
319 = 11 · 29	841 = 29 <sup>2</sup>	1331 = 11 <sup>3</sup>	1763 = 41 · 43	2183 = 37 · 59	2597 = 7 <sup>2</sup> · 53
323 = 17 · 19	847 = 7 · 11 <sup>2</sup>	1333 = 31 · 43	1769 = 29 · 61	2189 = 11 · 199	2599 = 23 · 113
329 = 7 · 47	851 = 23 · 37	1337 = 7 · 191	1771 = 7 · 11 · 23	2191 = 7 · 313	2603 = 19 · 137
341 = 11 · 31	869 = 11 · 79	1339 = 13 · 103	1781 = 13 · 137	2197 = 13 <sup>3</sup>	2611 = 7 · 373
343 = 7 <sup>3</sup>	871 = 13 · 67	1343 = 17 · 79	1793 = 11 · 163	2201 = 31 · 71	2623 = 43 · 61
361 = 19 <sup>2</sup>	889 = 7 · 127	1349 = 19 · 71	1799 = 7 · 257	2209 = 47 <sup>2</sup>	2627 = 37 · 71
371 = 7 · 53	893 = 19 · 47	1351 = 7 · 193	1807 = 13 · 139	2219 = 7 · 317	2629 = 11 · 239
377 = 13 · 29	899 = 29 · 31	1357 = 23 · 59	1813 = 7 <sup>2</sup> · 37	2227 = 17 · 131	2639 = 7 · 13 · 29
391 = 17 · 23	901 = 17 · 53	1363 = 29 · 47	1817 = 23 · 79	2231 = 23 · 97	2641 = 19 · 139
403 = 13 · 31	913 = 11 · 83	1369 = 37 <sup>2</sup>	1819 = 17 · 107	2233 = 7 · 11 · 29	2651 = 11 · 241
407 = 11 · 37	917 = 7 · 131	1379 = 7 · 197	1829 = 31 · 59	2249 = 13 · 173	2653 = 7 · 379
413 = 7 · 59	923 = 13 · 71	1387 = 19 · 73	1837 = 11 · 167	2257 = 37 · 61	2669 = 17 · 157
427 = 7 · 61	931 = 7 <sup>2</sup> · 19	1391 = 13 · 107	1841 = 7 · 263	2261 = 7 · 17 · 19	2681 = 7 · 383
437 = 19 · 23	943 = 23 · 41	1393 = 7 · 199	1843 = 19 · 97	2263 = 31 · 73	2701 = 37 · 73
451 = 11 · 41	949 = 13 · 73	1397 = 11 · 127	1849 = 43 <sup>2</sup>	2279 = 43 · 53	2717 = 11 · 13 · 19
469 = 7 · 67	959 = 7 · 137	1403 = 23 · 61	1853 = 17 · 109	2291 = 29 · 79	2723 = 7 · 389
473 = 11 · 43	961 = 31 <sup>2</sup>	1411 = 17 · 83	1859 = 11 · 13 <sup>2</sup>	2299 = 11 <sup>2</sup> · 19	2737 = 7 · 17 · 23
481 = 13 · 37	973 = 7 · 139	1417 = 13 · 109	1883 = 7 · 269	2303 = 7 <sup>2</sup> · 47	2743 = 13 · 211
493 = 17 · 29	979 = 11 · 89	1421 = 7 <sup>2</sup> · 29	1891 = 31 · 61	2317 = 7 · 331	2747 = 41 · 67
497 = 7 · 71	989 = 23 · 43	1441 = 11 · 131	1897 = 7 · 271	2321 = 11 · 211	2759 = 31 · 89
511 = 7 · 73	1001 = 7 · 11 · 13	1457 = 31 · 47	1903 = 11 · 173	2323 = 23 · 101	2761 = 11 · 251
517 = 11 · 47	1003 = 17 · 59	1463 = 7 · 11 · 19	1909 = 23 · 83	2327 = 13 · 179	2771 = 17 · 163
527 = 17 · 31	1007 = 19 · 53	1469 = 13 · 113	1919 = 19 · 101	2329 = 17 · 137	2773 = 47 · 59
529 = 23 <sup>2</sup>	1027 = 13 · 79	1477 = 7 · 211	1921 = 17 · 113	2353 = 13 · 181	2779 = 7 · 397
533 = 13 · 41	1037 = 17 · 61	1501 = 19 · 79	1927 = 41 · 47	2359 = 7 · 337	2783 = 11 <sup>2</sup> · 23
539 = 7 <sup>2</sup> · 11	1043 = 7 · 149	1507 = 11 · 137	1937 = 13 · 149	2363 = 17 · 139	2807 = 7 · 401
551 = 19 · 29	1057 = 7 · 151	1513 = 17 · 89	1939 = 7 · 277	2369 = 23 · 103	2809 = 53 <sup>2</sup>
553 = 7 · 79	1067 = 11 · 97	1517 = 37 · 41	1943 = 29 · 67	2387 = 7 · 11 · 31	2813 = 29 · 97
559 = 13 · 43	1073 = 29 · 37	1519 = 7 <sup>2</sup> · 31	1957 = 19 · 103	2401 = 7 <sup>4</sup>	2821 = 7 · 13 · 31
581 = 7 · 83	1079 = 13 · 83	1529 = 11 · 139	1961 = 37 · 53	2407 = 29 · 83	2827 = 11 · 257
583 = 11 · 53	1081 = 23 · 47	1537 = 29 · 53	1963 = 13 · 151	2413 = 19 · 127	2831 = 19 · 149
589 = 19 · 31	1099 = 7 · 157	1541 = 23 · 67	1967 = 7 · 281	2419 = 41 · 59	2839 = 17 · 167
611 = 13 · 47	1111 = 11 · 101	1547 = 7 · 13 · 17	1969 = 11 · 179	2429 = 7 · 347	2849 = 7 · 11 · 37
623 = 7 · 89	1121 = 19 · 59	1561 = 7 · 223	1981 = 7 · 283	2431 = 11 · 13 · 17	2863 = 7 · 409
629 = 17 · 37	1127 = 7 <sup>2</sup> · 23	1573 = 11 <sup>2</sup> · 13	1991 = 11 · 181	2443 = 7 · 349	2867 = 47 · 61
637 = 7 <sup>2</sup> · 13	1133 = 11 · 103	1577 = 19 · 83	2009 = 7 <sup>2</sup> · 41	2449 = 31 · 79	2869 = 19 · 151
649 = 11 · 59	1139 = 17 · 67	1589 = 7 · 227	2021 = 43 · 47	2453 = 11 · 223	2873 = 13 <sup>2</sup> · 17
667 = 23 · 29	1141 = 7 · 163	1591 = 37 · 43	2023 = 7 · 17 <sup>2</sup>	2461 = 23 · 107	2881 = 43 · 67



2891 = 7 <sup>2</sup> · 59	3289 = 11 · 13 · 23	3751 = 11 <sup>2</sup> · 31	4183 = 47 · 89	4601 = 43 · 107
2893 = 11 · 263	3293 = 37 · 89	3757 = 13 · 17 <sup>2</sup>	4187 = 53 · 79	4607 = 17 · 271
2899 = 13 · 223	3311 = 7 · 11 · 43	3763 = 53 · 71	4189 = 59 · 71	4609 = 11 · 419
2911 = 41 · 71	3317 = 31 · 107	3773 = 7 <sup>3</sup> · 11	4193 = 7 · 599	4613 = 7 · 659
2921 = 23 · 127	3337 = 47 · 71	3781 = 13 · 19 · 199	4199 = 13 · 17 · 19	4619 = 31 · 149
2923 = 37 · 79	3341 = 13 · 257	3787 = 7 · 541	4207 = 7 · 601	4627 = 7 · 661
2929 = 29 · 101	3349 = 17 · 197	3791 = 17 · 223	4213 = 11 · 383	4631 = 11 · 421
2933 = 7 · 419	3353 = 7 · 479	3799 = 29 · 131	4223 = 41 · 103	4633 = 41 · 113
2941 = 17 · 173	3367 = 7 · 13 · 37	3809 = 13 · 293	4237 = 19 · 223	4661 = 59 · 79
2947 = 7 · 421	3377 = 11 · 307	3811 = 37 · 103	4247 = 31 · 137	4667 = 13 · 359
2951 = 13 · 227	3379 = 31 · 109	3817 = 11 · 347	4249 = 7 · 607	4669 = 7 · 23 · 29
2959 = 11 · 269	3383 = 17 · 199	3827 = 43 · 89	4267 = 17 · 251	4681 = 31 · 151
2977 = 13 · 229	3397 = 43 · 79	3829 = 7 · 547	4277 = 7 · 13 · 47	4687 = 43 · 109
2981 = 11 · 271	3401 = 19 · 179	3839 = 11 · 349	4279 = 11 · 389	4693 = 13 · 19 <sup>2</sup>
2983 = 19 · 157	3403 = 41 · 83	3841 = 23 · 167	4291 = 7 · 613	4697 = 7 · 11 · 61
2987 = 29 · 103	3409 = 7 · 487	3857 = 7 · 19 · 29	4301 = 11 · 17 · 23	4699 = 37 · 127
2989 = 7 <sup>2</sup> · 61	3419 = 13 · 263	3859 = 17 · 227	4303 = 13 · 331	4709 = 17 · 277
2993 = 41 · 73	3421 = 11 · 311	3869 = 53 · 73	4307 = 59 · 73	4711 = 7 · 673
3007 = 31 · 97	3427 = 23 · 149	3871 = 7 <sup>2</sup> · 79	4309 = 31 · 139	4717 = 53 · 89
3013 = 23 · 131	3431 = 47 · 73	3883 = 11 · 353	4313 = 19 · 227	4727 = 29 · 163
3017 = 7 · 431	3437 = 7 · 491	3887 = 13 <sup>2</sup> · 23	4319 = 7 · 617	4739 = 7 · 677
3029 = 13 · 233	3439 = 19 · 181	3893 = 17 · 229	4321 = 29 · 149	4741 = 11 · 431
3031 = 7 · 433	3443 = 11 · 313	3899 = 7 · 557	4331 = 61 · 71	4747 = 47 · 101
3043 = 17 · 179	3451 = 7 · 17 · 29	3901 = 47 · 83	4333 = 7 · 619	4753 = 7 <sup>2</sup> · 97
3047 = 11 · 277	3473 = 23 · 151	3913 = 7 · 13 · 43	4343 = 43 · 101	4757 = 67 · 71
3053 = 43 · 71	3479 = 7 <sup>2</sup> · 71	3937 = 31 · 127	4351 = 19 · 229	4763 = 11 · 433
3059 = 7 · 19 · 23	3481 = 59 <sup>2</sup>	3941 = 7 · 563	4361 = 7 <sup>2</sup> · 89	4769 = 19 · 251
3071 = 37 · 83	3487 = 11 · 317	3949 = 11 · 359	4367 = 11 · 397	4771 = 13 · 367
3073 = 7 · 439	3493 = 7 · 499	3953 = 59 · 67	4369 = 17 · 257	4777 = 17 · 281
3077 = 17 · 181	3497 = 13 · 269	3959 = 37 · 107	4379 = 29 · 151	4781 = 7 · 683
3091 = 11 · 281	3503 = 31 · 113	3961 = 17 · 233	4381 = 13 · 337	4807 = 11 · 19 · 23
3097 = 19 · 163	3509 = 11 <sup>2</sup> · 29	3971 = 11 · 19 <sup>2</sup>	4387 = 41 · 107	4811 = 17 · 283
3101 = 7 · 443	3521 = 7 · 503	3973 = 29 · 137	4393 = 23 · 191	4819 = 61 · 79
3103 = 29 · 107	3523 = 13 · 271	3977 = 41 · 97	4399 = 53 · 83	4823 = 7 · 13 · 53
3107 = 13 · 239	3551 = 53 · 67	3979 = 23 · 173	4403 = 7 · 17 · 37	4829 = 11 · 439
3113 = 11 · 283	3553 = 11 · 17 · 19	3983 = 7 · 569	4411 = 11 · 401	4837 = 7 · 691
3127 = 53 · 59	3563 = 7 · 509	3991 = 13 · 307	4417 = 7 · 631	4841 = 47 · 103
3131 = 31 · 101	3569 = 43 · 83	3997 = 7 · 571	4427 = 19 · 233	4843 = 29 · 167
3133 = 13 · 241	3577 = 7 <sup>2</sup> · 73	4009 = 19 · 211	4429 = 43 · 103	4847 = 37 · 131
3139 = 43 · 73	3587 = 17 · 211	4031 = 29 · 139	4433 = 11 · 13 · 31	4849 = 13 · 373
3143 = 7 · 449	3589 = 37 · 97	4033 = 37 · 109	4439 = 23 · 193	4853 = 23 · 211
3149 = 47 · 67	3599 = 59 · 61	4037 = 11 · 367	4453 = 61 · 73	4859 = 43 · 113
3151 = 23 · 137	3601 = 13 · 277	4039 = 7 · 577	4459 = 7 <sup>3</sup> · 13	4867 = 31 · 157
3157 = 7 · 11 · 41	3611 = 23 · 157	4043 = 13 · 311	4469 = 41 · 109	4873 = 11 · 443
3161 = 29 · 109	3619 = 7 · 11 · 47	4061 = 31 · 131	4471 = 17 · 263	4879 = 7 · 17 · 41
3173 = 19 · 167	3629 = 19 · 191	4063 = 17 · 239	4477 = 11 <sup>2</sup> · 37	4883 = 19 · 257
3179 = 11 · 17 <sup>2</sup>	3641 = 11 · 331	4067 = 7 <sup>2</sup> · 83	4487 = 7 · 641	4891 = 67 · 73
3193 = 31 · 103	3647 = 7 · 521	4069 = 13 · 313	4489 = 67 <sup>2</sup>	4897 = 59 · 83
3197 = 23 · 139	3649 = 41 · 89	4081 = 7 · 11 · 53	4499 = 11 · 409	4901 = 13 <sup>2</sup> · 29
3199 = 7 · 457	3653 = 13 · 281	4087 = 61 · 67	4501 = 7 · 643	4907 = 7 · 701
3211 = 13 <sup>2</sup> · 19	3661 = 7 · 523	4097 = 17 · 241	4511 = 13 · 347	4913 = 17 <sup>3</sup>
3223 = 11 · 293	3667 = 19 · 193	4103 = 11 · 373	4529 = 7 · 647	4921 = 7 · 19 · 37
3227 = 7 · 461	3679 = 13 · 283	4109 = 7 · 587	4531 = 23 · 197	4927 = 13 · 379
3233 = 53 · 61	3683 = 29 · 127	4117 = 23 · 179	4537 = 13 · 349	4939 = 11 · 449
3239 = 41 · 79	3689 = 7 · 17 · 31	4121 = 13 · 317	4541 = 19 · 239	4949 = 7 <sup>2</sup> · 101
3241 = 7 · 463	3703 = 7 · 23 <sup>2</sup>	4123 = 7 · 19 · 31	4543 = 7 · 11 · 59	4961 = 11 <sup>2</sup> · 41
3247 = 17 · 191	3707 = 11 · 337	4141 = 41 · 101	4553 = 29 · 157	4963 = 7 · 709
3263 = 13 · 251	3713 = 47 · 79	4147 = 11 · 13 · 29	4559 = 47 · 97	4979 = 13 · 383
3269 = 7 · 467	3721 = 61 <sup>2</sup>	4151 = 7 · 593	4571 = 7 · 653	4981 = 17 · 293
3277 = 29 · 113	3731 = 7 · 13 · 41	4163 = 23 · 181	4573 = 17 · 269	4991 = 7 · 23 · 31
3281 = 17 · 193	3737 = 37 · 101	4169 = 11 · 379	4577 = 23 · 199	4997 = 19 · 263
3283 = 7 <sup>2</sup> · 67	3743 = 19 · 197	4171 = 43 · 97	4579 = 19 · 241	
3287 = 19 · 173	3749 = 23 · 163	4181 = 37 · 113	4589 = 13 · 353	



# Physique



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)



# Unités

## Les unités de base du Système International d'Unités (SI)

Grandeur	Nom	Symbole	Définition de l'unité
Longueur	mètre	m	Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $1/299\,792\,458$ de seconde.
Masse	kilogramme	kg	Le kilogramme est égal à la masse du prototype international du kilogramme.
Temps	seconde	s	La seconde est la durée de $9\,192\,631\,770$ périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
Intensité du courant électrique	ampère	A	L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur.
Température	kelvin	K	Le kelvin est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau.
Quantité de matière	mole	mol	La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans $0,012$ kilogramme de carbone 12.
Intensité lumineuse	candela	cd	La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian.

## Unités SI supplémentaires

Grandeur	Nom	Symbole	Définition de l'unité
Angle plan	radian	rad	Le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui, sur la circonférence d'un cercle, interceptent un arc de longueur égale à celle du rayon.
Angle solide	stéradian	sr	Le stéradian est l'angle solide qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe sur la surface de cette sphère une aire égale à celle d'un carré ayant pour côté le rayon de la sphère.

## Unités dérivées SI

Grandeur	Symboles	Nom et symbole de l'unité		En unités SI : – dérivées – de base	
Fréquence	$f, \nu$	hertz	Hz		$s^{-1}$
Force	$F$	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Pression, contrainte	$p$	pascal	Pa	$N \cdot m^{-2}$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Énergie, travail, quantité de chaleur	$E, A, Q$	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Puissance	$P$	watt	W	$J \cdot s^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Quantité d'électricité, charge électrique	$q, Q$	coulomb	C		$s \cdot A$
Tension électrique, différence de potentiel électrique	$U, V$	volt	V	$W \cdot A^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Résistance électrique	$R$	ohm	$\Omega$	$V \cdot A^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Conductance électrique	$G$	siemens	S	$A \cdot V^{-1}$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Capacité électrique	$C$	farad	F	$C \cdot V^{-1}$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Champ magnétique	$B$	tesla	T	$Wb \cdot m^{-2}$	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Flux du champ magnétique	$\Phi$	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Inductance	$L$	henry	H	$Wb \cdot A^{-1}$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Flux lumineux	$\Phi_v$	lumen	lm		$cd \cdot sr$
Éclairement lumineux	$E_v$	lux	lx	$lm \cdot m^{-2}$	$m^{-2} \cdot cd \cdot sr$
Activité (rayonnement ionisant)	$A$	becquerel	Bq		$s^{-1}$
Dose absorbée	$D_a$	gray	Gy	$J \cdot kg^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-2}$
Équivalent de dose	$D_e$	sievert	Sv	$J \cdot kg^{-1}$	$m^2 \cdot s^{-2}$

# Unités définies indépendamment des unités SI de base

## Unité de masse atomique

L'unité de masse atomique (u) est égale au 1/12 de la masse d'un atome du nucléide  $^{12}\text{C}$ .

$$1 \text{ u} = 1,660\,540\,2 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

## Électronvolt

L'électronvolt (eV) est l'énergie acquise par une charge élémentaire ( $e^-$ ,  $p^+$ ,  $He^+$ , ...) qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant une différence de potentiel de un volt.

$$1 \text{ eV} = 1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

## Formation de multiples et sous-multiples décimaux des unités

Préfixe	Symbole	Facteur
yotta	Y	$10^{24}$
zetta	Z	$10^{21}$
exa	E	$10^{18}$
peta	P	$10^{15}$
téra	T	$10^{12}$
giga	G	$10^9$
méga	M	$10^6$
kilo	k	$10^3$
hecto	h	$10^2$
déca	da	$10^1$

Préfixe	Symbole	Facteur
déci	d	$10^{-1}$
centi	c	$10^{-2}$
milli	m	$10^{-3}$
micro	$\mu$	$10^{-6}$
nano	n	$10^{-9}$
pico	p	$10^{-12}$
femto	f	$10^{-15}$
atto	a	$10^{-18}$
zepto	z	$10^{-21}$
yocto	y	$10^{-24}$

## Avertissement

Généralement les constantes citées dans le formulaire sont données avec une précision de trois chiffres significatifs. Le symbole de l'égalité (=) a été choisi pour associer une grandeur à sa valeur, étant attendu qu'il s'agit d'une valeur exacte à la décimale mentionnée. Le symbole  $\approx$  n'est utilisé que si trois chiffres significatifs ne sont pas garantis (ou selon le nombre de chiffres significatifs mentionnés).

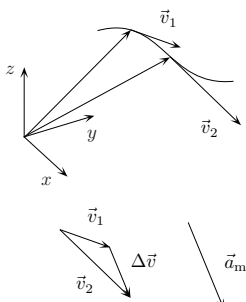
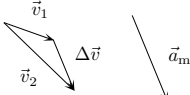
Les symboles, abréviations et noms sont ceux qui font partie des normes ISO, publication 1999.

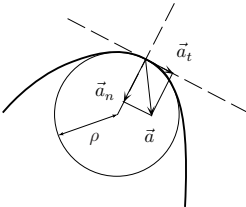




# Formulaire : Mécanique

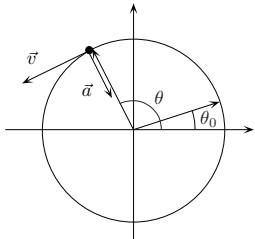
Cinématique : Définitions			
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Position (vecteur position)	m	$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$	
Position (cas monodimensionnel)	m	$x$	
Position angulaire	rad	$\theta$ : angle formé par une direction de référence et le rayon vecteur du point considéré	
Déplacement (vecteur déplacement)	m	$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$	
Déplacement (cas monodimensionnel)	m	$\Delta x = x_2 - x_1$	
Temps	s	$t$	
Intervalle de temps	s	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta t \geq 0$ toujours

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
<b>Mouvements périodiques</b>			
Période	s	$T$	durée d'un cycle
Fréquence	Hz	$f = \frac{1}{T}$	nombre de cycles par seconde (aussi noté $\nu$ )
Pulsation	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\omega = 2\pi f$	aussi appelée fréquence circulaire
Vitesse instantanée	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$	$\vec{v}$ est tangent à la trajectoire
Vitesse moyenne	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$	
Vitesse moyenne (cas monodimensionnel)	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	
Vitesse angulaire instantanée	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{\omega} ; \omega = \frac{d\theta}{dt}$	direction et sens de $\vec{\omega}$ tels que le trièdre $\vec{r}, \vec{v}, \vec{\omega}$ soit trirectangle et direct (voir figure page 139)
Vitesse angulaire moyenne	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{\omega}_m ; \omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	
Vitesse angulaire moyenne (représentation scalaire)	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	
Accélération instantanée	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{\vec{r}}$	
Accélération moyenne	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$	
Accélération moyenne (cas monodimensionnel)	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	

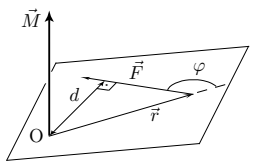
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Accélération tangentielle	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\vec{a}_t$ ; $a_t = \frac{dv}{dt}$	
Accélération normale	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\vec{a}_n$ ; $a_n = \frac{v^2}{\rho}$	$\rho$ : rayon de courbure $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ autre notation : $\vec{a} = \vec{a}_{\parallel} + \vec{a}_{\perp}$
Accélération angulaire instantanée	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$	$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}}$	
Accélération angulaire moyenne	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$	$\vec{\alpha}_m = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$	
Accélération angulaire moyenne (représentation scalaire)	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$	$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	

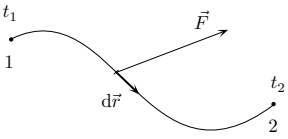
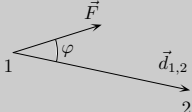
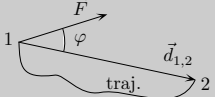
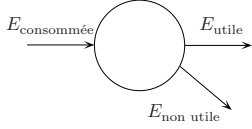
### Cinématique : Mouvements particuliers

Mouvement uniforme	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ $\text{m}$	$v = \text{constante}$ $\Delta\ell = v\Delta t$	la trajectoire peut être une courbe $\Delta\ell$ : longueur parcourue, mesurée le long de la trajectoire
Mouvement rectiligne uniforme (MRU)	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ $\text{m}$	$v = \text{constante}$ $x = vt + x_0$	
Mouvement uniformément accéléré (MUA)	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ $\text{m}$	$\vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}$ $\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$ $\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0t + \vec{r}_0$	la trajectoire est parabolique ou rectiligne

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)	$m \cdot s^{-2}$ $m \cdot s^{-1}$ m	$a = \text{constante}$ $v = at + v_0$ $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$	
Mouvement circulaire uniforme (MCU)	$rad \cdot s^{-1}$ rad	$\omega = \text{constante}$ $\theta = \omega t + \theta_0$	
Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)	$rad \cdot s^{-2}$ $rad \cdot s^{-1}$ rad	$\alpha = \text{constante}$ $\omega = \alpha t + \omega_0$ $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0t + \theta_0$	
Mouvement rectiligne sinusoïdal	$m \cdot s^{-2}$ $m \cdot s^{-1}$ m	$a = -\omega^2 x$ $v = -\omega r \cos(\omega t + \varphi)$ $x = r \sin(\omega t + \varphi)$	

### Dynamique du point matériel : Définitions

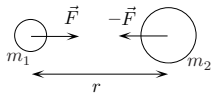
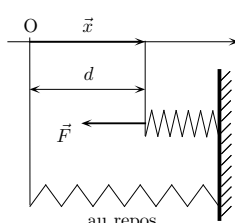
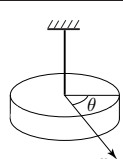
Masse	kg	$m$	parfois notée $M$
Quantité de mouvement	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$\vec{p} = m\vec{v}$	
Moment cinétique	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	
Force résultante	N	$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$	force unique qui produit le même effet que l'ensemble des forces $\vec{F}_i$ s'exerçant sur le point matériel
Moment d'une force (défini par rapport à un point O)	$N \cdot m$	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ $M = Fr \sin \varphi = Fd$	 $d = r \sin \varphi$ est appelé bras de levier de la force

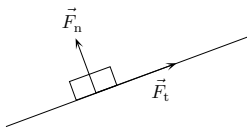
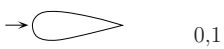

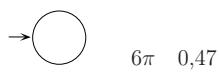


Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Impulsion d'une force	N · s	$\vec{J}_{1,2} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$	
Travail d'une force	J	$A_{1,2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$	aussi noté $W$
Impulsion d'une force constante	N · s	$\vec{J}_{1,2} = \vec{F}(t_2 - t_1)$	
Travail d'une force constante	J	$A_{1,2} = \vec{F} \cdot \vec{d}_{1,2}$ $= F d_{1,2} \cos \varphi$	<p>Trajectoire rectiligne</p>  <p>Trajectoire quelconque</p>  <p>indépendant du chemin suivi</p>
Énergie	J	$E$	
Énergie cinétique	J	$E_c = \frac{1}{2}mv^2$	
Énergie potentielle	J	$E_p(P) = A_{PO} = \int_P^O \vec{F} \cdot d\vec{r}$	<p>définie seulement pour une force conservative</p> <p>P : point considéré</p> <p>O : point fixe de référence</p>
Énergie mécanique	J	$E_m = E_c + E_p$	
Puissance instantanée	W	$P = \frac{dE}{dt} = \dot{E}$	$dE$ : énergie transformée pendant $dt$
Puissance moyenne	W	$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	valeur moyenne pendant $\Delta t$
Rendement	—	$\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{consommée}}}$	 <p><math>E_{\text{utile}} + E_{\text{non utile}} = E_{\text{consommée}}</math></p>

## Dynamique du point matériel : Lois

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Loi fondamentale	N	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$ $\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{F}$ : résultante des forces s'exerçant sur le point si $m$ est constante
Théorème du moment cinétique	N · m	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \dot{\vec{L}}$	$\vec{M}$ : moment de la force résultante
Variation de la quantité de mouvement	N · s	$\vec{J}_{1,2} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$	$\vec{J}_{1,2}$ : impulsion de la force résultante entre l'état 1 et l'état 2
Variation de l'énergie cinétique	J	$A_{1,2} = E_c(2) - E_c(1)$	$A_{1,2}$ : travail de la force résultante entre l'état 1 et l'état 2
Variation de l'énergie potentielle	J	$A_{1,2}^c = E_p(1) - E_p(2)$	$A_{1,2}^c$ : travail des forces conservatives (indépendant du chemin suivi)
Variation de l'énergie mécanique	J	$A_{1,2}^{nc} = E_m(2) - E_m(1)$	$A_{1,2}^{nc}$ : travail des forces non conservatives
Conservation de l'énergie mécanique	J	$E_m(2) = E_m(1)$	seulement si les forces sont conservatives

# Dynamique : Forces particulières et grandeurs associées

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
<b>Gravitation</b> Force de gravitation (loi de la gravitation universelle)	N	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	 <p style="text-align: center;"><math>G = 6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}</math></p>
	N	$\vec{F}_g = m\vec{g}$ $g = G \frac{M}{R^2}$	s'exerçant sur un corps de masse $m$ à la surface d'un astre de masse $M$ et de rayon $R$ $\vec{g}$ définit la verticale locale $g \approx 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ à la surface de la Terre
	J	$E_p = -G \frac{Mm}{r}$  $E_p = mgh$	point de référence $r = \infty$ $M$ : masse de l'astre $r$ : distance au centre de $M$  au voisinage du sol point de référence $h = 0$ $h$ : altitude
<b>Ressort</b>  Force de rappel	N	$\vec{F} = -k\vec{x} \quad ; \quad F = kd$	 <p style="text-align: center;">au repos</p> <p><math>k</math> : constante élastique du ressort  <math>d</math> : déformation</p>
	J	$E_p = \frac{1}{2}kd^2$	point de référence $d = 0$
<b>Pendule de torsion</b>  Moment de rappel	N · m	$M = C\theta$	
	J	$E_p = \frac{1}{2}C\theta^2$	$C$ : constante de torsion point de référence $\theta = 0$

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
<b>Frottements secs</b>			
Force de frottement entre 2 surfaces en mouvement relatif	N	$F_t = \mu F_n$	 <p><math>\mu</math> : coefficient de frottement dynamique  <math>\vec{F}_n</math> : force normale exercée par la surface</p>
Force d'adhérence entre 2 surfaces	N	$F_t \leq \mu_0 F_n$	$\mu_0$ : coefficient d'adhérence
<b>Frottements fluides</b>			
Force de frottement en écoulement laminaire	N	$F_\ell = kR\eta v$	<p>corps possédant une symétrie de révolution d'axe parallèle à la vitesse relative <math>\vec{v}</math> du fluide</p> <p><math>k, C</math> : coefficients dépendant de la forme  <math>R</math> : rayon maximal  <math>\eta</math> : viscosité  <math>S</math> : section apparente (maître couple)  <math>\rho</math> : masse volumique du fluide</p> <p style="text-align: center;"><math>k \quad C</math></p>  0,1  0,40  6π 0,47  16 1,11  1,17
Force de frottement en écoulement turbulent	N	$F_t = \frac{1}{2}CS\rho v^2$	



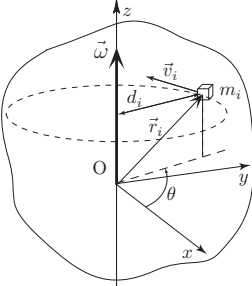
# Dynamique : Systèmes de points matériels

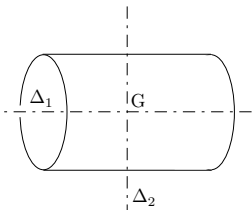
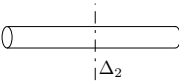
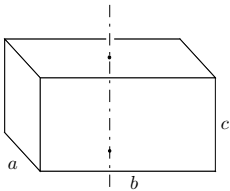
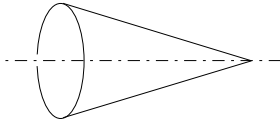
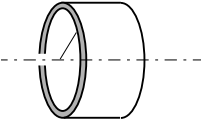

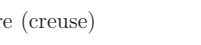
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Masse	kg	$m = \sum_i m_i$	somme des masses des constituants du solide
Position du centre de masse (barycentre)	m	$\vec{r}_G = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i$	moyenne pondérée des positions de ses constituants
Vitesse du centre de masse	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{v}_G = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{v}_i$	
Accélération du centre de masse	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\vec{a}_G = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{a}_i$	
Quantité de mouvement totale	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i = m \vec{v}_G$	
Moment cinétique total	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$	
Énergie cinétique totale	J	$E_c = \sum_i E_{ci}$	
Énergie potentielle totale	J	$E_p = \sum_i E_{pi}$	
Énergie potentielle totale de pesanteur	J	$E_p = mgz_G$	$z_G$ : altitude du centre de masse (par rapport à la référence choisie)
Forces intérieures	N	$\vec{F}_{intij} = -\vec{F}_{intji}$ $\sum_i \vec{F}_{inti} = \vec{0}$	les forces intérieures au solide vont par paires et ont une résultante nulle
Forces extérieures	N	$\sum_i \vec{F}_{exti}$	résultante des forces d'origine extérieure au système
Moments intérieurs	$\text{N} \cdot \text{m}$	$\vec{M}_{intij} = -\vec{M}_{intji}$	les moments intérieurs au solide vont par paires et ont une résultante nulle
Moments extérieurs	$\text{N} \cdot \text{m}$	$\sum_i \vec{M}_{exti}$	moment des forces extérieures

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Principe d'action et de réaction	N	$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$	si le corps A exerce une force $\vec{F}_{BA}$ sur B, alors B exerce une force $\vec{F}_{AB}$ oppo- sée sur A
Accélération du centre de masse $\vec{a}_G$	$m \cdot s^{-2}$	$\sum_i \vec{F}_{exti} = m\vec{a}_G$	dans un référentiel d'inertie
Variation du moment cinétique total	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$	$\sum_i \vec{M}_{exti} = \dot{\vec{L}}$	valable - dans un référentiel d'inertie - dans un référentiel lié au centre de masse dont les axes restent constam- ment parallèles à ceux d'un référentiel d'inertie
		$\vec{M}(t_2 - t_1) = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$	si $\sum_i \vec{M}_{exti} = \overrightarrow{\text{constante}}$
<b>Systèmes isolés</b>			
Conservation de la quantité de mouvement totale	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$\sum_i \vec{p}_i = \overrightarrow{\text{constante}}$	valable pour un système isolé (p. ex. collision, dés- intégration)
Conservation du moment cinétique total	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$	$\sum_i \vec{L}_i = \overrightarrow{\text{constante}}$	valable pour un système isolé ou pour des forces centrales
Conservation de l'énergie cinétique totale	J	$\sum_i E_{ci} = \text{constante}$	seulement pour les colli- sions élastiques

## Dynamique : Corps solides (cf. « Systèmes de points matériels » p. 137)

Masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$	$\rho = \frac{m}{V}$	corps homogène
<b>Rotation autour d'un axe</b>			
Position angulaire	rad	$\theta$	
Vitesse angulaire	$rad \cdot s^{-1}$	$\vec{\omega}$	cf. dessin page suivante
Accélération angulaire	$rad \cdot s^{-2}$	$\dot{\vec{\omega}}$	

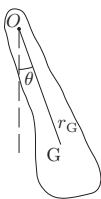

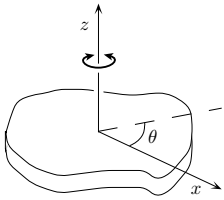
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Vitesse de l'élément $i$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$ ; $v_i = \omega d_i$	 <p><math>d_i</math> : distance de l'élément de masse <math>m_i</math> à <math>Oz</math>  <math>\vec{k}</math> : vecteur unité sur l'axe de rotation <math>Oz</math>  <math>\vec{\omega} = \omega \vec{k}</math>  <math>r</math> : distance de <math>dm</math> à l'axe</p>
Fréquence de rotation	$\text{s}^{-1}$	$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$	
Moment d'inertie	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$I = \sum_i m_i d_i^2$ $I = \int_{\text{corps}} r^2 dm$	
<b>Rotation autour de l'axe <math>Oz</math> d'un référentiel d'inertie</b>			
Moment cinétique	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	rotation autour d'un axe principal d'inertie ( $I$ : moment d'inertie par rapport à $Oz$ )
Accélération angulaire	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$	$\sum_i M_{\text{ext}zi} = I\dot{\omega}$	$M_{\text{ext}zi}$ : composante de $\vec{M}_{\text{ext}i}$ selon $Oz$
Énergie cinétique de rotation	J	$E_c = \frac{1}{2}I\omega^2$	
<b>Équilibre</b>		$\sum_i \vec{F}_{\text{ext}i} = \vec{0}$ $\sum_i \vec{M}_{\text{ext}i} = \vec{0}$	conditions nécessaires
<b>Rotation autour d'un axe passant par le centre de masse</b>			
Accélération du centre de masse $\vec{a}_G$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	$\sum_i \vec{F}_{\text{ext}i} = m\vec{a}_G$	dans un référentiel d'inertie $Oxyz$ ( $G$ : indice relatif au centre de masse)
Accélération angulaire $\dot{\omega}$	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$	$\sum_i M_{\text{ext}z'i} = I_G \dot{\omega}$	dans un référentiel $Gx'y'z'$ parallèle à $Oxyz$
Énergie cinétique totale	J	$E_c = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$	rotation autour de l'axe $z'$

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
<b>Moments d'inertie de quelques corps homogènes</b>			
Cylindre 	kg · m <sup>2</sup>	$I = \frac{1}{2}mR^2$	rotation selon axe de révolution ( $\Delta_1$ )
Tige mince 	kg · m <sup>2</sup>	$I = \frac{1}{12}mL^2$	rotation selon axe diamétral passant par G ( $\Delta_2$ )
Parallélépipède 	kg · m <sup>2</sup>	$I = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$	cas particulier du cylindre (selon $\Delta_2$ avec $R \ll L$ ) ou du parallépipède ( $a = L$ et $b \ll a$ )
Cône 	kg · m <sup>2</sup>	$I = \frac{3}{10}mR^2$	
Anneau 	kg · m <sup>2</sup>	$I = mR^2$	paroi mince
Boule (pleine) 	kg · m <sup>2</sup>	$I = \frac{2}{5}mR^2$	axe passant par le centre
Sphère (creuse) 	kg · m <sup>2</sup>	$I = \frac{2}{3}mR^2$	paroi mince

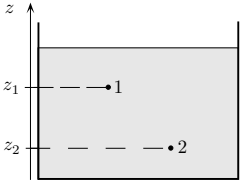
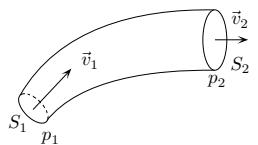
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Règle de Steiner	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$I = I_G + m\ell^2$	$I$ : moment d'inertie par rapport à un axe $\Delta$ $I_G$ : moment d'inertie par rapport à un axe $\Delta_G$ parallèle à $\Delta$ et passant par le centre de masse $\ell$ : distance entre $\Delta$ et $\Delta_G$

## Dynamique : Mouvements particuliers

<b>Mouvement central</b>  Loi des aires		$\vec{L} = \overrightarrow{\text{constante}}$  Le segment qui relie le mobile au point O balaie des aires égales en des intervalles de temps égaux	$\vec{F}$ toujours dirigée vers le même point O  exemple : force de gravitation (dessin cf. p. 192)
<b>Corps célestes</b>  Vitesse de libération	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$	$M$ : masse de l'astre $r$ : distance du corps au centre de l'astre
Vitesse d'un satellite sur une orbite circulaire	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$	$M$ : masse de l'astre $r$ : rayon de l'orbite
Période de révolution des satellites d'un même astre (3 <sup>e</sup> loi de Kepler, cf. p. 192)	s	$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}$	$M$ : masse de l'astre $a$ : demi-grand axe de l'ellipse
<b>Mouvement harmonique</b>  Oscillateur harmonique Équation horaire	m	$x = x_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_0)$	
Pulsation	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	
Période	s	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Pendules Équation horaire	rad	$\theta = \theta_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$	
Pendule physique Pulsation	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\omega = \sqrt{\frac{mgr_G}{I_O}}$	
Période	s	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_O}{mgr_G}}$	pour des petites oscillations $\sin \theta \approx \theta$
Pendule simple Pulsation	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$	
Période	s	$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$	pour des petites oscillations $\sin \theta \approx \theta$
Pendule de torsion Pulsation	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	$\omega = \sqrt{\frac{C}{I}}$	
Période	s	$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}$	$\theta$ dans le domaine élastique

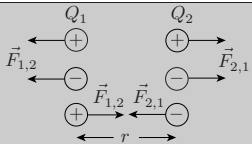
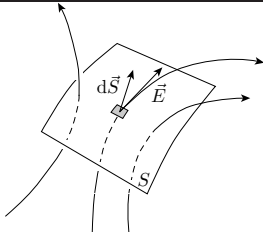
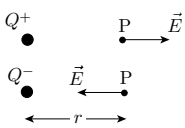
# Mécanique des fluides

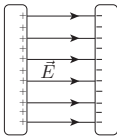
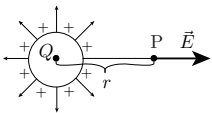
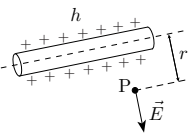
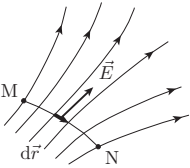
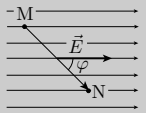
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Masse volumique	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	$\rho = \frac{m}{V}$	$V$ : volume occupé par le fluide de masse $m$
Pression	Pa	$p = \frac{F_n}{S}$	$F_n$ : valeur de la force normale s'exerçant sur l'élément de surface d'aire $S$
Débit-volume	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	$q = \frac{dV}{dt}$	$V$ est le volume du fluide traversant la surface $S$ au cours du temps $t$
Variation de la pression	Pa	$p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$ $\Delta p = -\rho g \Delta z$	$\rho$ : masse volumique du fluide 
Poussée d'Archimède	N	$F_A = \rho g V_{\text{im}}$	$\vec{F}_A$ : force verticale ascendante avec point d'application au centre de gravité du fluide déplacé $V_{\text{im}}$ : volume immergé
Équation de continuité	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	$S_1 v_1 = S_2 v_2$	$S_1, S_2$ : sections droites du tube de courant régime stationnaire
Équation de Bernoulli	Pa	$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p = \text{constante}$	 valable le long d'une ligne de courant d'un fluide incompressible et de viscosité négligeable

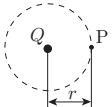


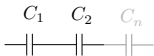
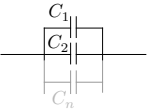


# Formulaire : Électricité

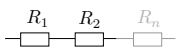
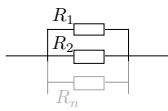
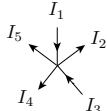
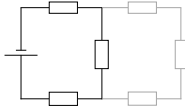
Électrostatique			
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Charge	C	$q, e, Q$	charge élémentaire $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Densité superficielle de charge	$\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$	$\sigma = \frac{dQ}{dS}$	$\sigma = \frac{Q}{S}$ dans le cas d'une densité uniforme
Force électrique Loi de Coulomb	N	$F_{1,2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ Q_1  Q_2 }{r^2} = F_{2,1}$	 <p><math>Q_1, Q_2</math> : charges ponctuelles <math>\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}</math></p>
Champ électrique $\vec{E}$	$\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$ $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$	$\vec{F} = q\vec{E}$	$q$ : charge test
Flux du champ électrique	$\text{V} \cdot \text{m}$	$\Psi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$	
Loi du flux Loi de Gauss		$\Psi_S = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i$	$\epsilon_0$ : constante électrique ou permittivité du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ $Q_i$ : charge contenue dans la surface fermée $S$
<b>Champs électriques particuliers</b>			
Charge ponctuelle	$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ Q }{r^2}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Entre deux conducteurs plans parallèles	$V \cdot m^{-1}$	$E = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{S}$	effets de bords négligés  $Q =  Q^+  =  Q^- $
Conducteur sphérique	$V \cdot m^{-1}$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ Q }{r^2}$	 $r$ : distance mesurée entre le centre de la sphère et le point P
Conducteur cylindrique	$V \cdot m^{-1}$	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{ Q }{rh}$	 $r$ : distance mesurée entre l'axe du cylindre et le point P $h$ : longueur du cylindre $h \gg r$
Tension	V	$U_{MN} = \frac{A_{MN}}{q} = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{r}$	
Tension dans un champ uniforme	V	$U_{MN} = \vec{E} \cdot \vec{d} = Ed \cos \varphi$	 $\vec{d} = \overrightarrow{MN}$

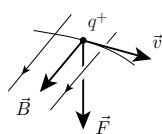
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Potentiel en un point	V	$V_P = U_{PO}$	O : point de référence $U_{PO} = - \int_0^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$
Différence de potentiel	V	$V_A - V_B = U_{AB}$	
Potentiel dans le champ d'une charge ponctuelle (ou à symétrie sphérique)	V	$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$	 $r$ : distance mesurée entre la charge (ou le centre de la sphère) et le point P
Capacité d'un conducteur	F	$C = \frac{Q}{V}$	$Q$ : charge portée par le conducteur $V$ : potentiel du conducteur
Capacité d'un condensateur	F	$C = \frac{Q}{U}$	$Q$ : charge portée par l'armature positive $U$ : tension entre les armatures
Permittivité	$A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}$	$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$	dans le vide la permit- tivité relative $\epsilon_r = 1$
<b>Capacité d'un condensateur</b>			
Condensateur plan	F	$C = \epsilon \frac{S}{d}$	$S$ : aire d'une plaque $d$ : distance entre les plaques effets de bords négligés
Condensateur sphérique	F	$C = 4\pi\epsilon \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$	$R_i$ : rayons des sphères $R_1 < R_2$
Condensateur cylindrique	F	$C = 2\pi\epsilon \frac{h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$	$R_i$ : rayons des cylindres $R_1 < R_2$ $h$ : hauteur des cylindres $h \gg R_2$
Énergie électrique emmagasinée dans un condensateur	J	$W = \frac{1}{2} CU^2$	
Densité d'énergie du champ électrique	$J \cdot m^{-3}$	$w = \frac{1}{2} \epsilon E^2$	

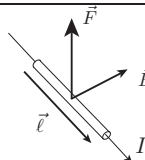
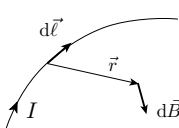
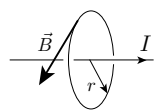
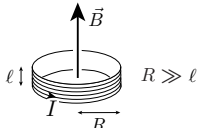
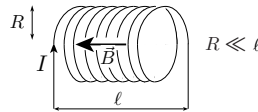
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Combinaison de condensateurs			
En série		$\frac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$ $= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$	 $C_{\text{éq}}$ : capacité équivalente
En parallèle		$C_{\text{éq}} = \sum_i C_i$ $= C_1 + C_2 + \dots + C_n$	

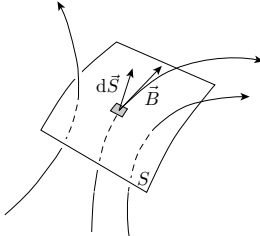
Électrocinétique			
Intensité du courant	A	$I = \frac{dQ}{dt}$	
		$I = \frac{Q}{t}$	courant constant
Densité du courant $j$	$A \cdot m^{-2}$	$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$ $j = \frac{I}{S}$	$S$ : section du conducteur courant uniforme
Conductivité $\gamma$	$A \cdot m^{-1} \cdot V^{-1}$	$\vec{j} = \gamma \vec{E}$	loi d'Ohm locale
Résistivité	$\Omega \cdot m$	$\rho = \frac{1}{\gamma}$	
Coefficient de température de la résistivité $\alpha$	$K^{-1}$	$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = \alpha\rho_1\Delta T$	
Résistance d'un conducteur	$\Omega$	$R = \rho \frac{\ell}{S}$	$S$ : section du conducteur $\ell$ : longueur du conducteur
Loi d'Ohm		$U = RI$	$U$ : tension aux bornes du conducteur $I$ : intensité du courant dans le conducteur
Puissance électrique	W	$P_{AB} = U_{AB}I$	puissance associée à un courant (entre A et B : générateur, récepteur, ...)
Loi de Joule	J	$W_{\text{él}} = RI^2t$	transformation d'énergie électrique en énergie thermique

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Combinaison de résistances			
En série		$R_{\text{éq}} = \sum_i R_i$ $= R_1 + R_2 + \dots + R_n$	 <p><math>R_{\text{éq}}</math> : résistance équivalente</p>
En parallèle		$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ $= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$	
<b>Générateur</b> Puissance électrique totale	W	$P = U_0 I$	$U_0$ : tension électromotrice ou tension à vide
Tension aux bornes	V	$U = U_0 - r I$	$r$ : résistance interne
<b>Récepteur</b> Puissance utile (non thermique)	W	$P = U' I$	$U'$ : tension contre-électromotrice
Tension aux bornes	V	$U = U' + r' I$	$r'$ : résistance interne
Première loi de Kirchhoff Loi des nœuds	A	$I = \sum_i I_i = 0$ $I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$	
Seconde loi de Kirchhoff Loi des mailles	V	$U = \sum_i U_i = 0$ $U_1 + U_2 + \dots + U_n = 0$	

## Magnétisme

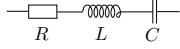
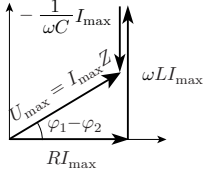
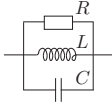
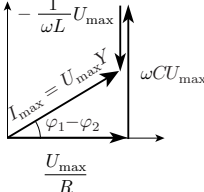
Champ magnétique $\vec{B}$	T		
Force de Lorentz	N	$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Force de Laplace	N	$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$	 $\vec{B}$ uniforme
Circulation du champ magnétique	T · m	$C = \int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{r}$	si $\Gamma = \Gamma_0$ , ligne fermée, la circulation se note $C_0$
Loi d'Ampère	T · m	$C_0 = \oint_{\Gamma_0} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_k I_k$	$\mu_0$ : constante magnétique ou perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ $I_k$ : courant enlacé par $\Gamma_0$
Champ magnétique d'un élément de courant (Loi de Biot-Savart)	T	$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$	
<b>Champs magnétiques particuliers</b>			
Courant rectiligne infini	T	$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$	
Centre d'une bobine quelconque	T	$B = \mu_0 \frac{nI}{\sqrt{4R^2 + \ell^2}}$	$R$ : rayon des spires $\ell$ : longueur de la bobine $n$ : nombre de spires
Centre d'une bobine plate	T	$B = \mu_0 \frac{nI}{2R}$	 $R \gg \ell$
Centre d'une bobine longue (solénoïde)	T	$B = \mu_0 \frac{nI}{\ell}$	 $R \ll \ell$

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Flux du champ magnétique	Wb	$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$	
Loi du flux relative au champ magnétique		$\Phi_S = 0$	$S$ : surface fermée
Loi d'induction de Faraday	V	$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}$	$U_{\text{ind}}$ : tension induite le long d'une ligne fermée
Coefficient d'auto-induction $L$	H	$\Phi = LI$ $U_{\text{ind}} = -L\frac{dI}{dt}$	
Coefficient d'auto-induction d'une bobine longue	H	$L = \mu_0 n^2 \frac{S}{\ell}$	$\ell$ : longueur de la bobine $n$ : nombre de spires $S$ : aire limitée par une spire
Énergie magnétique d'une bobine	J	$W = \frac{1}{2}LI^2$	
Densité d'énergie du champ magnétique	$\text{J} \cdot \text{m}^{-3}$	$w = \frac{1}{2\mu_0}B^2$	dans le vide
Loi d'Ampère-Maxwell		$\oint_{\Gamma_0} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_k I_k + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Psi}{dt}$	$c$ : vitesse de la lumière $\frac{1}{c^2} = \varepsilon_0 \mu_0$

## Courants alternatifs

Tension	V	$U = U_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_1)$ $U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$	$U_{\text{max}}, I_{\text{max}}$ : valeurs de crête $U_{\text{eff}}, I_{\text{eff}}$ : valeurs efficaces
Intensité de courant	A	$I = I_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_2)$ $I_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$	$\varphi_1 - \varphi_2$ : déphasage
Impédance	$\Omega$	$Z = \frac{U_{\text{max}}}{I_{\text{max}}} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$	$\omega$ : pulsation de la tension alternative (et du courant alternatif)
Résistance ohmique		$Z = R$	$\omega = 2\pi\nu$ ; $\nu$ : fréquence

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Self pure		$Z = \omega L$	
Condensateur		$Z = \frac{1}{\omega C}$	
<b>Circuit RLC en série</b>			
	V	$U = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_1)$	
	A	$I = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_2)$	
		$U_{\max} = I_{\max} Z$	
Impédance	$\Omega$	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	
Déphasage		$\varphi_1 - \varphi_2 = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$	Représentation de Fresnel
Résonance		$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$	
<b>Circuit RLC en parallèle</b>			
	V	$U = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi_1)$	
	A	$I = I_{\max} \sin(\omega t + \varphi_2)$	
		$I_{\max} = U_{\max} Y$	
Admittance	S	$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$	
Déphasage		$\varphi_1 - \varphi_2 = \arctan R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$	Représentation de Fresnel
Antirésonance		$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$	
Puissance	V · A	$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$	$\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ : facteur de puissance
Période d'un circuit oscillant		$T = 2\pi\sqrt{LC}$	

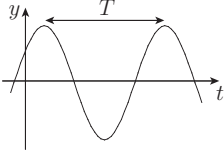
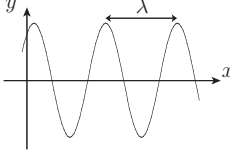
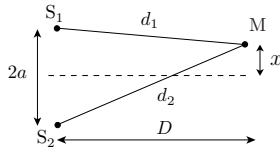


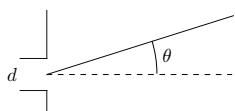
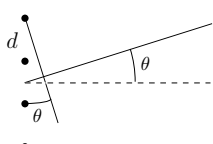
# Formulaire : Chaleur

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Température absolue $T$	K		$\Delta T = T_2 - T_1$
Température Celsius $\theta$	°C	$\theta = T - 273$	$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = \Delta T$
Coefficient de dilatation – linéique $\alpha$ – volumique $\gamma$	$K^{-1}$ $K^{-1}$	$\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1 = \alpha\ell_1\Delta T$ $\Delta V = V_2 - V_1 = \gamma V_1\Delta T$	$\gamma \approx 3\alpha$
Quantité de chaleur $Q$ Énergie thermique $E, W$	J J		
Chaleur massique $c$	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$Q = mc\Delta T$	
Capacité thermique $C$	$J \cdot K^{-1}$	$C = \sum_i m_i c_i$ $Q = C\Delta T$	
Chaleur latente de fusion $L_f$	$J \cdot kg^{-1}$	$Q = mL_f$	
Chaleur latente de vaporisation $L_v$	$J \cdot kg^{-1}$	$Q = mL_v$	
Loi des gaz parfaits		$pV = nRT$ $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$	$n$ : nombre de moles $R$ : constante des gaz $R = 8,31 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$  entre 2 états pour une même quantité de gaz
Équation de Van der Waals		$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$	$a, b$ : constantes propres aux gaz ; air : $a = 0,14 N \cdot m^4 \cdot mol^{-2}$ $b = 3,6 \cdot 10^{-5} m^3 \cdot mol^{-1}$ gaz parfait : $a = 0$ ; $b = 0$
Énergie cinétique moyenne par molécule d'un gaz parfait	J	$\overline{E_c} = \frac{i}{2}kT$	$i$ : nombre de degrés de liberté ; gaz : – monoatomique : $i = 3$ – diatomique : $i = 5$ – triatomique : $i = 6$ $k$ : constante de Boltzmann $k = R/N_A$ $k = 1,38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Énergie interne d'un gaz parfait	J	$U = \frac{i}{2}nRT$	$U$ : somme des énergies cinétiques des particules
Premier principe de la thermodynamique	J	$Q' = \Delta U + A'$	$Q'$ : quantité de chaleur reçue par le système $\Delta U$ : variation de l'énergie interne (toutes les formes d'énergies possibles sont prises en considération) $A'$ : travail mécanique fourni par le système
Rendement maximal d'une machine thermique (cycle de Carnot)	—	$\eta_{\max} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$	$T_f$ : température de la source froide $T_c$ : température de la source chaude
Chaleur massique – à volume constant – à pression constante	$J \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ $J \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$c_v = \frac{iR}{2M}$ $c_p = \frac{(i+2)R}{2M}$	$M$ : masse molaire
Chaleur molaire – à volume constant – à pression constante	$J \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ $J \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$C_v = \frac{i}{2}R$ $C_p = C_v + R$	
		$pV^\gamma = \text{constante}$	Processus adiabatique $\gamma = c_p/c_v > 1$ $\gamma = 5/3$ monoatomique $\gamma = 7/5$ diatomique $\gamma = 4/3$ triatomique
<b>Transfert de chaleur</b> <b>Conduction</b> Coefficient de conductibilité thermique $\lambda$  <b>Convection</b> Constante de convection $\alpha$  <b>Rayonnement</b> Constante de Stefan- Boltzmann $\sigma$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x}$  $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha S \Delta T$  $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = e \sigma S T^4$	  $\alpha$ dépend de la forme et de l'orientation de la surface  $\sigma =$ $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ $e$ : facteur d'émission $0 \leq e \leq 1$

# Formulaire : Ondes et Optique

Généralités			
Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Vitesse de propagation d'une perturbation ou célérité	$m \cdot s^{-1}$	$c, v$ : vitesse constante de propagation de l'onde dans un milieu donné	 
Période	s	$T$ : intervalles de temps égaux séparant la repro- duction de 2 perturbations identiques	
Fréquence	Hz	$\nu = \frac{1}{T}$	
Longueur d'onde	m	$\lambda = \frac{c}{\nu}$	
Pulsation	$s^{-1}$	$\omega = 2\pi\nu$	
Nombre d'onde	$m^{-1}$	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	
Onde sinusoïdale		$y = A \sin(kx - \omega t)$	$A$ : amplitude $y$ : écart par rapport à la position d'équilibre
Interférences			
Différence de marche au point M	m	$\delta = d_2 - d_1 = \frac{2ax}{D}$	 $N = 0, 1, 2, \dots$ $\Delta$ : distance entre 2 maxima d'intensité dans un plan parallèle à $S_1S_2$
Position des maxima d'intensité		$\delta = N\lambda$	
Position des minima d'intensité		$\delta = \frac{(2N + 1)\lambda}{2}$	
Interfrange	m	$\Delta = \frac{\lambda D}{2a}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Diffraction			$N = 1, 2, \dots$ $\theta$ : angle de diffraction correspondant à un minimum d'intensité pour la fente, à un maximum pour le réseau
Pour une fente		$\sin \theta = \pm \frac{N\lambda}{d}$	
Pour un réseau		$\sin \theta = \pm \frac{N\lambda}{d}$	$N = 0, 1, 2, \dots$ $d$ : largeur de la fente ou constante du réseau 

## Acoustique

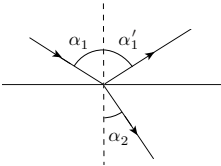
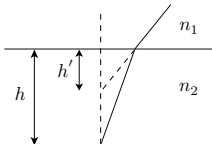
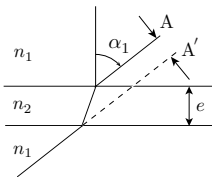
### Vitesse de propagation d'une perturbation ou célérité

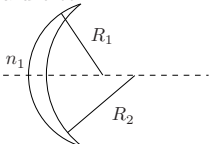
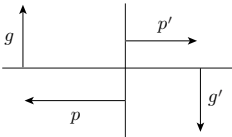
Le long d'une corde tendue	$m \cdot s^{-1}$	$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$	$F$ : force de tension de la corde $\mu$ : masse par unité de longueur
Dans un solide		$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$E$ : module d'élasticité ou de Young $\rho$ : masse volumique
Dans un gaz parfait		$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$	$\gamma, R, M$ : cf. pages 153 et 154

### Fréquences propres

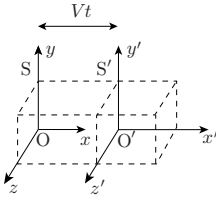
Corde	Hz	$\nu = \frac{Nv}{2\ell}$	$\ell$ : longueur de la corde ou du tuyau
Tuyau ouvert		$\nu = \frac{Nv}{2\ell}$	$N = 1, 2, 3, \dots$
Tuyau fermé		$\nu = \frac{(2N - 1)v}{4\ell}$	$N = 1$ : mode fondamental
Effet Doppler		$\nu_{\text{app}} = \nu_{\text{réelle}} \frac{v_{\text{onde}} + v_{\text{obs}}}{v_{\text{onde}} - v_{\text{source}}}$	$v_{\text{onde}}, v_{\text{obs}}, v_{\text{source}}$ par rapport au milieu $v_{\text{obs}} > 0$ quand l'observateur se déplace vers la source $v_{\text{source}} > 0$ quand la source se déplace vers l'observateur toutes les vitesses ont même direction

# Optique géométrique

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Vitesse de la lumière :			
– dans le vide	$m \cdot s^{-1}$	$c$	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}$
– dans un milieu	$m \cdot s^{-1}$	$v$	$v < c$
<b>Réflexion et réfraction</b>			
Indice de réfraction absolu	—	$n = \frac{c}{v}$	$n \geq 1$
Angles :			
– d'incidence	$^\circ$ ou rad	$\alpha_1$	angles formés par le rayon lumineux et la normale au point d'incidence  
– de réflexion		$\alpha'_1$	
– de réfraction		$\alpha_2$	
Loi de la réflexion		$\alpha_1 = \alpha'_1$	
Loi de la réfraction		$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$	les rayons incident, réfléchi, réfracté et la normale sont coplanaires    
Dipotre plan Profondeur apparente	m	$h' \approx h \frac{n_1}{n_2}$	
Lame à faces parallèles Déplacement	m	$AA' \approx e \frac{n_2 - n_1}{n_2} \alpha_1$	 <p><math>e</math> : épaisseur de la lame rayons peu inclinés par rapport à la normale</p>

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Miroirs et lentilles			
Distance focale	m	$f$	
Vergence	$m^{-1}$	$C = \frac{1}{f}$	$m^{-1}$ = dioptrie
Miroir sphérique de faible ouverture		$f = \frac{R}{2}$	<p><math>R</math> : rayon de courbure  <math>R &gt; 0</math> : miroir concave  <math>R &lt; 0</math> : miroir convexe</p> <p>sens de la lumière de gauche à droite</p>  <p><math>R_i</math> : rayons de courbure  <math>f &gt; 0</math> : lentille convergente  <math>f &lt; 0</math> : lentille divergente</p>
Lentille sphérique mince		$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$	
Miroir sphérique de faible ouverture et lentille sphérique mince		$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$	<p><math>p &gt; 0</math> : objet réel  <math>p &lt; 0</math> : objet virtuel  <math>p' &gt; 0</math> : image réelle  <math>p' &lt; 0</math> : image virtuelle</p>  <p><math>g &gt; 0</math> : objet droit  <math>g &lt; 0</math> : objet renversé  <math>g' &gt; 0</math> : image droite  <math>g' &lt; 0</math> : image renversée</p>
		$\frac{g}{g'} = -\frac{p}{p'}$	
Système de lentilles		$p_n = e - p'_{n-1}$	$e$ : distance entre la $(n-1)^e$ et la $n^e$ lentille
Lentilles minces accollées		$C = C_1 + C_2 + \dots$	

# Formulaire : Relativité

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Les deux postulats d'Einstein		1 <sup>er</sup> principe : Toutes les lois de la physique ont la même forme dans tous les référentiels d'inertie  2 <sup>e</sup> principe : La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie. Elle ne dépend pas du mouvement de la source ou de l'observateur	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Temps propre	s	$T_0$	le temps propre est l'intervalle de temps entre deux événements mesurés dans le référentiel propre d'une horloge
Longueur propre	m	$L_0$	la longueur propre d'un objet est l'intervalle séparant ses extrémités dans l'espace, mesuré dans un référentiel au repos par rapport à l'objet
Masse au repos	kg	$m_0$	la masse au repos d'un objet est sa masse mesurée dans un référentiel au repos par rapport à l'objet
Transformations de Galilée		$x' = x - Vt$ $y' = y$ $z' = z$ $t' = t$	le référentiel S' est animé d'une vitesse +V parallèle à l'axe des x du référentiel S
Transformations de Lorentz		$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ $y' = y$ $z' = z$ $t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Dilatation du temps	s	$T = T_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$V$ est la vitesse relative de deux référentiels
Contraction des longueurs	m	$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$	$L$ est la longueur de l'objet mesuré parallèlement à la direction du mouvement
Intervalle de l'espace temps	m <sup>2</sup>	$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2$ invariant par la transformation de Lorentz	
Composition des vitesses (cas mono-dimensionnel)	m · s <sup>-1</sup>	$V_{AB} = \frac{V_{AC} + V_{CB}}{1 + \frac{V_{AC}V_{CB}}{c^2}}$	$V_{AB}$ : vitesse de $A$ par rapport à $B$ $V_{AC}$ : vitesse de $A$ par rapport à $C$ $V_{CB}$ : vitesse de $C$ par rapport à $B$
Effet Doppler relativiste		$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{c - V}{c + V}}$	$\nu_0$ : fréquence d'une onde électromagnétique dans un référentiel lié à sa source $\nu$ : fréquence de la même onde mesurée dans un référentiel se déplaçant à la vitesse $\vec{V}$ par rapport à la source $\vec{V}$ est parallèle à la direction de propagation de l'onde $V > 0$ : le second référentiel s'éloigne de la source $V < 0$ : dans le cas contraire
Masse relativiste	kg	$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	
Quantité de mouvement	kg · m · s <sup>-1</sup>	$\vec{p} = m\vec{v}$	$m$ : masse relativiste $\vec{v}$ : vitesse de la particule
Énergie totale	J	$E = mc^2$	$m$ : masse relativiste
Énergie cinétique		$E_c = E - m_0c^2$	
Relation quantité de mouvement - énergie		$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$	la quantité $E^2 - p^2c^2$ est invariante



# Formulaire : Atomes et particules

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
<b>Corps noir. Corps chaud. Gaz chaud sous pression</b>			
Émission énergétique d'un corps quelconque	$W \cdot m^{-2}$	$M = e\sigma T^4$	$M$ : exittance énergétique $e$ : facteur d'émission $0 \leq e \leq 1$ $T$ : température en K $\sigma$ : constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
Émission du corps noir dans un environnement	$W \cdot m^{-2}$	$M' = \sigma(T^4 - T_0^4)$	$T_0$ : température de l'environnement en K $T$ : température du corps noir en K
Loi du déplacement de Wien	m	$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$	$b = 2,90 \cdot 10^{-3} m \cdot K$
<b>Gaz raréfié chaud</b>			
Spectre des raies de l'hydrogène	$m^{-1}$	$\frac{1}{\lambda} = R_{\infty} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$	$n_f = 1, 2, \dots$ état final $n_i = 2, 3, \dots$ état initial $R_{\infty}$ : constante de Rydberg $R_{\infty} = 1,097373 \cdot 10^7 m^{-1}$
<b>Particules</b>			
Énergie du photon	J	$E = h\nu$	$h$ : constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ $\nu$ : fréquence
Relation de de Broglie	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$p = \frac{h}{\lambda}$	
Relations d'incertitude de Heisenberg	J · s	$\Delta x \cdot \Delta p \gtrsim \hbar$ $\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \hbar$	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$
<b>Atomes. Noyaux</b>			
Énergie de l'électron de l'atome d'hydrogène	eV	$E_n = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2}$	$n$ : niveau de l'électron 1 eV = $1,60 \cdot 10^{-19} J$
Rayon des noyaux	m	$R \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \cdot A^{\frac{1}{3}}$	$A$ : nombre de masse

Grandeur physique Intitulé de la loi	Unité	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Décroissance radioactive		$N = N_0 \exp(-\lambda t)$	$N$ : nombre de noyaux non désintégrés à l'instant $t$ $N_0$ : nombre de noyaux initiaux $\lambda$ : constante de désintégration
Demi-vie		$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$	$T_{\frac{1}{2}}$ : demi-vie = intervalle de temps pour que la moitié des atomes présents initialement se désintègrent
Activité	Bq	$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$	
<b>Radioprotection</b>			
Dose absorbée	Gy	$D_a = \frac{\Delta E}{m}$	$\Delta E$ : énergie perdue par la radiation $m$ : masse de tissu irradié
Dose équivalente	Sv	$D_e = \sum W_R D_{TR}$	facteur de pondération de la radiation : $1 \leq W_R \leq 20$ $D_{TR}$ : dose absorbée par un tissu
Dose effective	Sv	$E = \sum W_T W_R D_{TR}$	facteur de pondération du tissu : $0,01 \leq W_T \leq 0,20$

# Constantes physiques

Vitesse de la lumière dans le vide	$c$	$=$	$2,99792458 \cdot 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de la gravitation universelle	$G$	$=$	$6,6738 \cdot 10^{-11}$	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
Constante de Planck	$h$	$=$	$6,62606957 \cdot 10^{-34}$	$\text{J} \cdot \text{s}$
Constante de Boltzmann	$k$	$=$	$1,3806488 \cdot 10^{-23}$	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$
Charge élémentaire	$e$	$=$	$1,60217657 \cdot 10^{-19}$	$\text{C}$
Masse au repos de l'électron	$m_e$	$=$	$9,10938291 \cdot 10^{-31}$	$\text{kg}$
Masse au repos du proton	$m_p$	$=$	$1,67262178 \cdot 10^{-27}$	$\text{kg}$
Masse au repos du neutron	$m_n$	$=$	$1,67492735 \cdot 10^{-27}$	$\text{kg}$
Nombre d'Avogadro	$N_A$	$=$	$6,02214129 \cdot 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$
Volume molaire normal des gaz parfaits	$V_0$	$=$	$22,413968 \cdot 10^{-3}$	$\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	$R$	$=$	$8,3144621$	$\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Température normale (0 °C)	$T_0$	$=$	$273,15$	$\text{K}$
Pression normale	$p_0$	$=$	$1,01325 \cdot 10^5$	$\text{Pa}$
Constante de Faraday	$F$	$=$	$9,64853365 \cdot 10^4$	$\text{C} \cdot \text{mol}^{-1}$
Permittivité électrique du vide	$\epsilon_0$	$=$	$8,85418782 \cdot 10^{-12}$	$\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0$	$=$	$1,25663706 \cdot 10^{-6}$	$\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma$	$=$	$5,670373 \cdot 10^{-8}$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Constante de Rydberg	$R_\infty$	$=$	$1,09737316 \cdot 10^7$	$\text{m}^{-1}$
Rayon de Bohr	$a_0$	$=$	$5,29177211 \cdot 10^{-11}$	$\text{m}$
Longueur d'onde de Compton	$\lambda_C$	$=$	$2,42631024 \cdot 10^{-12}$	$\text{m}$



# Unités diverses

## Longueur

1 Å (ångström)	=	1 · 10 <sup>-10</sup>	m
1 μ (micron)	=	1 · 10 <sup>-6</sup>	m
1 in (inch)	≈	2,540 · 10 <sup>-2</sup>	m
1 ft (foot) = 12 in	≈	0,3048	m
1 yd (yard) = 3 ft	≈	0,9144	m
1 mile (mille anglais) = 1760 yd	≈	1,609 · 10 <sup>3</sup>	m
1 n. mile (mille marin)	≈	1,852 · 10 <sup>3</sup>	m
1 AL (année lumière)	=	9,4607 · 10 <sup>15</sup>	m
1 pc (parsec)	≈	3,0857 · 10 <sup>16</sup>	m

## Aire

1 ha (hectare)	=	1 · 10 <sup>4</sup>	m <sup>2</sup>
----------------	---	---------------------	----------------

## Volume

1 L ou 1 l (litre) = 1 dm <sup>3</sup>	=	1 · 10 <sup>-3</sup>	m <sup>3</sup>
--	---	----------------------	----------------

## Vitesse

1 nœud ≈ 1,852 km · h <sup>-1</sup>	≈	0,5144	m · s <sup>-1</sup>
1 M (mach)	≈	340	m · s <sup>-1</sup>

## Masse

1 u (unité de masse atomique)	=	1,6605402 · 10 <sup>-27</sup>	kg
1 t (tonne)	=	1 · 10 <sup>3</sup>	kg

## Viscosité

$$1 \text{ daP (décapoise)} = 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

## Énergie

$$1 \text{ eV (électronvolt)} = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ cal (calorie)} \approx 4,186 \text{ J}$$

$$1 \text{ kWh (kilowatt-heure)} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$1 \text{ tec (tonne équivalent charbon)} \approx 2,9 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$1 \text{ tep (tonne équivalent pétrole)} \approx 4,19 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

## Puissance

$$1 \text{ Ch (CV cheval-vapeur)} = 75 \cdot 9,81 \text{ W} \approx 736 \text{ W}$$

## Pression

$$1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ Torr} = 1 \text{ mmHg} \approx 1,333 \cdot 10^2 \text{ Pa}$$

## Température

Conversions d'unités :

$$\theta(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9} \cdot [\theta_{\text{F}}(^{\circ}\text{F}) - 32]$$

$$\theta(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273,15$$

## Magnétisme

$$1 \text{ G (gauss)} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

## Radioactivité

$$1 \text{ Ci (curie)} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

$$1 \text{ rd (rad)} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Gy}$$

$$1 \text{ R (röntgen)} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$$

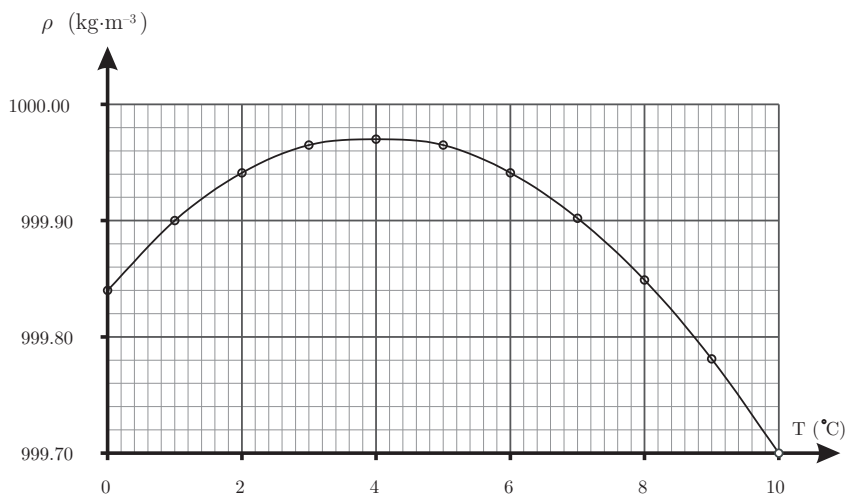
$$1 \text{ rem} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Sv}$$

# Tables particulières

Masse volumique de l'eau, de l'alcool et du mercure en fonction de la température, à pression normale

Température $\theta$ (°C)	Masse volumique de l'eau $\rho$ (kg · m <sup>-3</sup> )	Masse volumique de l'alcool (éthanol) $\rho$ (kg · m <sup>-3</sup> )	Masse volumique du mercure $\rho$ (kg · m <sup>-3</sup> )
-10		814,57	13 620,3
-5		810,41	13 607,9
0	999,840	806,25	13 595,6
5	999,965	802,07	13 583,3
10	999,700	797,88	13 570,9
15	999,101	793,67	13 558,6
20	998,203	789,45	13 546,3
25	997,039	785,22	13 534,1
30	995,639	780,97	13 521,8
35	994,026	776,71	13 509,6
40	992,211	772,44	13 497,4
50	988,045		13 473,1
60	983,207		13 448,8
70	977,775		13 424,6
80	971,798		13 400,5
90	965,316		13 376,4
100	958,350		13 352,4

## Masse volumique de l'eau en fonction de la température entre 0 et 10 °C, à pression normale



La température correspondant à la valeur maximale de  $\rho$  est de 3,98 °C

## Viscosités de quelques fluides

Liquides	$\eta$ (Pa · s)
Eau 0 °C	$1,8\cdot 10^{-3}$
Eau 20 °C	$1,0\cdot 10^{-3}$
Eau 40 °C	$0,7\cdot 10^{-3}$
Alcool (éthanol) 20 °C	$1,2\cdot 10^{-3}$
Glycérine 20 °C	1,5
Huile machine (légère) 40 °C	$3,4\cdot 10^{-2}$
Huile machine (lourde) 40 °C	$13,0\cdot 10^{-2}$
Huile moteur 40 °C	$2,4\cdot 10^{-1}$
Huile moteur 100 °C	$0,2\cdot 10^{-1}$
Mercure 20 °C	$1,6\cdot 10^{-3}$

Gaz	$\eta$ (Pa · s)
Air 0 °C	$1,7\cdot 10^{-5}$
Air 20 °C	$1,8\cdot 10^{-5}$
Air 40 °C	$1,9\cdot 10^{-5}$
Vapeur d'eau 100 °C	$1,25\cdot 10^{-5}$
Vapeur d'eau 200 °C	$1,65\cdot 10^{-5}$
Ammoniac 20 °C	$1\cdot 10^{-5}$
Azote 20 °C	$1,75\cdot 10^{-5}$
Gaz carbonique 20 °C	$1,5\cdot 10^{-5}$
Hydrogène 20 °C	$0,9\cdot 10^{-5}$
Oxygène 20 °C	$2\cdot 10^{-5}$



## Pouvoirs énergétiques moyens de quelques combustibles

Combustibles	(J · kg <sup>-1</sup> )
Acétylène (C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> )	46 · 10 <sup>6</sup>
Alcool (Éthanol)	27 · 10 <sup>6</sup>
Anthracite	32 · 10 <sup>6</sup>
Bois	16 · 10 <sup>6</sup>
Briquette (lignite)	19 · 10 <sup>6</sup>
Butane	45,6 · 10 <sup>6</sup>
Coke	29 · 10 <sup>6</sup>
Essence super	45 · 10 <sup>6</sup>
Gaz naturel (90 % CH <sub>4</sub> )	44 · 10 <sup>6</sup>
Houille	33 · 10 <sup>6</sup>
Huile de chauffage (Diesel)	42 · 10 <sup>6</sup>
Huile de table	39 · 10 <sup>6</sup>
Hydrogène	120 · 10 <sup>6</sup>
Méthane (CH <sub>4</sub> )	50 · 10 <sup>6</sup>
Pétrole lampant	40 · 10 <sup>6</sup>
Propane (C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> )	50 · 10 <sup>6</sup>
Stéarine (bougie)	34 · 10 <sup>6</sup>
Tourbe	14 · 10 <sup>6</sup>

La combustion libère du gaz carbonique et de la vapeur d'eau, à la différence du tableau des enthalpies de combustion (cf. Chimie) où l'on admet que l'eau est produite à l'état liquide.

## Rendements de quelques machines

Machines	%
Générateur électrique	70–99
Pile sèche	90
Moteur électrique industriel	60–90
Pile à combustible hydrogène-oxygène	60
Moteur Diesel	34–50
Fusée à carburant liquide	47
Turbine à vapeur	35–46
Centrale électrique à combustible fossile	40
Centrale électrique à combustible nucléaire	32
Moteur à essence	27
Corps humain	25
Machine à vapeur à pistons	10–25

## Rendements de quelques lampes

Lampes	%	(lm · W <sup>-1</sup> )
Lampe à incandescence	5–10	7–15
Lampe à basse tension au krypton	10–14	15–20
Tube fluorescent compact	18–46	25–65
Tube fluorescent TL	40–57	55–80
Tube fluorescent TL-HF	64–78	90–110

Rendement lumineux visible, ordre de grandeur.

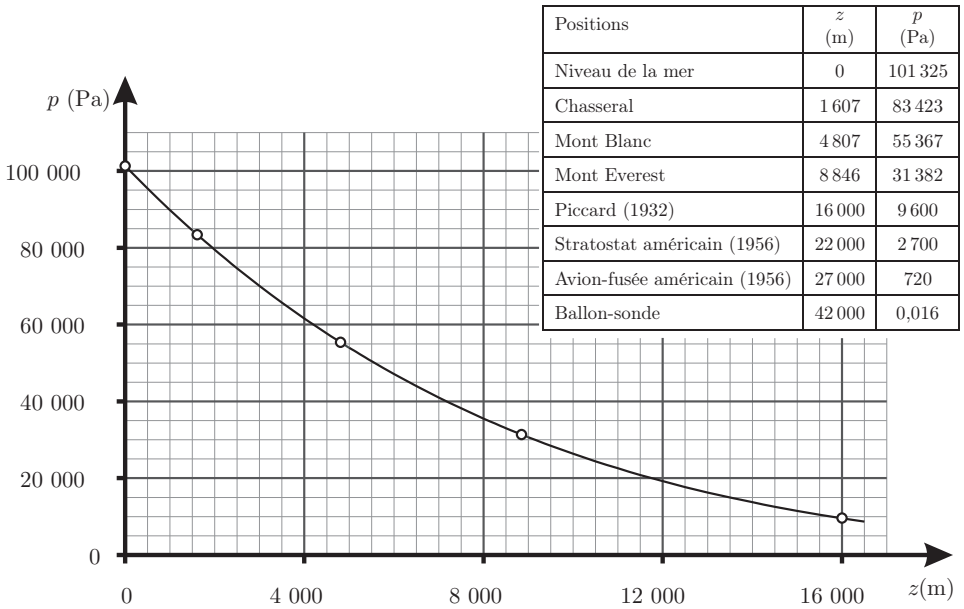
## Énergies diverses (ordre de grandeur)

Phénomènes	$E$ (J)
Photon dans le domaine visible	$10^{-19}$
Électron dans un tube TV	$10^{-15}$
Clin d'œil	$10^{-7}$
Proton dans un grand accélérateur	$10^{-7}$
Pomme en chute libre	1
Balle de tennis	$10^2$
Balle de fusil	$10^4$
Chauffage de l'eau d'un bain	$10^7$
Travail journalier d'un homme	$10^7$
Bombe (1 tonne de TNT)	$10^{10}$
Éclair (foudre)	$10^{10}$
Consommation énergétique totale en Suisse, par jour	$10^{14}$
Bombe H (100 mégatonnes)	$10^{18}$
Éruption solaire	$10^{24}$
Explosion d'une supernova	$10^{40}$

## Puissances diverses

Systèmes	$P$ (W)
Corps humain au repos	70–100
Récepteur TV	100
Véломoteur 50 cm <sup>3</sup>	900
Brûleur butane	900
Sèche-cheveux	$(1,0-1,3) \cdot 10^3$
Plaque électrique	$1,5 \cdot 10^3$
Corps humain en activité	$(0,3-2) \cdot 10^3$
Séchoir à linge	$(5-8) \cdot 10^3$
Voiture de tourisme 1400 cm <sup>3</sup>	$40 \cdot 10^3$
Locomotive électrique Re 4/4 IV	$5 \cdot 10^6$
Centrale nucléaire (Goesgen)	$600 \cdot 10^6$
Centrale hydroélectrique (Dixence)	$750 \cdot 10^6$

# Variation de la pression atmosphérique avec l'altitude



Relation donnée page 197.

## Pression de saturation de la vapeur d'eau, en fonction de la température.

(°C)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	611	657	706	758	813	872	935	1 002	1 073	1 148
10	1 228	1 312	1 402	1 497	1 598	1 705	1 818	1 937	2 063	2 197
20	2 338	2 487	2 643	2 809	2 983	3 167	3 360	3 564	3 780	4 005
30	4 243	4 492	4 755	5 030	5 319	5 623	5 941	6 275	6 625	6 992
40	7 375	7 778	8 199	8 639	9 101	9 583	10 086	10 612	11 160	11 735
50	12 334	12 959	13 611	14 292	15 000	15 737	16 505	17 308	18 143	19 012
60	19 916	20 856	21 834	22 849	23 906	25 003	26 143	27 326	28 554	29 828
70	31 157	32 517	33 944	35 424	36 957	38 543	40 183	41 877	43 636	45 463
80	47 343	49 289	51 316	53 409	55 569	57 809	60 115	62 488	64 941	67 474
90	70 096	72 801	75 592	78 474	81 447	84 513	87 675	90 935	94 295	97 757
100	* 101 325	105 000	108 772	112 673	116 665	120 799	125 046	129 403	133 912	138 511
110	143 263	148 148	153 153	158 310	163 620	169 050	174 644	180 378	186 275	192 335

\* 101 325 Pa = 760 mmHg. Les pressions sont exprimées en pascals.

## Points triples de diverses substances

Substances	Formule	Température (K)	Pression (Pa)
Eau	H <sub>2</sub> O	273,16	610
Gaz carbonique	CO <sub>2</sub>	216,55	517 000
Ammoniac	NH <sub>3</sub>	195,4	6 070
Méthane	CH <sub>4</sub>	90,7	11 700
Azote	N <sub>2</sub>	63,18	12 500
Oxygène	O <sub>2</sub>	54,36	152
Néon	Ne	24,57	43 200
Deutérium		18,63	17 100
Hydrogène	H <sub>2</sub>	13,84	7 040

## Chaleurs molaires des gaz, valeurs à 20 °C

Gaz	Formule	$C_p$ (J·mol <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )
Air		29,1
Ammoniac	NH <sub>3</sub>	36,8
Argon	Ar	20,9
Azote	N <sub>2</sub>	29,1
Chlore	Cl <sub>2</sub>	33,8
Dioxyde de carbone	CO <sub>2</sub>	36,8
Dioxyde de soufre	SO <sub>2</sub>	41,0
Éthine (Acétylène)	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	43,8
Gaz sulfhydrique	H <sub>2</sub> S	35,7
Hélium	He	20,9
Hydrogène	H <sub>2</sub>	28,9
Méthane	CH <sub>4</sub>	35,6
Néon	Ne	20,8
Oxygène	O <sub>2</sub>	29,3

## Coefficients d'adhérence et coefficients de frottement dynamique de quelques matériaux

Matériaux	$\mu_0$	$\mu$
Acier sur acier, sec	0,6	0,4
Corde sur bois	0,5	0,3
Téflon® sur acier	0,04	0,04
Chaussure de montagne sur rocher	1,0	0,8
Semelle de cuir sur bois	0,3	0,2
Pneus de voiture sur béton sec	1,0	0,7–0,8
Téflon® sur Téflon®	0,04	0,04
Bois sur bois	0,5	0,3

## Intensités de quelques champs magnétiques

Systèmes	$B$ (T)
Plus petite valeur mesurée sous blindage	$1,6 \cdot 10^{-14}$
Espace interstellaire	$10^{-10}$
Galaxie	$3 \cdot 10^{-10}$
Composante horizontale du champ magnétique terrestre en Suisse	$0,5 \cdot 10^{-4}$
Ligne de transport à 765 kV, 4 kA, à 16 m (au sol)	$0,5 \cdot 10^{-4}$
TV couleur	$10^{-4}$
Terre	$3 \cdot 10^{-4}$
Soleil	$5 \cdot 10^{-3}$
Aimant permanent classique	$10^{-2}$
Tache solaire	$10^{-1}$
Aimant permanent au néodyme	0,5
Étoile magnétique	1
Électro-aimant : accélérateur de particules	0,014–1,4
Électro-aimant (au maximum, lors d'une impulsion)	20
Électro-aimant : supraconducteur	40
Étoile à neutrons (à la surface)	$10^8$

# Indices de réfraction

Indices absolus pour une longueur d'onde  $\lambda = 589,3 \text{ nm}$  (raie D du Na) et une température de  $20^\circ\text{C}$

Solides	$n$
Diamant	2,417
Glace	1,31
Phosphure de gallium	3,5
Plexiglas	1,49
Pyrex®	1,492
Quartz fondu	1,458
Rutile ( $\text{TiO}_2$ )	2,907
Sel ( $\text{NaCl}$ )	1,544
Verre	1,5
Verre crown	1,52
Verre flint léger	1,58
Verre flint lourd	1,66
Verre au lanthane	1,80

Solution aqueuse de sucre de canne	
% massique de sucrose	$n$
0	1,3330
10	1,3479
20	1,3639
30	1,3811
40	1,3997
50	1,4200
60	1,4118
70	1,4651
80	1,4901

Liquides	$n$
Acétone	1,3588
Benzène	1,5011
Eau	1,3330
Éthanol	1,3611
Éther	1,3526
Glycérine	1,4729
Méthanol	1,3288
Pétrole ordinaire	1,4480
Propanol	1,3850
Sulfure de carbone	1,6277

Gaz ( $p = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ )	$n$
Air	1,000293
Azote	1,000297
Hélium	1,000036
Hydrogène	1,000132
Oxygène	1,000271
Vapeur d'alcool éthylique	1,000881
Vapeur d'eau	1,000257
Vapeur d'éther éthylique	1,001535

Oeil humain	$n$
Cristallin entier	1,38
Humeur aqueuse	1,34

Verres de lunettes minéraux	$n$	$\rho$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )
Stigmal 18 <sup>®</sup>	1,807	$3,65 \cdot 10^3$
Fit 40 <sup>®</sup>	1,706	$3,21 \cdot 10^3$
Stigmal 15 <sup>®</sup>	1,604	$2,63 \cdot 10^3$

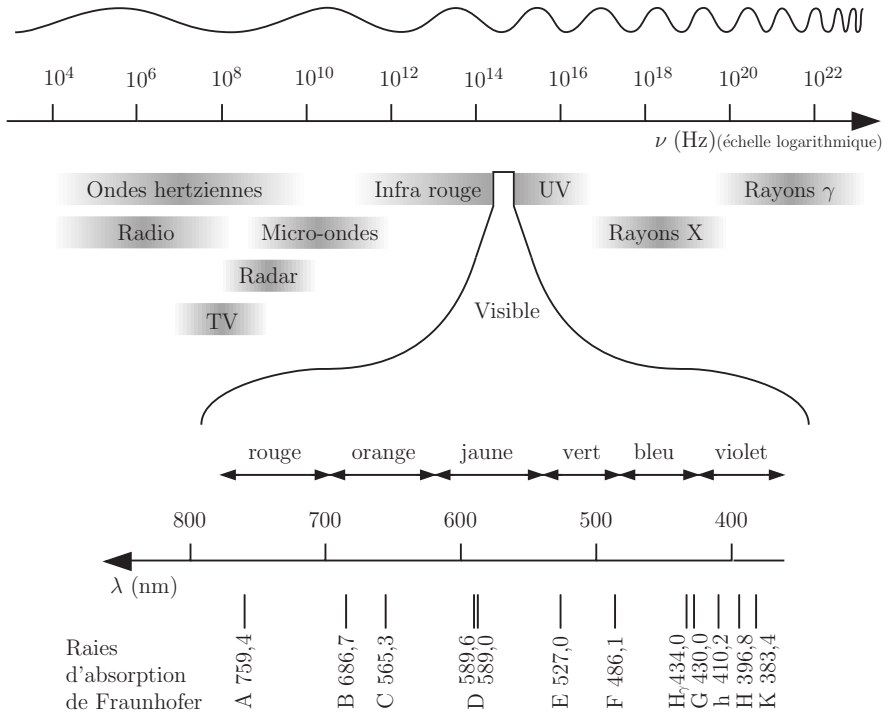
Verres de lunettes organiques	$n$	$\rho$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )
Nikon <sup>®</sup>	1,670	$1,35 \cdot 10^3$
As Ormil Crizal <sup>®</sup>	1,600	$1,36 \cdot 10^3$
As Airmear Crizal <sup>®</sup>	1,591	$1,2 \cdot 10^3$

Références : Essilor<sup>®</sup> et Nikon<sup>®</sup>

## Indices absolus à 20°C pour diverses longueurs d'onde

$\lambda$ (nm)	768,20	656,28	589,30	486,13	434,05	632,8
Couleur	rouge	rouge	jaune	vert-bleu	bleu-violet	rouge-orange
Raie de Fraunhofer	A'	C	D	F	G'	laser
Élément	K	H	Na	H	H	He-Ne
Eau	1,3289	1,3312	1,3330	1,3371	1,3403	1,3317
Glace	1,3062		1,3104	1,3147		
Quartz vitreux	1,4539	1,4563	1,4584	1,4631	1,4669	1,4571
Quartz cristallin						
⊥ axe ordinaire	1,5390	1,5419	1,5442	1,5497	1,5539	1,5426
⊥ axe extraordinaire	1,5479	1,5509	1,5533	1,5590	1,5634	1,5517
Sulfure de carbone	1,6088	1,6182	1,6277	1,6523	1,6750	1,6211

# Tableau des ondes électromagnétiques



## Éclairements courants

Lieux	(lx)
En plein soleil	100 000
À l'ombre d'un arbre	20 000
Salle d'opération	10 000
Salle de dessin	1 000
Salle de lecture	300
Atelier ordinaire	200
Éclairage urbain	50
Minimum pour la lecture	10
Limite de la perception de l'œil	$10^{-9}$



## Vitesses des ondes sonores dans différents milieux

Milieux	(m · s <sup>-1</sup> )
Granit	6000
Fer à 20 °C	5850
Cuivre à 20 °C	3560
Eau à 20 °C	1485
Vapeur d'eau à 0 °C	401
Air sec à 20 °C	343
Air sec à 0 °C	332

## Pressions sonores et niveaux sonores

Au voisinage de	$p$ (Pa)	$\beta$ (dB)
Décollage d'une fusée Saturne à 100 m	$2 \cdot 10^5$	200
Réacteur d'avion à 25 m <i>Seuil de la douleur</i> pour 1 kHz	$2 \cdot 10^2$	140
Avion à 100 m. Orchestre « pop »	$2 \cdot 10^1$	120
Marteau pneumatique	$2 \cdot 10^0$	100
Klaxon d'automobile. Circulation urbaine	$2 \cdot 10^{-1}$	80
Bureau. Conversation	$2 \cdot 10^{-2}$	60
Restaurant calme. Bibliothèque	$2 \cdot 10^{-3}$	40
Forêt calme	$2 \cdot 10^{-4}$	20
<i>Seuil de l'audition</i> pour 1 kHz pression $p_0$	$2 \cdot 10^{-5}$	0

Niveau sonore :  $\beta = 20 \log \frac{p}{p_0}$

Fréquences audibles : 20-20000 Hz

## Fréquences de la gamme

Gamme de Zarlino (Hz)	Notes	Gamme tempérée de Bach (Hz)
264	Do <sub>3</sub>	262
297	Re <sub>3</sub>	294
330	Mi <sub>3</sub>	330
352	Fa <sub>3</sub>	349
396	Sol <sub>3</sub>	392
440	La <sub>3</sub> *	440
495	Si <sub>3</sub>	494
528	Do <sub>4</sub>	523

\* Fréquence de référence. Dans la gamme tempérée, un demi-ton correspond à un rapport de fréquence égale à  $\sqrt[12]{2}$

## Températures et pressions critiques de quelques substances

Substances	$T_c$ (K)	$p_c$ (Pa)
Hélium	5,19	$0,299 \cdot 10^6$
Hydrogène	33	$1,3 \cdot 10^6$
Azote	126,2	$3,4 \cdot 10^6$
Oxygène	154,6	$5,08 \cdot 10^6$
Air	132,3	$3,77 \cdot 10^6$
Méthane (CH <sub>4</sub> )	190,5	$4,67 \cdot 10^6$
Dioxyde de carbone (CO <sub>2</sub> )	304	$7,4 \cdot 10^6$
Eau	647,14	$22,1 \cdot 10^6$
Iode	819	–
Mercure	1750	–

## Permittivités relatives et résistivités de quelques isolants

Isolants	$\epsilon_r$	$\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )
Air	$\approx 1$	
Ambre jaune	2,5	$1 \cdot 10^{14}$
Caoutchouc vulcanisé	2,7	$1 \cdot 10^{16}$
Chlorure de polyvinyle (PVC)	4,5	$1 \cdot 10^{14}$
Eau pure	80	$2 \cdot 10^5$
Mica	7	$5 \cdot 10^{14}$
Paraffine	2,2	$1 \cdot 10^{16}$

Isolants	$\epsilon_r$	$\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )
Plexiglas	3,2	$1 \cdot 10^{17}$
Porcelaine	4–8	$10^{12}$ – $10^{14}$
Quartz ( $\perp$ axe)	4,3	$3 \cdot 10^{14}$
Quartz ( $\parallel$ axe)	4	$1 \cdot 10^{12}$
Soufre	4	$2 \cdot 10^{15}$
Téflon®	2	$> 10^{14}$
Verre	3–7	$1 \cdot 10^{12}$

# Les particules fondamentales (Modèle standard)

## Constituants de la matière

	Nom (saveur)	Symbole	Constitution (en quarks)	Masse (MeV/c <sup>2</sup> )	Spin	Charge électrique (e)	Temps de vie (s)	
<b>Quarks</b>	haut (up)	<i>u</i>		330	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$		
	bas (down)	<i>d</i>		333		$-\frac{1}{3}$		
	charme	<i>c</i>		$1,65 \cdot 10^3$		$\frac{2}{3}$		
	étrange (strange)	<i>s</i>		$0,5 \cdot 10^3$		$-\frac{1}{3}$		
	vérité (top)	<i>t</i>		$> 175 \cdot 10^3$		$\frac{2}{3}$		
	beauté (bottom)	<i>b</i>		$4,3 \cdot 10^3$		$-\frac{1}{3}$		
<b>Leptons</b>	neutrino électron	$\nu_e$		$< 10^{-5}$	$\frac{1}{2}$	0	stable	
	électron	<i>e</i>		0,51		-1	stable	
	neutrino muon	$\nu_\mu$		$< 0,2$		0	stable	
	muon	$\mu$		106		-1	$2 \cdot 10^{-6}$	
	neutrino tau	$\nu_\tau$		20		0	?	
	tau	$\tau$		1777		-1	$< 5 \cdot 10^{-13}$	
<b>Hadrons</b>	proton	<i>p</i>	<i>uud</i>	938	$\frac{1}{2}$	1	stable	
	<b>Baryons <i>qqq</i></b>	anti-proton	$\bar{p}$	$\bar{u}\bar{u}\bar{d}$		938	-1	
	<b>Antibaryons <math>\bar{q}\bar{q}\bar{q}</math></b>	neutron	<i>n</i>	<i>udd</i>		940	0	$10^3$
	lambda	$\Lambda$	<i>uds</i>	1116		0	$2 \cdot 10^{-10}$	
	sigma	$\Sigma^+$	<i>uus</i>	1189		+1	$0,8 \cdot 10^{-10}$	
		$\Sigma^0$	<i>uds</i>	1192		0	$5,8 \cdot 10^{-20}$	
		$\Sigma^-$	<i>dds</i>	1197		-1	$1,5 \cdot 10^{-10}$	
	xi	$\Xi^0$	<i>uss</i>	1315		0	$2,9 \cdot 10^{-10}$	
		$\Xi^-$	<i>dss</i>	1321		-1	$1,64 \cdot 10^{-10}$	
	omega	$\Omega^-$	<i>sss</i>	1672		$\frac{3}{2}$	-1	$0,8 \cdot 10^{-10}$
<b>Mésons <math>q\bar{q}</math></b>	pion	$\pi^+$	$u\bar{d}$	140	0	+1	$3 \cdot 10^{-8}$	
	kaon	$K^-$	$s\bar{u}$	494	0	-1	$10^{-8}$	
	rho	$\rho^+$	$u\bar{d}$	770	1	+1		
	B-zéro	$B^0$	$d\bar{b}$	5279	0	0		
	eta-c	$\eta_c$	$c\bar{c}$	2980	0	0		

Quarks	$u$ <i>up</i>	$c$ <i>charm</i>	$t$ <i>top</i>	Particules d'échange
	$d$ <i>down</i>	$s$ <i>strange</i>	$b$ <i>bottom</i>	
Leptons	$\nu_e$ <i>neutrino e</i>	$\nu_\mu$ <i>neutrino <math>\mu</math></i>	$\nu_\tau$ <i>neutrino <math>\tau</math></i>	
	$e$ <i>electron</i>	$\mu$ <i>muon</i>	$\tau$ <i>tau</i>	
				$\gamma$ <i>photon</i>
				$g$ <i>gluon</i>
			$Z$ <i>boson Z</i>	
			$W$ <i>boson W</i>	

## Particules intermédiaires d'échange

Type d'interaction	Particule	Spin	Masse (MeV/c <sup>2</sup> )	Charge électrique (e)
Electrofaible unifiée	photon $\gamma$	1	0	0
	$W^-$	1	$8,06 \cdot 10^4$	-1
	$W^+$	1	$8,06 \cdot 10^4$	+1
	$Z^0$	1	$9,11 \cdot 10^4$	0
Forte	gluon $g$	1	0	0
Gravitationnelle	graviton	pas encore observé		

## Remarques

**Matière et antimatière** : À chaque type de particule, il correspond une antiparticule de même masse, de même spin mais de charge opposée (proton et antiproton, électron et positron).

**Unité** (correspondance avec système SI) :

- charge électrique

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

- masse au repos

$$\frac{\text{MeV}}{c^2} = 1,78 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

- spin (moment angulaire intrinsèque)

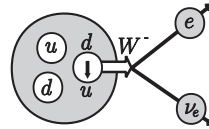
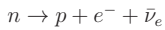
$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

# Les interactions fondamentales

Type d'interaction	Particules intermédiaires d'échange	Intervient sur	Intensité relative des forces		
			entre 2 quarks à $10^{-18}$ m	entre 2 quarks à $3 \cdot 10^{-17}$ m	entre 2 protons dans le noyau
Forte fondamentale	Gluons	Quarks	25	60	–
Forte résiduelle	Mésons	Hadrons (dans noyau atomique)	–	–	20
Electrofaible unifiée	$\gamma$	charges électriques des particules	1	1	1
	$W^+, W^-, Z^0$	Quarks, leptons (dans désintégration $\beta$ )	0,8	$10^{-4}$	$10^{-7}$
Gravitationnelle	graviton (?)	masse-énergie	$10^{-41}$	$10^{-41}$	$10^{-36}$

## Exemple

Désintégration  $\beta^-$

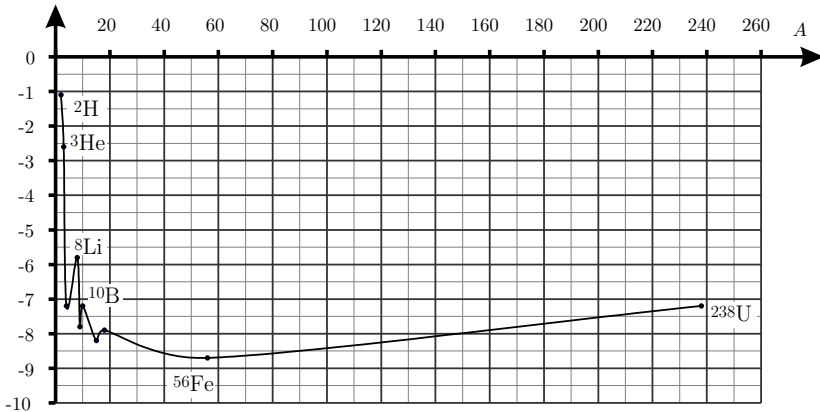


## Énergie de liaison nucléaire

$A$  : Nombre de masse atomique (nombre de nucléons)

$E$  : Énergie de liaison par nucléon en MeV

$E$  (MeV)



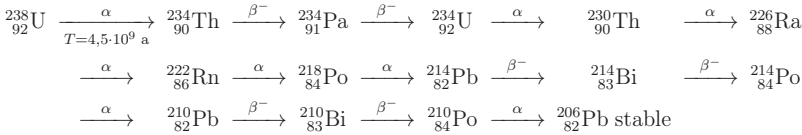
# Réactions nucléaires

## Désintégration radioactive

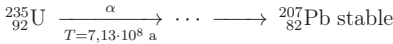
$$\beta^- : n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad \text{ou} \quad \beta^+ : p \longrightarrow n + e^+ + \nu$$

$$\text{Capture électronique (CE)} : p + e^- \longrightarrow n + \gamma + \nu$$

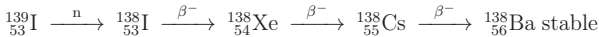
### Série U-Ra



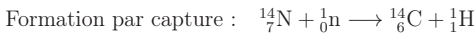
### Série U-Ac



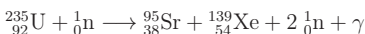
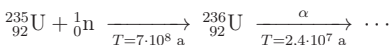
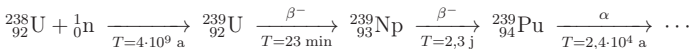
### Série Iode 139

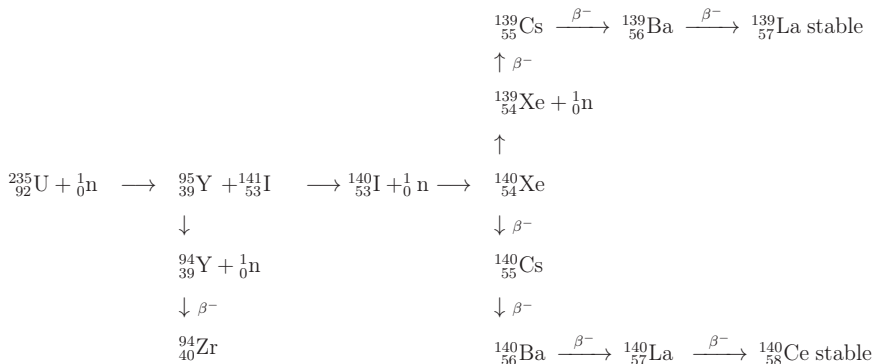


### Carbone 14



## Exemples de capture-fission

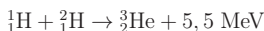




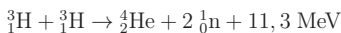
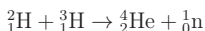
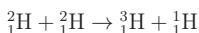
## Fusion

Etoiles (voir p. 214)

Bombe H



Tokamak



## Radioprotection

Facteurs de pondération de la radiation  $W_R$  et des tissus  $W_T$

Type de radiation	Domaine d'énergie	$W_R$
Photons	toute énergie	1
Électron et muons	toute énergie	1
Neutrons	$E < 10 \text{ keV}$	5
	$10 \text{ keV} < E < 100 \text{ keV}$	10
	$100 \text{ keV} < E < 2 \text{ MeV}$	20
	$2 \text{ MeV} < E < 20 \text{ MeV}$	10
	$E > 20 \text{ MeV}$	5
Protons		5
Particules $\alpha$ , fragments de fission, noyaux lourds		20

Tissu ou organe	$W_T$
Gonades	0,20
Moëlle osseuse	0,12
Colon	0,12
Poumons	0,12
Estomac	0,12
Vessie	0,05
Poitrine	0,05
Foie	0,05
Oesophage	0,05
Thyroïde	0,05
Peau	0,01
Surface des os	0,01
Autre	0,05

## Limite de la dose individuelle selon l'ORaP

	Valeurs limites par année (mSv · a <sup>-1</sup> )
<b>Professionnels</b>	
Dose effective	
– situation normale	20
– situation exceptionnelle	50
Dose équivalente	
– au cristallin	150
– à la peau	500
– aux extrémités	500
<b>Professionnels : cas particuliers</b>	
– entre 16 et 18 ans	5
– femme enceinte, à l'abdomen	2
– femme enceinte, par ingestion	1
<b>Public</b>	
Dose effective	1
<b>Lors d'irradiation aigüe</b>	
<b>Dose de seuil</b>	500 mSv
<b>Dose semi-létale</b>	5000 mSv



# Abondance de quelques isotopes naturels

$Z$  = numéro atomique  
 $A$  = nombre de masse  
 $m$  = masse atomique u  
 $\%$  = abondance relative en % masse  
 $*$  : isotope radioactif,  $var$  : quantité variable

$Z$		$A$	$m$	%
1	H	1	1,00783	99,985
		2	2,01410	0,015
2	He	3	3,01603	$10^{-4}$
		4	4,00260	100
3	Li	6	6,01512	7,5
		7	7,01600	92,5
4	Be	9	9,01218	100
5	B	10	10,01129	20
		11	11,00931	80
6	C	12	12,00000	98,89
		13	13,00335	1,11
		*14	14,00324	<i>var</i>
7	N	14	14,00307	99,64
		15	15,00011	0,36
8	O	16	15,99491	99,759
		17	16,99913	0,037
		18	17,99916	0,204
9	F	19	18,99840	100
10	Ne	20	19,99244	90,51
		21	20,99385	0,27
		22	21,99138	9,22
11	Na	23	22,98977	100
12	Mg	24	23,98504	78,99
		25	24,98584	10,00
		26	25,98259	11,01
13	Al	27	26,98154	100
14	Si	28	27,97693	92,23
		29	28,97649	4,67
		30	29,97377	3,10
15	P	31	30,97376	100
16	S	32	31,97207	95,00
		33	32,97146	0,76
		34	33,96786	4,22
		36	35,96708	0,02
17	Cl	35	34,96885	75,53
		37	36,96590	24,47
18	Ar	36	35,96755	0,337
		38	37,96273	0,063
		40	39,96238	99,600

$Z$		$A$	$m$	%
19	K	39	38,96371	93,10
		*40	39,96400	0,02
		41	40,96183	6,88
20	Ca	40	39,96259	96,941
		42	41,95862	0,647
		43	42,95877	0,135
		44	43,95548	2,086
		46	45,95369	0,004
		*48	47,95253	0,187
21	Sc	45	44,95592	100
24	Cr	50	49,94605	4,36
		52	51,94051	83,79
		53	52,94065	9,49
		54	53,93888	2,36
25	Mn	55	54,93805	100
26	Fe	54	53,93961	5,8
		56	55,93494	91,8
		57	56,93540	2,1
		58	57,93327	0,3
27	Co	59	58,93320	100
28	Ni	58	57,93535	68,27
		60	59,93079	26,10
		61	60,93106	1,13
		62	61,92835	3,59
		64	63,92797	0,91
29	Cu	63	62,92960	69,2
		65	64,92779	30,8
30	Zn	64	63,92914	48,6
		66	65,92603	27,9
		67	66,92713	4,1
		68	67,92485	18,8
		70	69,92533	0,6
33	As	75	74,92169	100
34	Se	74	73,92247	0,9
		76	75,91921	9,0
		77	76,91991	7,6
		78	77,91731	23,5
		80	79,91652	49,8
		82	81,91670	9,2
35	Br	79	78,91834	50,69
		81	80,91629	49,31

Z		A	m	%
36	Kr	78	77,92040	0,35
		80	79,91638	2,27
		82	81,91348	11,56
		83	82,91414	11,55
		84	83,91151	56,90
		86	85,91062	17,37
37	Rb	85	84,91179	72,15
		*87	86,90919	27,85
38	Sr	84	83,91343	0,5
		86	85,90927	9,9
		87	86,90884	7,0
		88	87,90562	82,6
39	Y	89	88,90585	100
41	Nb	93	92,90638	100
45	Rh	103	102,90550	100
46	Pd	102	101,90563	0,96
		104	103,90403	10,97
		105	104,90508	22,23
		106	105,90348	27,33
		108	107,90390	26,71
		110	109,90517	11,80
47	Ag	107	106,90509	51,83
		109	108,90476	48,17
48	Cd	106	105,90646	1,2
		108	107,90418	0,9
		110	109,90301	12,4
		111	110,90418	12,8
		112	111,90276	24,0
		113	112,90440	12,3
		114	113,90336	28,8
116	115,90476	7,6		
49	In	113	112,90406	4,3
		*115	114,90388	95,7
50	Sn	112	111,90482	0,96
		114	113,90278	0,66
		115	114,90335	0,35
		116	115,90175	14,30
		117	116,90296	7,61
		118	117,90171	24,03
		*119	118,90331	8,58
		120	119,90220	32,85
		122	121,90344	4,72
124	123,90527	5,94		
51	Sb	121	120,90382	57,3
		123	122,90422	42,7
52	Te	120	119,90405	0,1
		122	121,90305	2,5
		*123	122,90427	0,9
		124	123,90282	4,6
		125	124,90443	7,0

Z		A	m	%
52	Te	126	125,90331	18,7
		128	127,90446	31,7
		130	129,90623	34,5
53	I	127	126,90447	100
54	Xe	124	123,90589	0,1
		126	125,90428	0,1
		128	127,90353	1,9
		129	128,90478	26,4
		130	129,90351	4,1
		131	130,90507	21,2
		132	131,90414	26,9
134	133,90540	10,4		
136	135,90721	8,9		
55	Cs	133	132,90543	100
56	Ba	130	129,90628	0,1
		132	131,90504	0,1
		134	133,90449	2,42
		135	134,90566	6,59
		136	135,90455	7,81
		137	136,90581	11,32
138	137,90523	71,66		
59	Pr	141	140,90765	100
65	Tb	159	158,92534	100
67	Ho	165	164,93032	100
69	Tm	169	168,93421	100
78	Pt	*190	189,95991	0,01
		*192	191,96102	0,79
		194	193,96266	32,9
		195	194,96477	33,8
		196	195,96493	25,3
		198	197,96737	7,2
79	Au	197	196,96654	100
80	Hg	196	195,96581	0,2
		198	197,96674	10,1
		199	198,96825	16,9
		200	199,96830	23,1
		201	200,97028	13,2
		202	201,97062	29,7
204	203,97347	6,8		
82	Pb	*204	203,97302	1,4
		206	205,97440	24,1
		207	206,97587	22,1
		208	207,97663	52,4
83	Bi	209	208,98037	100
92	U	*234	234,04095	0,005
		*235	235,04392	0,720
		*238	238,05078	99,275

# Modes de désintégration de quelques isotopes radioactifs

Z numéro atomique

A nombre de masse

Mode ( EC : capture électronique, FS : fission spontanée )

$T_{1/2}$  période radioactive ( s : seconde, min : minute, h : heure, j : jour, a : an )

Z		A	Mode	$T_{1/2}$
1	H	3	$\beta^-$	12,3 a
6	C	14	$\beta^-$	5730 a
11	Na	22	$\beta^+$ , EC	2,6 a
		24	$\beta^-$	15 h
15	P	32	$\beta^-$	14,3 j
16	S	35	$\beta^-$	88 j
17	Cl	36	$\beta^-$ , $\beta^+$ , EC	$3,1 \cdot 10^5$ a
19	K	40	$\beta^-$ , $\beta^+$ , EC	$1,3 \cdot 10^9$ a
		42	$\beta^-$	12,4 h
20	Ca	41	EC	$8 \cdot 10^4$ a
		45	$\beta^-$	165 j
		47	$\beta^-$	4,53 j
		48	$\beta^-$	$10^{16}$ a
24	Cr	51	EC	28 j
26	Fe	55	EC	2,6 a
		59	$\beta^-$	45 j
27	Co	58	$\beta^+$ , EC	71 j
		60	$\beta^-$	5,27 a
28	Ni	59	EC	$8 \cdot 10^4$ a
		63	$\beta^-$	92 a
29	Cu	64	$\beta^-$ , $\beta^+$ , EC	12,9 h
30	Zn	65	$\beta^+$ , EC	244 j
34	Se	75	$\beta^-$	120,4 j
		79	$\beta^-$	$6,5 \cdot 10^4$ a
35	Br	82	$\beta^-$	35,5 h
36	Kr	85	$\beta^-$	10,8 a
37	Rb	86	$\beta^-$	18,7 j
38	Sr	85	EC	64 j
		89	$\beta^-$	52 j
		90	$\beta^-$	28,1 a
39	Y	90	$\beta^-$	64 h
40	Zr	95	$\beta^-$	65 j
42	Mo	99	$\beta^-$	66,7 h
43	Tc	97	EC	$2,6 \cdot 10^6$ a
		99	$\beta^-$	
47	Ag	111	$\beta^-$	7,5 j
48	Cd	115	$\beta^-$	22 j
49	In	115	$\beta^-$	$6 \cdot 10^{14}$ a
50	Sn	113	EC	115 j
51	Sb	122	$\beta^-$ , $\beta^+$ , EC	2,8 j
		124	$\beta^-$	60 j
		125	$\beta^-$	2,7 a
52	Te	127	$\beta^-$	9,4 h
53	I	125	EC	60 j
		128	$\beta^-$ , $\beta^+$ , EC	25 min

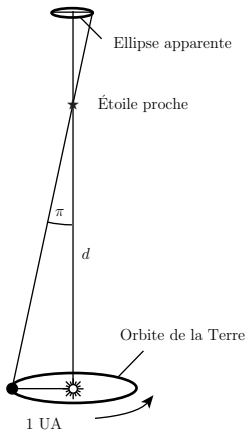
Z		A	Mode	$T_{1/2}$
53	I	131	$\beta^-$	8,07 j
55	Cs	134	$\beta^-$	2,5 a
		135	$\beta^-$	$3 \cdot 10^6$ a
		137	$\beta^-$	30 a
56	Ba	131	EC	11,6 j
		133	EC	7,5 a
66	Dy	154	$\alpha$	$10^6$ a
69	Tm	170	$\beta^-$	129 j
71	Lu	176	$\beta^-$	$3 \cdot 10^{10}$ a
77	Ir	192	$\beta^-$ , EC	74 j
78	Pt	190	$\alpha$	$6 \cdot 10^{11}$ a
		192	$\alpha$	$10^{15}$ a
79	Au	198	$\beta^-$	64,8 h
80	Hg	197	EC	65 h
		203	$\beta^-$	46,6 j
81	Tl	204	$\beta^-$ , EC	3,8 a
82	Pb	202	EC	$3 \cdot 10^5$ a
		204	$\alpha$	$1,4 \cdot 10^{19}$ a
		210	$\alpha$ , $\beta^-$	21 a
83	Bi	210	$\alpha$ , $\beta^-$	5 j
84	Po	209	$\alpha$ , EC	103 a
		210	$\alpha$	138 j
85	At	210	$\alpha$ , EC	8,3 h
		211	$\alpha$ , EC	7,2 h
86	Rn	222	$\alpha$	3,82 j
87	Fr	223	$\alpha$ , $\beta^-$	22 min
88	Ra	226	$\alpha$	1622 a
		228	$\beta^-$	5,8 a
89	Ac	227	$\alpha$ , $\beta^-$	21,6 a
		228	$\alpha$	1,91 a
		230	$\alpha$	$8 \cdot 10^4$ a
90	Th	232	$\alpha$	$1,41 \cdot 10^{10}$ a
		231	$\alpha$	$3,25 \cdot 10^4$ a
		230	$\alpha$	$1,25 \cdot 10^4$ a
91	Pa	231	$\alpha$	$3,25 \cdot 10^4$ a
		233	$\alpha$	$1,62 \cdot 10^5$ a
		234	$\alpha$	$2,47 \cdot 10^5$ a
		235	$\alpha$ , FS	$7,13 \cdot 10^8$ a
		238	$\alpha$ , FS	$4,51 \cdot 10^9$ a
92	U	239	$\beta^-$	23,5 min
		237	$\alpha$	$2,14 \cdot 10^6$ a
		239	$\beta^-$	2,35 j
		238	$\alpha$ , FS	86 a
93	Np	239	$\alpha$ , FS	$2,44 \cdot 10^4$ a
		240	$\alpha$ , FS	6580 a
		241	$\alpha$ , $\beta^-$	13,2 a
		242	$\alpha$	$3,79 \cdot 10^5$ a
		243	$\alpha$	



# Formulaire : Astronomie

## Données et définitions générales

Mesures de distance	
Année lumière (AL) :	distance parcourue par la lumière en 1 an ( $9,461 \cdot 10^{15}$ m)
Unité Astronomique (UA) :	demi-grand axe de l'orbite terrestre ( $1,496 \cdot 10^{11}$ m)
Parsec (pc) :	distance à laquelle 1 UA est vue sous un angle de $1''$ d'arc ( $3,086 \cdot 10^{16}$ m)

Parallaxe annuelle		
Grandeur physique Intitulé de la loi	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
Définition de la parallaxe annuelle (angle $\pi$ )	$d$ : distance (pc) $\pi$ : angle de parallaxe annuelle ( $''$ )  $d = \frac{1}{\pi}$	 <p>avec l'approximation des petits angles</p>

## Mesures du temps

**Jour sidéral :** période de révolution apparente de la sphère des étoiles autour de la Terre

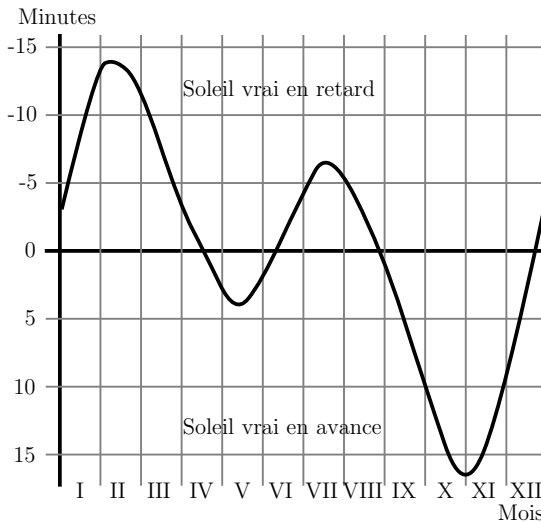
1 jour sidéral = 23 heures 56 minutes 4,091 secondes

**Jour solaire vrai :** période de révolution apparente du Soleil autour de la Terre (variable)

**Jour solaire moyen :** période de révolution d'un Soleil moyen fictif

1 jour solaire moyen = 24 heures

**Équation du temps :** différence entre *temps solaire vrai* et *temps solaire moyen* en fonction de la date



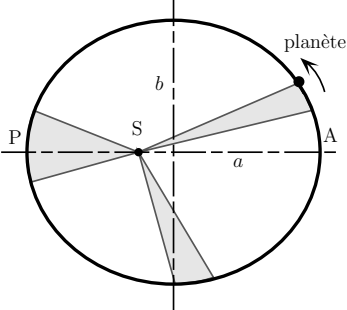
**Temps civil ou légal :** temps conventionnel des fuseaux horaires

**Temps universel :** temps solaire moyen du méridien de Greenwich

## Définitions de photométrie

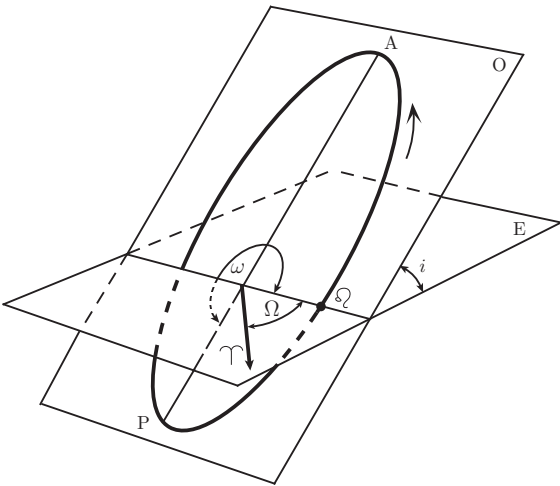
Grandeur physique Intitulé de la loi	Symbole	Relation de définition Loi ou formule	Remarques, figures
<b>Luminosité d'un astre :</b>	$L$	puissance totale émise sous forme de rayonnement (W)	
<b>Éclat d'un astre :</b>  Loi de Lambert :	$E$	puissance totale reçue par unité de surface perpendiculaire au rayonnement ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ )  $E = \frac{L}{4\pi d^2}$	$d$ : distance (m)
<b>Magnitude apparente :</b>  Pour deux astres $A$ et $B$ :	$m$	échelle conventionnelle d'éclat définie par la relation :  $m = -\log_{10} E + C$  $m_A - m_B = 2,5 \log_{10} \frac{E_B}{E_A}$	$C$ : constante de calibration
<b>Magnitude absolue :</b>	$M$	magnitude apparente qu'aurait un astre s'il était placé à 10 pc	
<b>Module de distance :</b>	$m - M$	différence entre magnitude apparente et magnitude absolue (sans extinction interstellaire)  $m - M = 2,5 \log_{10} d - 5$	$d$ : distance (pc)
<b>Magnitude bolométrique :</b>	$m_{\text{bol}}$	donnée par l'éclat dû à tout l'ensemble du spectre	
<b>Magnitude visuelle :</b>	$m_v$	limitée à l'éclat dû à la partie visible du spectre	
<b>Température effective :</b>  Loi de Stefan-Boltzman :	$T_{\text{eff}}$	celle du corps noir qui rayonne la même puissance totale  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$  $(\sigma = 5,67051 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4})$	$R$ : rayon stellaire (m) $\sigma$ : constante de Stefan-Boltzmann $T_{\text{eff}}$ : température effective (K)

# Lois de Kepler

Grandeur physique Intitulé de la loi	Formule	Remarques, figures
Forme empirique (observationnelle) :		
1. Les orbites des planètes sont des ellipses dont le Soleil occupe l'un des foyers		
2. La vitesse orbitale d'une planète varie de façon que le rayon-vecteur Soleil-planète balaye des aires égales en des temps égaux		 <p>A : aphélie (point le plus éloigné du Soleil)  P : périhélie (point le plus proche du Soleil)  a : demi-grand axe  b : demi-petit axe</p>
3. Les périodes des planètes et leurs demi-grands axes sont dans un rapport sesquialtère Pour deux planètes A et B : 3 <sup>e</sup> loi tirée de la loi de la gravitation universelle (forme déduite) :	$\frac{a_A^3}{T_A^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2}$ $\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2}(M + m)$	a : demi-grand axe de l'orbite (m) T : période orbitale (s) G : constante universelle de gravitation ( $G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ) M : masse du Soleil (kg) m : masse planétaire (kg)



## Les 6 éléments orbitaux

Grandeur physique Intitulé de la loi	Formule, remarques, figures
Éléments nécessaires pour définir une orbite :	
1. L'inclinaison $i$ du plan de l'orbite par rapport à un plan de référence. Pour les planètes le plan de l'orbite terrestre (écliptique) et pour un satellite de la Terre, le plan équatorial	
2. La longitude $\Omega$ du noeud ascendant $\Omega$ relativement à la direction du point vernal $\Upsilon$	
3. L'argument $\omega$ de latitude du périhélie P (ou périégée ou périastre)	
4. Le demi-grand axe $a$ de l'orbite	$a = \frac{1}{2}AP$
5. L'excentricité de l'orbite $e$	$e = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$
6. L'instant $t$ de passage au périhélie P	 <p>O : plan de l'orbite</p> <p>E : plan de l'écliptique</p>

# Le système solaire

Le Soleil			
Caractéristiques générales			
	Au périhélie	À l'aphélie	Demi-grand axe de l'orbite
Distance Terre-Soleil	$1,471 \cdot 10^{11}$ m	$1,521 \cdot 10^{11}$ m	$1,496 \cdot 10^{11}$ m
Diamètre angulaire apparent	32' 35,6''	31' 31,3''	31' 59,3''
Rayon	$R_{\odot} = 6,95 \cdot 10^8$ m = 109,3 $R_{\text{Terre}}$		
Masse	$M_{\odot} = 1,9891 \cdot 10^{30}$ kg = 332 946 $M_{\text{Terre}}$		
Masse volumique moyenne	$\rho_{\odot} = 1,41 \cdot 10^3$ kg · m <sup>-3</sup> = 0,256 $\rho_{\text{Terre}}$		
Accélération de la pesanteur	$g_{\odot} = 273,4$ m · s <sup>-2</sup> = 27,9 $g_{\text{Terre}}$ (en surface)		
Luminosité	$L_{\odot} = 3,85 \cdot 10^{26}$ W		
Constante solaire	$E_{\odot} = 1,39 \cdot 10^3$ W · m <sup>-2</sup>		
Magnitude visuelle apparente	$m_{v\odot} = -26,9$		
Magnitude visuelle absolue	$M_{v\odot} = +4,79$		
Type spectral	G2 V		
Température effective	$T_{\text{eff}} = 5785$ K		
Âge	$\tau_{\odot} = 4,55 \cdot 10^9$ a		
Durée de vie totale	$\approx 10^{10}$ a		
Rotation différentielle			
	À l'équateur	À 60° de latitude	Aux pôles
Période sidérale	25,03 j	$\approx 30$ j	$\approx 34$ j
Période synodique en jours (j) pour une latitude $\lambda$ (relation empirique) :	$T = 26,75 + 5,7 \sin^2 \lambda$		
Composition chimique (en masse)			
En moyenne	Hydrogène	75 %	(principalement : O, C, N, Si, Mg, Ne, Fe, S)
	Hélium	23 %	
Dans le noyau	Éléments plus lourds	2 %	
	Hydrogène	36 %	
	Hélium	62 %	
Principales bandes moléculaires identifiées dans l'atmosphère :	OH, NH, CH, SiH, MgH, CaH, C <sub>2</sub> , CN, O <sub>2</sub> , TiO, MgO, AlO, FeH, CO, H <sub>2</sub> O		

Structure interne du soleil			
	Rayon	Température	
Au centre : ( $T_{\odot c}$ )	0	$15,5 \cdot 10^6$ K	$p_{\odot c} = 2,2 \cdot 10^{16}$ Pa, $\rho_{\odot c} = 1,64 \cdot 10^5$ kg·m <sup>-3</sup>
Noyau	0,25 $R_{\odot}$	$7,5 \cdot 10^6$ K	Lieu des réactions thermonucléaires (cycle P-P et cycle du CNO). 50 % de la masse solaire concentrée dans ce noyau riche en hélium. Transfert d'énergie radiatif
Zone radiative	0,8 $R_{\odot}$	$1,5 \cdot 10^6$ K	Composition chimique homogène. Transfert d'énergie radiatif
Enveloppe convective	1 $R_{\odot}$	5800 K	Brassage convectif assurant le transfert d'énergie. Mouvements verticaux de l'ordre du km · s <sup>-1</sup>

Atmosphère solaire			
	Altitude	Température	
Photosphère	0	5800 K	Mince couche d'où provient le rayonnement solaire. On y voit les <i>facules</i> , sommets des cellules de convection
Chromosphère	400 km	4200 K	Zone hétérogène formée de fines colonnes de matière, les <i>spicules</i> , montant à plusieurs milliers de km à des vitesses jusqu'à 30 km · s <sup>-1</sup>
Couronne	1800 km	8000 K	Auréole blanche peu brillante et très étendue, visible lors des éclipses totales. Matière de très faible densité chauffée par des ondes de choc provenant de la couche convective
	quelques $R_{\odot}$	$10^6$ K	

# La Terre

## Caractéristiques générales

	À l'équateur	Aux pôles	En moyenne
Rayon	$R_e = 6,378\,140 \cdot 10^6 \text{ m}$	$R_p = 6,356\,777 \cdot 10^6 \text{ m}$	$6,371\,030 \cdot 10^6 \text{ m}$
Aplatissement :	$\frac{R_e - R_p}{R_e} = 3,35 \cdot 10^{-3}$		
Masse	$M_T = 5,9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$		
Masse volumique moyenne	$\rho_T = 5,517 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$		
Albédo moyen	0,43		
Flux géothermique moyen	$0,06 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ (en surface)		
Champ magnétique moyen	$\approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ (en surface)		
Âge	$\tau_T = 4,55 \cdot 10^9 \text{ a}$		
Accélération de la pesanteur ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ) pour une latitude $\lambda$ et une altitude $h$ (m) :			
$g_T = 9,780318 \cdot (1 + 5,3024 \cdot 10^{-3} \sin^2 \lambda + 5,9 \cdot 10^{-6} \sin^2 2\lambda - 3,15 \cdot 10^{-7} h)$			
Si $\lambda = 45^\circ$ et $h = 0 \text{ m}$ , alors $g_T = 9,80619 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .			

## Structure interne

	Profondeur (km)	Température (K)	Pression (Pa)	Masse vol. ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	Composition
Croûte terrestre					Aluminosilicates de Ca, K et Na. Les plaques de la lithosphère glissent sur l'athénosphère sous-jacente (dérive des continents)
Manteau (solide)	$\approx 30$	730	$0,009 \cdot 10^{11}$	$3,32 \cdot 10^3$	Silicates (olivines et pyroxènes)
	2800	280	$1,3 \cdot 10^{11}$	$5,62 \cdot 10^3$	
Noyau (liquide)					Mélange de Fe-Ni en fusion (avec Cu, Si, S ou O). Par effet dynamo les mouvements de matière créent le champ magnétique terrestre
	5150	3650	$3,3 \cdot 10^{11}$	$16,82 \cdot 10^3$	
Graine (solide)					Même composition que le noyau, mais à l'état solide. (Peut-être plus de Ni)
	6370	$\approx 5000$	$3,6 \cdot 10^{11}$	$17,2 \cdot 10^3$	

## Mouvements de la Terre

<b>Mouvement diurne</b>	Période sidérale (1 jour sidéral) : $T_s = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4,091 \text{ s}$ Inclinaison de l'équateur sur l'écliptique : $23^\circ 27, 44'$
<b>Mouvement orbital</b>	Année sidérale : $365,256 360 42 \text{ j}$ (période orbitale relativement aux étoiles)  Année tropique : $365,242 198 79 \text{ j}$ (période orbitale relativement au passage à l'équinoxe de printemps)  Période de précession : $25 760 \text{ a}$  Période de nutation : $18,6 \text{ a}$ (amplitude $9''$ )

## Atmosphère terrestre

	Altitude (km)	Température (°C)	
Troposphère	0	15	Couche météorologique contenant les 3/4 de la masse atmosphérique. Température décroissante (de 6 à 7 °C par km)
Stratosphère	6 à 18	-85 à -40	Couche de température croissante. Ozonosphère entre 20 et 30 km
Mésosphère	50	-20 à +20	Couche de température décroissante
Thermosphère	70 à 85	-120 à -50	Couche de température croissante. Diverses couches ionisées entre 80 et 400 km (ionosphère)
	500	600	

## Modèle d'atmosphère standard OACI

Pression :	$p = p_0(1 - 2,26 \cdot 10^{-5}h)^{5,255}$	$p_0$ : pression au niveau de la mer ( $p_0 = 1013, 25 \text{ hPa}$ ) $h$ : altitude (m)
Température :	$T = T_0 - 6,5 \cdot 10^{-3}h$	$T_0$ : température au niveau de la mer ( $T_0 = 15^\circ\text{C}$ ) $h$ : altitude (m)

## Composition chimique de l'air sec (constante jusque vers 80 km d'altitude)

Pourcentage (en masse) de chaque constituant

N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	CO <sub>2</sub>	Ne	He	Kr	Xe	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	N <sub>2</sub> O
75,520	23,140	1,288	0,050	0,001267	0,000072	0,000330	0,000039	0,000003	0,00011	0,00008

# La Lune

## Caractéristiques générales

	Au périégée	À l'apogée	Demi-grand axe de l'orbite
Distance Terre-Lune	$3,564 \cdot 10^8$ m	$4,067 \cdot 10^8$ m	$3,84404 \cdot 10^8$ m
Diamètre angulaire apparent	33' 31,7''	29' 22,9''	31' 05,2''
Rayon	$R_L = 1,738 \cdot 10^6$ m = 0,2725 $R_{\text{Terre}}$		
Masse	$M_L = 7,350 \cdot 10^{22}$ kg = 0,01230 $M_{\text{Terre}}$		
Masse volumique moyenne	$\rho_L = 3,344 \cdot 10^3$ kg · m <sup>-3</sup> = 0,6061 $\rho_{\text{Terre}}$		
Accélération de la pesanteur	$g_L = 1,627$ m · s <sup>-2</sup> = 0,165 $g_{\text{Terre}}$ (en surface)		
Albédo moyen	0,073		
Champ magnétique	(de 5 à 300) 10 <sup>-9</sup> T		
Magnitude visuelle apparente	$m_v = -12,7$ (pleine lune)		
Température du sol	398 K de jour et 98 K de nuit		

## Mouvements

Période sidérale	27 j 7 h 43 min 11,5 s
Révolution sur elle-même	27 j 7 h 43 min 11,5 s
Période synodique (entre mêmes aspects)	29 j 12 h 44 min 2,9 s
Inclinaison de l'équateur sur le plan de l'orbite	6,7°
Inclinaison du plan de l'orbite sur l'écliptique	5,9°
Excentricité de l'orbite	0,0549

## Petits objets du système solaire

### Astéroïdes ou petites planètes

<b>Constitution :</b>	objets rocheux plus ou moins métalliques
<b>Tailles :</b>	de 1 km à quelques centaines de km
<b>Quantité :</b>	plus de 10 000 identifiés sur 10 <sup>6</sup> estimés
<b>Situation :</b>	dans la <i>ceinture des astéroïdes</i> (entre les orbites de Mars et de Jupiter) et dans la <i>ceinture de Kuiper</i> (entre 50 et 500 UA du Soleil)

## Quelques grands astéroïdes

Nom	N°	Rayon (km)	Demi-grand axe (UA)	Excentricité	Inclinaison sur l'écliptique (°)
Cérès	1	457	2,767	0,097	10,61
Pallas	2	261	2,771	0,18	34,81
Vesta	4	250	3,362	0,097	7,14
Hygeia	10	215	3,144	0,136	3,84
Davidia	511	168	3,178	0,171	15,94
Interamnia	704	167	3,062	0,081	17,3
Europa	52	156	3,097	0,119	7,44
Eunomia	15	136	2,644	0,143	11,76
Sylvia	87	136	3,486	0,051	10,87
Psyché	16	132	2,922	0,1	3,09
Euphrosyne	31	124	3,156	0,099	26,34
Cybèle	65	123	3,429	0,129	3,55
Junon	3	122	2,67	0,128	13,00
Bamberga	324	121	2,683	0,285	11,14
Camilla	107	118	3,488	0,084	9,93

## Comètes

<b>Noyau :</b>	quelques dizaines de km, constitués de glaces incrustées de matières rocheuses
<b>Tête :</b>	enveloppe gazeuse du noyau formée par la sublimation de celui-ci
<b>Queues :</b>	matériaux (poussières et gaz) de la tête poussés par le vent solaire
<b>Situation :</b>	dans la <i>nuage de Oort</i> (réservoir sphérique de 50 000 UA de rayon) et dans la ceinture de Kuiper

<b>Comète de Halley</b>	Dimensions du noyau	$16 \times 8 \times 7$ km
	Diamètre de la tête	de 50 000 à 250 000 km
	Longueur de la queue	jusqu'à $10^8$ km
	Masse	$M = 10^{14}$ kg = $10^{-11} M_{\text{Terre}}$
	Masse volumique moyenne	$\rho = 200$ kg · m <sup>-3</sup>
	Accélération de la pesanteur	$g = 0,004$ m · s <sup>-2</sup>
	Albédo moyen	0,04
	Distance moyenne au Soleil	17,8 UA
	Période de révolution orbitale	T = 76,1 a
	Inclinaison de l'orbite	$i = 18^\circ$ (mouvement rétrograde)
	Excentricité	$e = 0,97$

## Les planètes du système solaire

### Caractéristiques physiques des planètes

Planète	Masse ( $M_{\text{Terre}}$ )	Taille ( $R_{\text{Terre}}$ )	Masse volumique ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	Accélération pesanteur au pôle ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ )
Mercure ☿	0,056	0,387	5440	3,72
Vénus ♀	0,82	0,95	5240	8,85
Terre ♂	1	1	5500	9,81
Mars ♂	0,11	0,53	3940	3,72
Jupiter ♃	317,8	11,19	1310	24,8
Saturne ♄	95,2	9,41	700	10,5
Uranus ♅	14,5	3,98	1300	9,0
Neptune ♆	17,2	3,81	1660	11,0
Pluton ♇	0,0025	0,18	2000	1,0

### Caractéristiques des orbites des planètes

Planète	Période sidérale	Période synodique	Demi-grand axe  $a$ (UA)	Excentricité  $e$
Mercure ☿	87,969 j	115,88 j	0,357	0,207
Vénus ♀	224,701 j	1 a 218 j	0,723	0,007
Terre ♂	365,256 j	—	1	0,017
Mars ♂	1 a 321 j	2 a 49 j	1,524	0,093
Jupiter ♃	11 a 314 j	1 a 33 j	5,203	0,048
Saturne ♄	29 a 167 j	1 a 13 j	9,5	0,056
Uranus ♅	84 a 7 j	1 a 4 j	19,218	0,046
Neptune ♆	164 a 280 j	1 a 2 j	30,11	0,009
Pluton ♇	251 a 314 j	1 a 1 j	39,8	0,256



## Les planètes du système solaire

### Caractéristiques physiques des planètes

Vitesse libération ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )	Principaux composants atmosphériques	Température moyenne ( $^{\circ}\text{C}$ )	Pression au sol (hPa)	Planète
4,3	—	90	0	Mercure ☿
10,4	$\text{CO}_2$ $\text{N}_2$	460	90000	Vénus ♀
11,2	$\text{N}_2$ $\text{O}_2$	14	1013	Terre ♂
5,0	$\text{CO}_2$ $\text{N}_2$	-60	2 – 10	Mars ♂
60	$\text{H}_2$ He	-150	—	Jupiter ♃
36	$\text{H}_2$ He	-180	—	Saturne ♄
21,2	$\text{H}_2$ He	-210	—	Uranus ♅
23,6	$\text{H}_2$ He	-220	—	Neptune ♆
1,0	—	-230	0	Pluton ♇

### Caractéristiques des orbites des planètes

Inclinaison sur l'écliptique $i$ ( $^{\circ}$ )	Longitude du périhélie $\Omega$ ( $^{\circ}$ )	Période de rotation (j)	Inclinaison de l'équateur sur l'orbite ( $^{\circ}$ )	Nombre de satellites	Planète
7,00	76,67	58,65	0	0	Mercure ☿
3,39	130,85	243,02	177,4	0	Vénus ♀
0	102,07	1	23,45	1	Terre ♂
1,85	335,57	1,026	24	2	Mars ♂
1,31	13,52	0,414	3,1	$\geq 16$	Jupiter ♃
2,49	92,07	0,444	26,7	$\geq 23$	Saturne ♄
0,77	169,85	0,718	97,9	$\geq 15$	Uranus ♅
1,78	44,17	0,671	28,8	$\geq 8$	Neptune ♆
17,14	223,5	6,387	99	1	Pluton ♇

## Les satellites naturels des planètes

	Satellite	Découverte	Rayon orbite ( $R_{\text{planète}}$ )	Excen- tricité	Incli- naison ( $^{\circ}$ )	Période sidérale (j)	Dia- mètre (km)	Masse ( $10^{21}$ kg)	Densité ( $\rho_{\text{eau}}$ )
$\delta$	Lune		60,2	0,0549	18,3-28,6	27,322	3476	73,4	3,34
$\sigma$	Phobos	1877 A. Hall	2,76	0,015	1,1	0,318	21,8	0,00001	2,0
	Deimos	1877 A. Hall	6,91	0,0008	0,9-2,7	1,262	11,4	0,000005	1,9
$\zeta$	Métis	1979 S. Synnot	1,78	0,0	0,0	0,295	40	—	—
	Adrastée	1979 D. Jewitt	1,88	0,0	0,0	0,295	10	—	—
	Amalthée	1892 E. Barnard	2,53	0,0028	0,4	0,498	220	—	—
	Thébée	1979 S. Synnot	3,1	0,0	1,25	0,6726	80	—	—
	Io	1610 Galilée	5,91	0,0	0,0	1,769	3640	89,2	3,53
	Europe	1610 Galilée	9,4	0,0003	0,0	3,551	3130	48,6	3,03
	Ganymède	1610 Galilée	14,99	0,0015	0,1	7,155	5280	148,9	1,93
	Callisto	1610 Galilée	26,6	0,0075	0,4	16,689	4840	106,4	1,79
	Léda	1974 C. Kowal	156	0,148	26,7	240	10	—	—
	Himalia	1904 C. Perrine	161	0,158	27,6	250	170	—	—
	Elara	1938 S. Nicholson	165	0,207	24,8	260	80	—	—
	Lysithéa	1905 C. Perrine	166	0,13	29	263	24	—	—
	Ananké	1951 S. Nicholson	294	0,17	147	617	20	—	—
	Carmé	1938 S. Nicholson	313	0,21	164	692	30	—	—
	Pasiphaé	1908 P. Melotte	329	0,38	145	739	40	—	—
Sinopé	1914 S. Nicholson	332	0,28	153	758	28	—	—	
$\eta$	Pan	1990 Voyager 2	—	0,0	—	—	10	—	—
	Atlas	1980 R. Terrile	2,27	0,0	—	0,1599	15	—	—
	Prométhée	1980 S. Collins	2,31	0,0	—	0,611	100	—	—
	Pandore	1980 S. Collins	2,34	0,0	—	0,627	100	—	—
	Epiméthée	1966 R. Walker	2,51	0,01	0	0,692	80	—	—
	Janus	1966 A. Dollfus	2,51	0,01	0	0,698	80	—	—
	Mimas	1789 W. Herschel	3,12	0,02	1,5	0,942	390	0,038	1,17
	Encelade	1789 W. Herschel	3,98	0,0044	0,02	1,37	500	0,084	1,24
	Téthys	1684 G. Cassini	4,9	0,0022	1,08	1,887	1050	0,64	1,26
	Telessto	1980 B. Smith	4,9	0,01	—	1,887	30	—	—
	Calypso	1980 B. Smith	4,9	0,01	—	1,887	20	—	—
	Dioné	1684 G. Cassini	6,26	0,0022	0,02	2,236	1120	1	1,44
	Hélène	1980 P. Laques	6,27	0,01	0,2	2,74	30	—	—
	Rhéea	1672 G. Cassini	8,7	0,0009	0,35	4,517	1530	2,5	1,33
	Titan	1655 C. Huygens	20,3	0,029	0,2	15,94	5140	137	1,9
	Hypériorion	1848 W. Bond	24,7	0,104	0,3	21,276	300	—	—
	Japet	1671 G. Cassini	59,3	0,028	14,72	79,33	1440	1,9	1,2
Phoebé	1898 W. Pickering	216	0,163	150,05	550,45	200	—	—	

	Satellite	Découverte	Rayon orbite ( $R_{\text{planète}}$ )	Excentricité	Inclinaison ( $^{\circ}$ )	Période sidérale (j)	Diamètre (km)	Masse ( $10^{21}$ kg)	Densité ( $\rho_{\text{eau}}$ )
♃	Cordelia	1986 Voyager 2	1,95	0,00047	0,19	0,335	25	—	—
	Ophélie	1986 Voyager 2	2,11	0,01	0,09	0,376	30	—	—
	Bianca	1986 Voyager 2	2,3	0,00088	0,16	0,435	40	—	—
	Cressida	1986 Voyager 2	2,4	0,00023	0,04	0,464	60	—	—
	Desdémone	1986 Voyager 2	2,46	0,00023	0,16	0,474	55	—	—
	Juliette	1986 Voyager 2	2,5	0,00058	0,06	0,493	80	—	—
	Portia	1986 Voyager 2	2,58	0,00016	0,09	0,513	100	—	—
	Rosalinde	1986 Voyager 2	2,8	0,0001	0,28	0,558	50	—	—
	Belinda	1986 Voyager 2	2,93	0,00011	0,03	0,624	65	—	—
	Puck	1986 Voyager 2	3,36	0,00005	0,31	0,761	150	—	—
	Miranda	1948 G. Kuiper	5,1	0,017	3,4	1,41	480	0,09	1,35
	Ariel	1851 W. Lassell	7,6	0,0028	0,0	2,52	1180	1,25	1,65
	Umbriel	1851 W. Lassell	10,5	0,0035	0,0	4,144	1220	1,3	1,5
	Titania	1787 W. Herschel	17,2	0,0024	0,0	8,706	1620	3,5	1,68
Obéron	1787 W. Herschel	23,1	0,00	0,12	13,4	1570	3,00	1,6	
♆	Naïade	1989 Voyager 2	1,94	0,00038	4,74	0,294	55	—	—
	Thalassa	1989 Voyager 2	2,00	0,00023	0,21	0,311	80	—	—
	Despina	1989 Voyager 2	2,12	0,00017	0,07	0,335	150	—	—
	Galathée	1989 Voyager 2	2,5	0,00007	0,05	0,429	160	—	—
	Larissa	1989 Voyager 2	2,97	0,00138	2	0,555	200	—	—
	Protée	1989 Voyager 2	4,74	0,00046	0,55	1,122	400	—	—
	Triton	1846 W. Lassell	14,6	0,00002	159,9	5,876	2700	20	2,00
Néréïde	1949 G. Kuiper	228	0,74	27,7	359,8	300	—	—	
♁	Charon	1978 J. Kristy	15,8	0	94	6,39	1200	1	1,4

Cette liste n'est pas exhaustive, elle évolue avec les techniques d'observation et la recherche spatiale

## Météorites

Poussières et morceaux de matière solide tombant sur la Terre et portés à incandescence vers 100 km d'altitude. Origine généralement cométaire

Masses : – *étoiles filantes* < 1 g  
– *bolides* > 1 kg (impact au sol!)

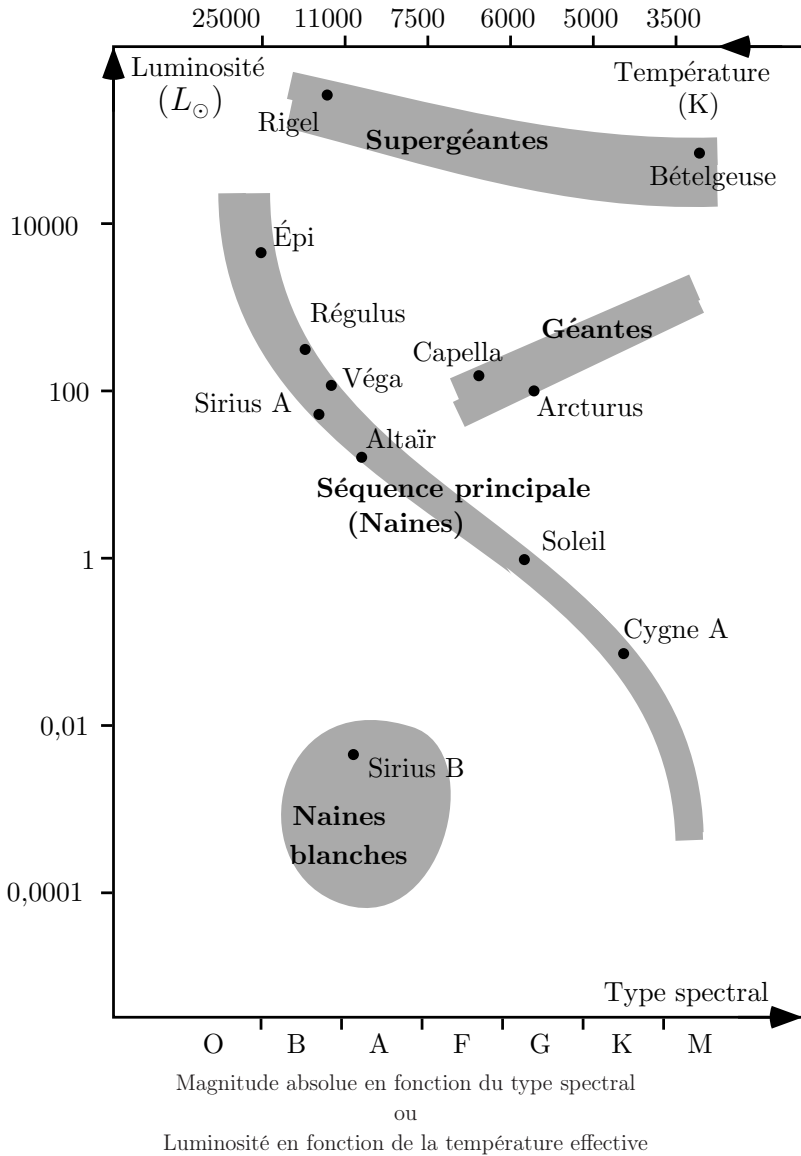
Débit de masse sur Terre >  $10^5 \text{ kg} \cdot \text{j}^{-1}$

# Les étoiles

<b>Principales grandeurs stellaires caractéristiques</b>	
<b>Type spectral</b>	Classification basée sur des critères d'intensités relatives des raies spectrales. Indication de température et de couleur. Types : W, O, B, A, F, G, K, M, R, N, S (par ordre de température décroissante), subdivisés en sous-types numérotés de 0 à 9
<b>Classe de luminosité</b>	Selon les intensités relatives de certaines raies. Classes numérotées de I à V (des supergéantes aux naines). Exemples : Sirius A1 V (bleue), Soleil G2 V (jaune), Arcturus K2 III (rouge)
<b>Masse</b> de $0,04 M_{\odot}$ à $150 M_{\odot}$	Distribution : beaucoup d'étoiles peu massives, peu d'étoiles de grande masse
<b>Rayon</b> de 10 km à $1000 R_{\odot}$	
<b>Relation masse-luminosité</b>	Relation approximative pour les naines (séquence principale du diagramme HR) : $\frac{L}{L_{\odot}} \approx \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{3,5}$

<b>Propriétés des étoiles de la séquence principale</b>				
Type spectral	$T_{\text{eff}}$ (K)	Masse ( $M_{\odot}$ )	Luminosité ( $L_{\odot}$ )	Durée de vie sur la SP (a)
O 7,5	38 000	25	80 000	$6 \cdot 10^6$
B 0	33 000	16	10 000	$10 \cdot 10^6$
B 5	17 000	6	600	$60 \cdot 10^6$
A 0	9 500	3	60	$600 \cdot 10^6$
F 0	6 900	1,5	6	$1,8 \cdot 10^9$
G 0	5 800	1	1	$10 \cdot 10^9$
K 0	4 800	0,8	0,4	$20 \cdot 10^9$
<b>Duplicité</b>				
Plus de la moitié des étoiles font partie de systèmes multiples (doubles, triples, etc.)				
<b>Exoplanètes</b>				
On connaît quelques dizaines d'étoiles qui sont accompagnées de planètes (fin du XX <sup>e</sup> siècle)				

# Diagramme de Hertzsprung-Russel



# Évolution stellaire et nucléosynthèse

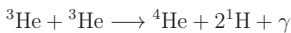
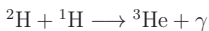
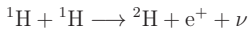
## Phases principales de l'évolution stellaire

Phase	Durée	Phénomènes prépondérants
Contraction gravitationnelle	$\approx 10^7$ a pour le Soleil	Concentration de matière interstellaire. Formation de noyaux denses et chauds : les proto-étoiles
Combustion de l'hydrogène	$\approx 1 \cdot 10^{10}$ a si $M = 1 M_{\odot}$ $\approx 8 \cdot 10^8$ a si $M = 2 M_{\odot}$ $\approx 1 \cdot 10^7$ a si $M = 15 M_{\odot}$	Amorçage des réactions de fusion de H au centre des noyaux lourds (pour $T > 10^7$ K). La fusion de H forme He au centre de l'étoile qui est alors sur la séquence principale du diagramme HR
Géante rouge	10 % de la phase précédente	L'hydrogène étant épuisé au centre, le noyau se contracte tandis que les couches extérieures se dilatent. La fusion de He s'amorce au centre lorsque $T$ atteint $2 \cdot 10^8$ K. Poursuite de la fusion de H dans une coquille autour du noyau. Phase souvent instable (étoiles variables)
Phases ultimes		Si $M < 4 M_{\odot}$ : évolution en <i>naine blanche</i> (petite étoile, peu lumineuse et dense) Si $M > 4 M_{\odot}$ : perte de masse brutale (nova ou supernova) puis évolution en <i>étoile à neutrons</i> Si $M > 8 M_{\odot}$ : l'étoile synthétise des éléments lourds (jusqu'au Fe) avant d'exploser en supernova Si masse du noyau restant $> 2 M_{\odot}$ : évolution en <i>trou noir</i> , sinon en <i>étoile à neutrons</i>

## Réactions de nucléosynthèse

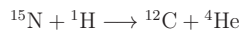
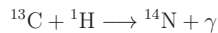
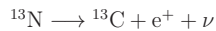
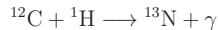
### Fusion de l'hydrogène (étoiles de la séquence principale)

Chaîne proton-proton, prépondérante dans les étoiles de faible masse (pour  $T > 10^6$  K) :



Bilan : 26,21 MeV

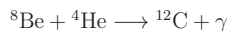
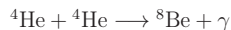
Cycle CNO, prépondérant dans les étoiles massives (pour  $T > 15 \cdot 10^6$  K) :



Bilan : 25,03 MeV

### Fusion de l'hélium (étoiles géantes rouges)

Cycle 3  $\alpha$  (pour  $T > 100 \cdot 10^6$  K) :



Bilan : 7,3 MeV

## Les étoiles les plus brillantes de notre ciel

	Nom	Nom latin	$m$	Distance (AL)	Type spectral	$L$ ( $L_{\odot}$ )	$T$ (K)	$M$ ( $M_{\odot}$ )	$R$ ( $R_{\odot}$ )
1	Soleil		-26,9	0,000016	G2 V	1	5800	1	1
2	Sirius	$\alpha$ Canis Majoris	-1,46	8,6	A1 V	23	10000	2,5	2,2
3	Canopus	$\alpha$ Carinae	-0,72	75	F0 II	1200	8000	10	15
4	Arcturus	$\alpha$ Bootis	-0,04	34	K1 IIIb	90	4800	3	15
5	Rigel Kent	$\alpha$ 1 Centauri	-0,01	4,3	G2 V	1,4	5500	1	0,9
6	Véga	$\alpha$ Lyrae	0,03	25	A0 Va	40	10500	2,5	1,7
7	Capella	$\alpha$ Aurigae	0,08	41	G5 III + G0 III	120	5000	3	8
8	Rigel	$\beta$ Orionis	0,12	630	B8 Ia	55000	12000	50	38
9	Procyon	$\alpha$ Canis Minoris	0,38	11	F5 IV-V	7	7000	1,5	1,4
10	Achernar	$\alpha$ Eridani	0,46	130	B3 V	600	18500	8	1,9
11	Bételgeuse	$\alpha$ Orionis	0,5	$\leq 420$	M1-2 Ia-Iab	9000	3000	30	1800
12	Hadar	$\beta$ Centauri	0,61	$\leq 300$	B1 III	3900	21500	20	4,3
13	Altair	$\alpha$ Aquilae	0,77	16	A7 V	10	8000	2	1,5
14	Aldébaran	$\alpha$ Tauri	0,85	55	K5 III	110	3500	4	30
15	Antarès	$\alpha$ Scorpii	0,96	$\leq 500$	M1,5 Iab Ib	$\leq 8800$	3000	25	400
16	Spica	$\alpha$ Virgini	0,98	$\leq 300$	B1 III-IV+B2 V	3000	21500	18	4
17	Pollux	$\beta$ Gemini	1,14	35	K0 IIIb	35	5000	3	11
18	Fomalhaut	$\alpha$ Piscis Austrini	1,16	22	A3 V	20	9000	2	2

## Les étoiles les plus proches de nous

1	Soleil		-26,9	0,000016	G2 V	1	5800	1	1
2	Alpha du Centaure C		10,7	4,238	M5 V	0,00055	6000	1,1	1
3	Alpha du Centaure A		-0,01	4,3	G2 V	1,4	5000	0,7	0,7
4	Alpha du Centaure B		1,4	4,3	K5 V	0,66			
5	Étoile de Barnard		9,5	5,9	M5 V	0,0029			
6	Wolf 359		13,7	7,6	M6 V	0,00015			
7	Lalande 21185		7,5	8,1	M2 V	0,015			
8	Sirius A		-1,46	8,7	A1 V	23	10000	2,5	2,2
9	Sirius B		8,7	8,7	A4 IV	0,002			
10	Luyten 726-8A		12,5	8,9	M6 V	0,00038			
11	Luyten 726-8B		12,9	8,9	M6 V	0,00026			
12	Ross 154		10,6	9,4	M4 V	0,0026			
13	Ross 248		12,2	10,3	M6 V	0,00072			
14	Epsilon de l'Eridan		3,7	10,7	K2 V	0,43	5000	0,7	0,6
15	Luyten 789-6		12,6	10,8	M6 V	0,0006			
16	Ross 128		11,1	10,8	M5 V	0,0022			
17	61 du Cygne A		5,2	11,2	K5 V	0,14			
18	61 du Cygne B		6,0	11,2	K7 V	0,072			

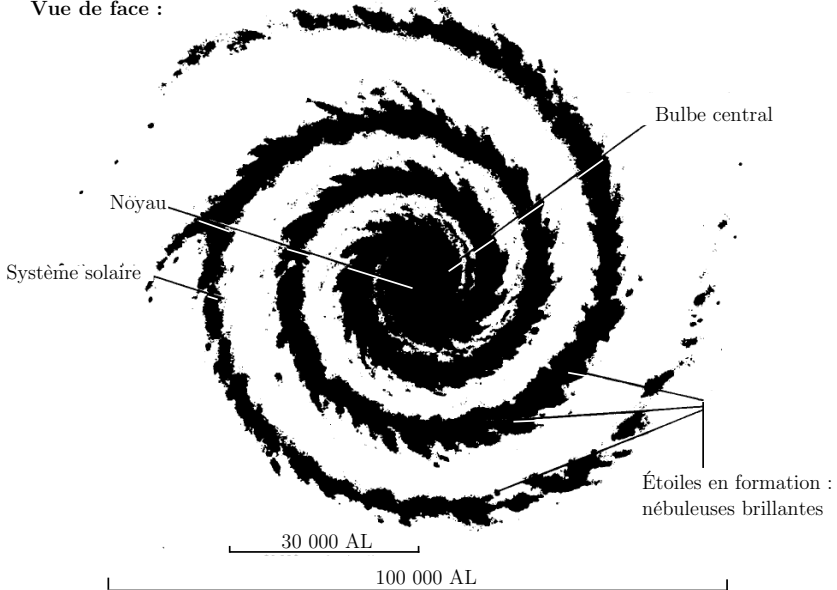
# La Voie Lactée

## Caractéristiques générales

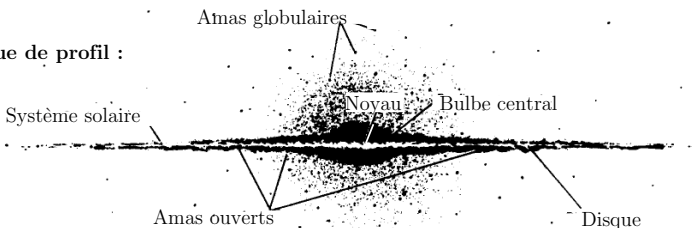
Nombre total d'étoiles	$(100-200) \cdot 10^9$
Masse	$\approx 5 \cdot 10^{11} M_{\odot}$
Diamètre du disque	80 000 AL
Épaisseur du disque	2 000 AL
Distance Soleil-centre	26 000 AL
Période de rotation	$220 \cdot 10^6$ a (pour le Soleil)
Masse de matière interstellaire	$1,5 \cdot 10^9 M_{\odot}$ sous forme atomique $10^9 M_{\odot}$ sous forme moléculaire

## Structure

Vue de face :



Vue de profil :





## Distribution des constituants

	Objets	Propriétés
Bras	Objets très jeunes, étoiles O à B3 et supergéantes. Matière interstellaire	$\tau < 10^8$ a. Relativement forte métallicité. Faibles vitesses perpendiculaires au plan galactique ( $< 10 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ )
Disque	Objets jeunes, étoiles B5 à M, géantes G à M, naines blanches et nébuleuses planétaires. Amas ouverts	$\tau < 10^{10}$ a. Bras et disque : 90 % de la masse visible dans la Galaxie
Halo	Objets anciens, sous-naines, variables de longues périodes, variables RR Lyrae. Amas globulaires	$\tau \approx 10^{11}$ a. Très faible métallicité. Grandes vitesses perpendiculaires au plan galactique ( $\approx 75 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ). 5 % de la masse visible
Centre	Région très riche en étoiles et en matière interstellaire. Source radio très intense et compacte et peut-être trou noir massif	Densité 100 fois supérieure à celle du voisinage solaire. Bulbe central : 5 % de la masse visible de la Galaxie

## La matière interstellaire

Forme	Constitution	Propriétés
Gaz neutre (région HI)	Nuages hétérogènes d'hydrogène atomique et moléculaire. Traces d'autres éléments et molécules (une centaine est connue) parfois complexes (plus de 10 atomes)	$T \approx 1000\text{--}2000 \text{ K}$ Densité : $0,1\text{--}10^4 \text{ atomes} \cdot \text{cm}^{-3}$ Nuages typiques : masse $\approx 10^5 M_{\odot}$ ; taille $< 30 \text{ AL}$
Gaz ionisé (région HII)	Masse de gaz dilué et ionisé par le rayonnement UV des étoiles chaudes (O à B5), situées dans les nuages de gaz neutre	$T$ jusqu'à $10^4 \text{ K}$ Densité : $10\text{--}10^4 \text{ atomes} \cdot \text{cm}^{-3}$
Poussières	Grains allongés de graphite, fer et silicates recouverts de glace ou d'ammoniac, représentant environ 1 % de la masse du gaz	Taille des grains $\approx 10^{-7} \text{ m}$
Particules cosmiques	Électrons, protons et ions lourds en provenance des vents stellaires, de supernovae et de sources inconnues	Énergie : $10^7\text{--}10^{20} \text{ eV}$

# Les galaxies

Les divers types de galaxies			
Les galaxies normales			
Classification morphologique des galaxies selon Hubble :			
Propriétés des galaxies			
	Elliptiques	Spirales	Irrégulières
Masse * ( $M_{\odot}$ )	$10^6$ à $10^{13}$	$10^9$ à $10^{11}$	$10^7$ à $10^{10}$
Magnitudes absolues	-9 à -23	-15 à -21	-13 à -18
Luminosité ( $L_{\odot}$ )	$3 \cdot 10^5$ à $10^{10}$	$10^8$ à $2 \cdot 10^{10}$	$10^7$ à $10^8$
$M/L$	50	2 à 20	1
Diamètre (kAL)	2 à 500	20 à 150	5 à 30
Type spectral moyen	G-K	F-G	F-G
Population stellaire dominante	vieille	jeunes (bras) + vieilles (bulbe)	plutôt jeune
Présence de gaz interstellaire	peu	oui	beaucoup
Présence de poussière interstellaire	très peu	oui	oui
Mouvement de rotation	faible	grand	faible
* Les galaxies contiennent une importante quantité de matière obscure dont on ne sait pratiquement rien (problème de la <i>masse cachée</i> ou <i>masse manquante</i> )			
Les galaxies actives			
Environ 5 % des galaxies présentent à des degrés divers des propriétés particulières :			
<ul style="list-style-type: none"> <li>- énorme luminosité intrinsèque</li> <li>- spectres de rayonnement synchrotron ou avec excès dans les domaines X, UV, IR ou radio</li> <li>- noyau très lumineux relativement à l'objet entier (aspect quasi-stellaire)</li> <li>- variabilité parfois rapide</li> </ul>			
Principaux types : galaxies de Seyfert, radio-galaxies, quasars ...			

## Groupes, amas et superamas de galaxies

**Groupes :** quelques dizaines de galaxies  
**Amas :** centaines ou milliers de galaxies  
**Superamas :** groupement d'amas

### Le Groupe Local

Une trentaine de galaxies (dont la Voie Lactée) situées dans un volume de  $3 \cdot 10^6$  AL de rayon. Extension de l'Amas de la Vierge

Galaxie	Type	Distance ( $10^3$ AL)	Diamètre ( $10^3$ AL)	Masse ( $10^9 M_{\odot}$ )	Magn. abs.	Vitesse radiale ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )
La Galaxie (Voie Lactée)	Sb	—	100	150	-20	—
Grand Nuage de Magellan *	Irr I	170	23	10	-18,5	+270
Petit Nuage de Magellan *	Irr I	200	10	20	-16,8	+170
Andromède	Sb	2250	160	300	-21,1	-275
NGC 221 (satellite d'Andromède)	E 2	2150	3	3	-16,4	-210
NGC 205 (satellite d'Andromède)	E 1	2100	6	10	-16,4	-240
Nébuleuse du Triangle	Sc	2250	26	10	-18,9	-190
NGC 147	E 5	2150	3	1	-14,9	-250
NGC 185	E 5	2150	3	1	-15,2	-300
IC 1613	Irr I	2400	3	0,3	-14,8	-240
NGC 6822	Irr I	1500	6	0,4	-15,7	-40
Galaxie du Sculpteur	E	280	3	0,003	-11,7	
Galaxie du Fourneau	E	550	6	0,02	-13,6	+40
Galaxie du Lion I	E 4	750	3	0,003	-11,0	
Galaxie du Lion II	E 1	750	3	0,001	-9,4	
Système du Dragon	naine	220	3	0,0001	-8,6	
Système de la Petite Ourse	naine	220	3	0,0001	-8,8	

\* Les Nuages de Magellan sont satellites de la Voie Lactée

Au-delà du Groupe Local		( $10^6$ AL)	( $10^3$ AL)	( $10^9 M_{\odot}$ )		( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )
M 82 de la Grande Ourse	Irr II	10	23	30	-19,5	+400
M 81 de la Grande Ourse	Sb	10	100	200	-21,0	+80
M 51 des Chiens de Chasse	Sc	13	65	80	-19,7	+550
NGC 5128 du Centaure	E 0p	16	30	1000	-20,0	+260
M 101 de la Grande Ourse	Sc	20	200	300	-20,0	+400
M 83 de l'Hydre	SBc	26	300	1000	-20,5	+320
M 104 de la Vierge	Sa	40	30	500	-22,0	+1050
M 87 de la Vierge	E 1	50	40	300	-22,0	+1220

M : catalogue Messier ; NGC : New General Catalogue



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

## Le Superamas Local

Système aplati d'environ  $150 \cdot 10^6$  AL de rayon constitué du Groupe Local, de l'Amas de la Vierge et d'une cinquantaine de groupes

Amas de galaxies proches	Distance $10^6$ AL	Nombre d'objets	Vitesse radiale ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )
de la Vierge	70	2 500	+1 150
de Pégase I	230	100	+3 800
des Poissons	235	100	+5 000
du Cancer	280	150	+4 800
de Persée	340	500	+5 400
de la Chevelure de Bérénice	400	1 000	+6 700
de la Grande Ourse III	465	90	
d'Hercule	615	300	+10 300
Amas A	850	400	+15 800
du Centaure	880	300	
de la Grande Ourse I	950	300	+15 400
du Lion	1 095	300	+19 500
Amas B	1 165	300	
des Gémeaux	1 235	200	+23 300
de la Couronne Boréale	1 235	400	+21 600
du Bouvier	2 300	150	+39 400
de la Grande Ourse II	2 400	200	+41 000
de l'Hydre	3 530	—	+60 600

**Le Grand Attracteur** : Amas de galaxies Abell 3627 (très massif :  $5 \cdot 10^{15} M_{\odot}$ ), situé à plus de  $300 \cdot 10^6$  AL du Soleil. Attire le Groupe Local, le Superamas Local et l'Amas de la Vierge

# Cosmologie

Observations cosmologiques fondamentales															
Abondances cosmiques															
Principaux éléments en nombre d'atomes par million d'atomes d'hydrogène															
H	He	O	C	N	Ne	Si	Fe	Mg	S	Al	Na	Ni	Ca	Ar	Tous les autres
1 000 000	80 000	700	400	100	100	40	30	30	20	3	2	2	2	1	2
Expansion de l'Univers															
Loi de Hubble :					$v = Hd$		$v$ : vitesse de récession ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ ) $H$ : constante de Hubble ( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ ) $d$ : éloignement (Mpc)								
$H^{-1}$ : durée caractéristique de l'âge de l'Univers.															
$H \approx (62 \pm 10) \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \Rightarrow \tau_{\text{Univers}} \approx (13 \pm 2) \cdot 10^9 \text{ a}$															
Rayonnement cosmologique															
Rayonnement très isotrope montrant une distribution d'énergie du corps noir à 2,73 K															

Le scénario du Big Bang			
	Âge *	Température * (K)	Événements
Ère de Planck	$< 10^{-43}$ s	$> 10^{32}$	Flou quantique. La physique de l'Univers est indéterminée
Ère des quarks	$(10^{-43}-10^{-32})$ s	$10^{32}-10^{27}$	L'Univers est formé d'une soupe de photons, de quarks, de leptons et de leurs antiparticules. <i>Inflation</i> de $10^{-34}$ à $10^{-32}$ s : accélération brusque des processus ; l'Univers enfle brusquement d'un facteur 50
Ère hadronique	$(10^{-32}-10^{-5})$ s	$10^{27}-10^{12}$	Équilibre entre photons et paires hadrons-antihadrons. Puis, lorsque $T < 10^{13}$ K, hadrons et antihadrons s'annihilent, sauf une infime dissymétrie de $1/10^9$ . <i>Les protons et les neutrons sont nés</i>
Ère leptonique	$(10^{-5}-10)$ s	$10^{12}-10^{10}$	Même processus avec les leptons. <i>Naissance des électrons</i> en même quantité que les protons : neutralité électrique de l'Univers
Ère radiative	10 s – 300 000 a	$10^{10}-3000$	Premières minutes : <i>nucléosynthèse primordiale</i> . L'univers est alors un mélange de photons, de neutrinos et d'électrons libres avec quelques noyaux légers (75 % H, 25 % He). Ensuite expansion et lent refroidissement
Ère stellaire	$> 300\,000$ a	3 000–2,73	Vers 3 000 K cessation des interactions matière-rayonnement ; les électrons se lient aux noyaux et l'Univers devient transparent. <i>Les premiers atomes sont nés</i> . Après environ $10^9$ a, formation des galaxies et des étoiles dans lesquelles la <i>nucléosynthèse stellaire</i> continue la fabrication des éléments chimiques

\* Valeurs très approximatives dépendant du modèle de Big Bang choisi

Réactions de la nucléosynthèse cosmologique	
Formation du deutérium	$n + {}^1\text{H} \longrightarrow {}^2\text{H} + \gamma$
Production d'hélium 3	${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \longrightarrow {}^3\text{He} + n + \gamma$
Production de tritium	${}^3\text{He} + n \longrightarrow {}^3\text{H} + {}^1\text{H} + \gamma$
Formation de l'hélium	${}^2\text{H} + {}^3\text{H} \longrightarrow {}^4\text{He} + n + \gamma$

# Tables générales

## Avertissement

Les valeurs qui figurent dans les tables suivantes ont été prioritairement exprimées en unités de base du Système International d'Unités (SI), sauf les températures pour lesquelles on a utilisé le degré Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ).

Les coefficients d'électronégativité sont ceux de Mulliken (J. Chem. Ed. 65 (1988) p. 34) complétés, pour les métaux de transition, par ceux du livre de L. & P. Pauling (Chemistry ; W.H.Freeman & Co (1975) p. 175).

**Sans indications supplémentaires, les valeurs sont tabulées pour une température de  $25^{\circ}\text{C}$ .**

## Signes de renvoi

A	: À la température de fusion	K	:    axe
B	: À la température d'ébullition	L	: amorphe
C	: À 12,4 GPa	X	: À $2000^{\circ}\text{C}$
D	: À $-188^{\circ}\text{C}$ (air liquide)	Y	: À $0^{\circ}\text{C}$
E	: Valeur moyenne entre simple et double-liaison	PT	: Point triple
G	: Gaz	S	: Sublimation
H	: $\perp$ axe	TH	: Valeur estimée

## Sources

- Handbook of Chemistry and Physics, 91<sup>e</sup> édition (2010-2011).
- Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA), Dübendorf
- Association suisse de fabricants d'objets en matière plastique, Zurich
- Shell Switzerland, Zurich
- Hecht, Physique, DeBoeck, 1999

1	Nom	- 1 - Formule	- 2 - Numéro atomique	- 3 - Masse atomique	Masse volumique		
					- 4 - Solide	- 5 - Liquide	- 6 - Gaz (à 1 atm)
					$\rho$		
					(kg · m <sup>-3</sup> = g · L <sup>-1</sup> )		
	Acétone	CH <sub>3</sub> COCH <sub>3</sub>			790		
	Acier	99 % Fe 0,2 % C			7850		
	Actinium	Ac	89	[227]	10070		
	Air	21 % O <sub>2</sub> 78 % N <sub>2</sub>					1,293
	Alcool (éthanol)	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> OH			790		
	Aluminium	Al	13	26,98	2700	2375 <sup>B</sup>	
	Araldite®	Résine époxy			1200		
	Américium	Am	95	[243]	12000		
	Antimoine	Sb	51	121,76	6680		
	Argent	Ag	47	107,87	10500	9320 <sup>B</sup>	
	Argon	Ar	18	39,95	1784	1400 <sup>B</sup>	1,63
	Arsenic (gris)	As	33	74,92	5750	5220 <sup>B</sup>	
	Astate	At <sub>2</sub>	85	[210]			
	Azote	N <sub>2</sub>	7	14,01	1250 <sup>A</sup>	808 <sup>B</sup>	1,15
	Baryum	Ba	56	137,33	3620	3338 <sup>B</sup>	
	Benzène	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>				877	
	Béton				2300-2500		
	Berkelium	Bk	97	[247]	14780		
	Béryllium	Be	4	9,01	1850	1690 <sup>B</sup>	
	Bismuth	Bi	83	208,98	9790	10050 <sup>B</sup>	
	Bohrium	Bh	107	[264]			
	Bois (chêne)				600-750		
	Bois (ébène)				1110-1330		
	Bois (épicéa)				440-470		
	Bore	B	5	10,81	2340	2080 <sup>B</sup>	
	Brique				1100-1200		
	Brome	Br <sub>2</sub>	35	79,90	3103		
	Bronze	Cu, Sn			8730-8850		
	Cadmium	Cd	48	112,41	8690	7996 <sup>B</sup>	
	Calcium	Ca	20	40,08	1540	1378 <sup>B</sup>	
	Californium	Cf	98	[251]	15100		
	Caoutchouc (naturel)	(C <sub>5</sub> H <sub>8</sub> ) <sub>n</sub> + 2 % S			930		
	Carbone (Diamant)	C	6	12,01	3513		
	Carbone (Graphite)	C	6	12,01	2250		
	Carbone (Fullerène)	C <sub>60</sub>	6	12,01	1650		
	Cérium	Ce	58	140,12	6770	6550 <sup>B</sup>	
	Césium	Cs	55	132,91	1873	1843 <sup>B</sup>	
	Chlore	Cl <sub>2</sub>	17	35,45		1560 <sup>B</sup>	2,898
	Chloroforme	CHCl <sub>3</sub>			1490		
	Chlorure de poly- vinyle (PVC)	(C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> Cl) <sub>n</sub>			1350		
	Chrome	Cr	24	52,00	7190	6300 <sup>B</sup>	
	Cobalt	Co	27	58,93	8860	7750 <sup>B</sup>	
	Constantan	60 % Cu 40 % Ni			8900		



Coefficient de dilatation		- 9 - Conductivité thermique	- 10 - Résistivité	- 11 - Coefficient de température de la résistivité	Température		
- 7 - Linéique (solide)	- 8 - Volumique (liquide)				- 12 - Fusion	- 13 - Ébullition	
$\alpha$	$\gamma$	$\lambda$	$\rho$	$\alpha$	$\theta_f$	$\theta_e$	
(K <sup>-1</sup> )		(W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> )	(Ω · m)	(K <sup>-1</sup> )	(°C)		
		0,162			-94,8	56,0	1
11·10 <sup>-6</sup>		50-60	(10-13)·10 <sup>-8</sup>	(5,7-6,6)·10 <sup>-3</sup>	1515	2500	2
		12			1050	3200	3
	36,7·10 <sup>-4</sup> <i>G</i>	25·10 <sup>-3</sup>			-220	-194	4
	11·10 <sup>-4</sup>	0,169			-114,1	78,2	5
23,1·10 <sup>-6</sup>		237	2,709·10 <sup>-8</sup>	4,0·10 <sup>-3</sup>	660	2519	6
60·10 <sup>-6</sup>		0,15	10·10 <sup>13</sup>				7
		10			1176	2011	8
11·10 <sup>-6</sup>		24,3	40·10 <sup>-8</sup>		630,5	1587	9
18,9·10 <sup>-6</sup>		429	1,617·10 <sup>-8</sup>	4,1·10 <sup>-3</sup>	961,9	2162	10
		17,9·10 <sup>-3</sup>			-189,3	-185,8	11
		50	33,3·10 <sup>-8</sup>		817 <i>PT</i>	616 <i>S</i>	12
		1,7			302		13
	36,7·10 <sup>-4</sup> <i>G</i>	26·10 <sup>-3</sup>			-210	-195,8	14
20,6·10 <sup>-6</sup>		18,4	34·10 <sup>-8</sup>		725	1640	15
		0,141			5,5	80,1	16
10·10 <sup>-6</sup>		0,3-1,8	10 <sup>8</sup> -10 <sup>10</sup>				17
							18
11,3·10 <sup>-6</sup>		200	3,7·10 <sup>-8</sup>		1278	2970	19
13,4·10 <sup>-6</sup>		7,85	130·10 <sup>-8</sup>		271,3	1560	20
							21
(45-55)·10 <sup>-6</sup> <i>H</i>		0,23					22
							23
(35-45)·10 <sup>-6</sup> <i>H</i>		0,12	10 <sup>10</sup> -10 <sup>14</sup> <i>H</i>				24
		27	1,67·10 <sup>5</sup>		2077	4000	25
		0,1-0,5					26
		0,122·10 <sup>-3</sup>	1,0·10 <sup>10</sup>	0,226·10 <sup>-3</sup>	-7,2	58,8	27
(14,6-17,5)·10 <sup>-6</sup>		54	3,6·10 <sup>-8</sup>	1,7·10 <sup>-3</sup>	900-1170		28
30,8·10 <sup>-6</sup>		96,8	7·10 <sup>-8</sup>		320,9	765	29
22,3·10 <sup>-6</sup>		200	3,42·10 <sup>-8</sup>		839	1484	30
					900		31
		0,22-0,29	10 <sup>13</sup>		60-90		32
1,18·10 <sup>-6</sup>		103	1014		4440 <i>C</i>		33
		5	1,2·10 <sup>-5</sup>		4489 <i>PT</i>	4827 <i>S</i>	34
			1012		> 280		35
6,3·10 <sup>-6</sup>		11,4	74,4·10 <sup>-8</sup>		799	3426	36
97·10 <sup>-6</sup>		35,9	20,8·10 <sup>-8</sup>		28,5	671	37
		0,0089			-101,5	-34,6	38
		0,117			-63,6	61,1	39
78·10 <sup>-6</sup>		0,14	10 <sup>14</sup>		160		40
4,9·10 <sup>-6</sup>		93,7	12,6·10 <sup>-8</sup>		1857	2672	41
13,0·10 <sup>-6</sup>		100	5,6·10 <sup>-8</sup> <i>Y</i>	6·10 <sup>-3</sup>	1495	2927	42
15·10 <sup>-6</sup>		22	49·10 <sup>-8</sup>	10 <sup>-5</sup>	≈1200		43

Nom		Chaleur latente				Chaleur massique		
		- 14 - Fusion		- 15 - Vaporisation		- 16 - Solide	- 17 - Liquide	- 18 - Gaz
		$L_f$	$\Delta_f H$	$L_v$	$\Delta_v H$	$c$		$c_p$
		( $10^5 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	( $10^5 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )		
1	Acétone	0,98	5,69	5,230	30,373		2180	1300
2	Acier	3,966	10,7	108,97	294	460		
3	Actinium	0,529	12,0	17,6	400	120		
4	Air							1000
5	Alcool (éthanol)	1,09	5,02	8,500	39,16		2460	1430
6	Aluminium	3,97	10,7	109	294	897	1090	
7	Araldit®							
8	Américium	0,593	14,4					
9	Antimoine	1,63	19,8	5,59	68	207		
10	Argent	1,05	11,3	23,6	255	235	280 <sup>X</sup>	
11	Argon	0,295	1,18	1,63	6,5		1117 <sup>B</sup>	520
12	Arsenic (gris)	3,26	24,4	4,33 <sup>S</sup>	32,4 <sup>S</sup>	329		
13	Astate	0,286	12	0,952	40			
14	Azote	0,253	0,71	1,99	5,57		2041 <sup>B</sup>	1040
15	Baryum	0,518	7,12	10,2	140	204		
16	Benzène	1,28		3,9			1740	1050
17	Béton					800-1000	1000-1100	
18	Berkelium							
19	Béryllium	8,76	7,90	330	297	1825		
20	Bismuth	0,531	11,1	7,23	151	122		
21	Bohrium							
22	Bois (chêne)					2400		
23	Bois (ébène)							
24	Bois (épicéa)					1500		
25	Bore	46,4	50,2	469	507	1026		
26	Brique							
27	Brome	0,661	10,6	1,88	30,0		474	226
28	Bronze							
29	Cadmium	0,552	6,21	8,88	99,9	232		
30	Calcium	2,13	8,54	38,7	155	647		
31	Californium							
32	Caoutchouc (naturel)					2100		
33	Carbone (Diamant)					510		
34	Carbone (Graphite)	97,4	117	595	715	709		
35	Carbone (Fullerène)							
36	Cérium	0,390	5,46	25,0	350	192		
37	Césium	0,157	2,09	4,89	65	242		
38	Chlore	0,903	6,40	2,88	20,41			479
39	Chloroforme	0,398	9,500	1236	29500			
40	Chlorure de polyvinyle (PVC)						1050	
41	Chrome	4,04	21,0	65,2	339	449		
42	Cobalt	2,75	16,2	63,6	375	421		
43	Constantan					410		

Élément						
- 19 - Électro- négativité	- 20 - Potentiel de première ionisation		- 21 - Rayon atomique	- 22 - Rayon covalent	- 23 - Rayon de van der Waals	
$\chi$	$E_{I1}$		$r_{at}$	$r_{cov}$	$r_W$	
	( $10^6 \cdot \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(eV)				
						1
						2
1,1	0,499	5,17	1,88	2,01	2,6	3
						4
						5
1,8	0,578	5,986	1,43	1,24	1,84	6
						7
1,3	0,576	5,974	1,84	1,73	2,44	8
2,1	0,831	8,6084	1,59	1,4	2,06	9
1,9	0,731	7,5762	1,44	1,36	2,03	10
	1,521	15,760	0,88	1,01	1,88	11
2,3	0,944	9,789	1,39	1,20	1,85	12
2,8	0,92	9,535	1,45	1,48	2,02	13
2,9	1,402	14,534	0,92	0,71	1,55	14
0,8	0,503	5,212	2,22	2,06	2,68	15
						16
						17
1,3	0,598	6,198		1,68	2,44	18
1,5	0,899	9,322	1,12	0,99	1,53	19
2,1	0,703	7,2855	1,7	1,50	2,07	20
					1,41	21
						22
						23
						24
2,0	0,801	8,298	0,98	0,84	1,92	25
						26
3,0	1,14	11,814	1,12	1,17	1,83	27
						28
1,7	0,868	8,9938	1,41	1,40	2,3	29
1,0	0,59	6,113	1,97	1,74	2,31	30
1,3	0,606	6,282		1,68	2,45	31
						32
						33
2,5	1,086	11,26	0,91	0,75	1,7	34
						35
1,1	0,534	5,5387	1,81	1,84	2,35	36
0,6	0,376	3,894	2,67	2,38	3,43	37
3,1	1,251	12,967	0,97	1,00	1,75	38
						39
						40
1,6	0,653	6,766	1,3	1,30	1,89	41
1,8	0,76	7,881	1,25	1,18	1,92	42
						43

Nom		- 1 - Formule	- 2 - Numéro atomique	- 3 - Masse atomique	Masse volumique		
					- 4 - Solide	- 5 - Liquide	- 6 - Gaz (à 1 atm)
					$\rho$		
					(kg · m <sup>-3</sup> = g · L <sup>-1</sup> )		
44	Cuivre	Cu	29	63,55	8960	8020 <sup>B</sup>	
45	Curium	Cm	96	247	13510		
46	Dubnium	Db	105	[262]	21600 <sup>TH</sup>		
47	Dysprosium	Dy	66	160,50	8550	8370 <sup>B</sup>	
48	Eau	H <sub>2</sub> O			917 <sup>A</sup>	998	0,59 <sup>B</sup>
49	Einsteinium	Es	99	252	13500		
50	Erbium	Er	68	167,26	9070	8860 <sup>B</sup>	
51	Essence (avion)					690	
52	Essence (voiture)					725	
53	Etain (blanc)	Sn	50	118,71	7287	6990 <sup>B</sup>	
54	Éther	(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) <sub>2</sub> O				714	
55	Europium	Eu	63	151,96	5240	5130 <sup>B</sup>	
56	Fer	Fe	26	55,85	7870	6980 <sup>B</sup>	
57	Fermium	Fm	100	257			
58	Fluor	F <sub>2</sub>	9	19,00	1700 <sup>A</sup>	1500 <sup>B</sup>	1,553
59	Fonte grise	95 % Fe 5 % C			7100-7300		
60	Francium	Fr	87	223	2900		
61	Gadolinium	Gd	64	157,25	7900	7400 <sup>B</sup>	
62	Gallium	Ga	31	69,72	5910	6080 <sup>B</sup>	
63	Gaz carbonique	CO <sub>2</sub>			1560 <sup>A</sup>	1100 <sup>B</sup>	1,98
64	Germanium	Ge	32	72,61	5323	5600 <sup>B</sup>	
65	Glycérine	C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> (OH) <sub>3</sub>				1260	
66	Granit				2600-2700		
67	Hafnium	Hf	72	178,50	13300	12000 <sup>B</sup>	
68	Hassium	Hs	108	269	28600 <sup>TH</sup>		
69	Hélium	He	2	4,00	214 <sup>A</sup>		0,164
70	Huile (arachide)					914	
71	Huile (chauffage)					840	
72	Huile (olive)					918	
73	Huile (transmission de chaleur)					870	
74	Holmium	Ho	67	164,93	8800	8340 <sup>B</sup>	
75	Hydrogène	H <sub>2</sub>	1	1,01	88 <sup>A</sup>	70 <sup>B</sup>	0,082
76	Indium	In	49	114,81	7310	7020 <sup>B</sup>	
77	Invar	64 % Fe 36 % Ni			8130		
78	Iode	I <sub>2</sub>	53	126,90	4933		
79	Iridium	Ir	77	192,22	22562	19000 <sup>B</sup>	
80	Krypton	Kr	36	83,80	2155 <sup>A</sup>		3,425
81	Laiton	70 % Cu 30 % Zn			8470		
82	Lanthane	La	57	138,90	6150	5940 <sup>B</sup>	
83	Lawrentium	Lr	103	262			
84	Liège				120-260		
85	Lithium	Li	3	6,94	534	512 <sup>B</sup>	
86	Lutécium	Lu	71	174,97	9840	9300 <sup>B</sup>	

Coefficient de dilatation		- 9 - Conductivité thermique	- 10 - Résistivité	- 11 - Coefficient de température de la résistivité	Température		
- 7 - Linéique (solide)	- 8 - Volumique (liquide)				- 12 - Fusion	- 13 - Ébullition	
$\alpha$	$\gamma$	$\lambda$	$\rho$	$\alpha$	$\theta_f$	$\theta_e$	
(K <sup>-1</sup> )		(W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> )	(Ω · m)	(K <sup>-1</sup> )	(°C)		
16,6·10 <sup>-6</sup>		401	1,712·10 <sup>-8</sup>	4·10 <sup>-3</sup>	1085	2560	44
		10			1345	3100	45
		58 <sup>TH</sup>					46
9,9·10 <sup>-6</sup>		10,7	92,6·10 <sup>-8</sup>		1411	2567	47
	2·10 <sup>-4</sup>	0,561	2·10 <sup>5</sup>		0	100	48
		10			860		49
12,2·10 <sup>-6</sup>		0,122	86,0·10 <sup>-8</sup>		1529	2868	50
					< -60	[40 ; 160]	51
					< -40	[35 ; 200]	52
22·10 <sup>-6</sup>		66,6	11,5·10 <sup>-8</sup>	4,7·10 <sup>-3</sup>	231,9	2602	53
	17·10 <sup>-4</sup>	0,138			-116,3	34,6	54
35·10 <sup>-6</sup>		13,9	90,0·10 <sup>-8</sup>		822	1529	55
11,8·10 <sup>-6</sup>		80,2	9,87·10 <sup>-8</sup>	6,5·10 <sup>-3</sup>	1538	2861	56
		10			1527		57
		0,0279			-219,7	-188,1	58
9·10 <sup>-6</sup>		40-65	67·10 <sup>-8</sup>	5·10 <sup>-3</sup>	1177		59
		15			27	598	60
9,4·10 <sup>-6</sup>		10,6	131·10 <sup>-8</sup>		1313	3273	61
18·10 <sup>-6</sup>		40,6	13,6·10 <sup>-8</sup> <sup>Y</sup>		29,8	2204	62
	37·10 <sup>-4</sup> <sup>G</sup>	16,8·10 <sup>-3</sup>			-57 <sup>PT</sup>	-78,5 <sup>S</sup>	63
5,8·10 <sup>-6</sup>			≈ 5 · 10 <sup>-4</sup>	-5·10 <sup>-2</sup>	938	2833	64
	5·10 <sup>-4</sup>	0,292			18,2	290	65
(5-9)·10 <sup>-6</sup>		2-10	10 <sup>4</sup> -10 <sup>6</sup>		1200-1300		66
5,9·10 <sup>-6</sup>		23	33,7·10 <sup>-8</sup>		2233	4603	67
							68
	36,6·10 <sup>-4</sup>	0,1513			-272,2	-268,9	69
					3		70
					-15		71
					-6		72
	7·10 <sup>-4</sup>	0,134			-10	>360	73
11,2·10 <sup>-6</sup>		16,2	81,4·10 <sup>-8</sup>		1472	2700	74
	36,6·10 <sup>-4</sup>	0,1805			-259,2	-252,7	75
32,1·10 <sup>-6</sup>		81,6	8,0·10 <sup>-8</sup> <sup>Y</sup>		156,6	2072	76
2·10 <sup>-6</sup>		11			1450		77
2·10 <sup>-6</sup>			107		113,7	184,4	78
6,4·10 <sup>-6</sup>		147	4,7·10 <sup>-8</sup> <sup>Y</sup>		2446	4428	79
		10·10 <sup>-3</sup>			-157,4	-153,3	80
(18-19)·10 <sup>-6</sup>		90-120	6,4·10 <sup>-8</sup>	2·10 <sup>-3</sup>	932		81
12,1·10 <sup>-6</sup>		13,4	61,5·10 <sup>-8</sup>		920	3464	82
							83
		42·10 <sup>-3</sup>					84
46·10 <sup>-6</sup>		84,7	9,47·10 <sup>-8</sup>		180,5	1342	85
9,9·10 <sup>-6</sup>		16,4	58,2·10 <sup>-8</sup>		1663	3402	86

Nom	Chaleur latente				Chaleur massique		
	- 14 - Fusion		- 15 - Vaporisation		- 16 - Solide	- 17 - Liquide	- 18 - Gaz
	$L_f$	$\Delta_f H$	$L_v$	$\Delta_v H$	$c$		$c_p$
	( $10^5 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	( $10^5 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )		
44	Cuivre	2,09	13,3	47,2	300	385	490
45	Curium	0,593	14,6	13,0	320		
46	Dubnium						
47	Dysprosium	0,704	11,3	17,4	280	173	
48	Eau	3,3	5,944	23,0	41,423	2060 <sup>E</sup>	4180
49	Einsteinium	0,373	9,41			204	
50	Erbium	1,19	19,9	17,0	285	168	
51	Essence (avion)						
52	Essence (voiture)						
53	Etain (blanc)	0,602	7,15	24,4	290	227	240 <sup>X</sup>
54	Éther	0,98	7,265	3,7	27,425		2300
55	Europium	0,606	9,21	11,5	175	182	
56	Fer	2,47	13,8	62,1	347	449	830 <sup>X</sup>
57	Fermium						
58	Fluor	0,134	0,51	1,74	6,62		824
59	Fonte grise	1,3				530	
60	Francium	0,094	2,1	2,92	65		
61	Gadolinium	0,615	9,67	19,4	305	236	
62	Gallium	0,800	5,58	36,4	254	373	
63	Gaz carbonique	1,81	7,965	5,9	25,965		840
64	Germanium	5,08	36,9	46,0	334	320	
65	Glycérine	2	18,13	6,67	61,42		2400
66	Granit					≈ 840	
67	Hafnium	1,52	27,2	35,3	630	144	
68	Hassium						
69	Hélium	0,050	0,02	0,208	0,083		5480 <sup>B</sup> 5193
70	Huile (arachide)						
71	Huile (chauffage)						
72	Huile (olive)						
73	Huile (transmission de chaleur)						1870
74	Holmium	0,713	11,8	16,1	265	165	
75	Hydrogène	0,594	0,12	4,46	0,90		9702 <sup>B</sup> 14304
76	Indium	0,287	3,29	20,0	230	233	
77	Invar					500	
78	Iode	0,612	15,5	1,64	41,6	214	
79	Iridium	2,14	41,1	29,1	560	131	
80	Krypton	0,196	1,64	1,08	9,08		248
81	Laiton	1,7				390	
82	Lanthane	0,446	6,20	28,8	400	195	
83	Lawrentium						
84	Liège						
85	Lithium	4,32	3,00	212	147	3582	
86	Lutécium	1,06	18,6	23,7	415	154	

Élément						
- 19 - Électro- négativité	- 20 - Potentiel de première ionisation		- 21 - Rayon atomique	- 22 - Rayon covalent	- 23 - Rayon de van der Waals	
$\chi$	$E_{I1}$		$r_{at}$	$r_{cov}$	$r_W$	
	( $10^6 \cdot \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(eV)				
1,9	0,745	7,7264	1,28	1,22	1,86	44
1,3	0,578	5,991		1,68	2,45	45
					1,49	46
1,2	0,573	5,939	1,8	1,80	2,29	47
						48
1,3	0,619	6,42		1,65	2,45	49
1,2	0,589	6,1077	1,78	1,77	2,35	50
						51
						52
1,2	0,709	7,344	1,62	1,40	2,17	53
						54
1,1	0,547	5,67	1,99	1,83	2,33	55
1,8	0,762	7,902	1,26	1,24	1,94	56
1,3	0,627	6,50		1,67	2,45	57
3,9	1,681	17,423	0,57	0,60	1,47	58
						59
0,7	0,393	4,0727	2,7	2,42	3,48	60
1,1	0,593	6,1498	1,8	1,82	2,37	61
2,0	0,579	5,999		1,23	1,87	62
						63
2,3	0,762	7,899		1,20	2,11	64
						65
						66
1,3	0,658	6,8251		1,64	2,12	67
				1,34		68
	2,372	24,587		0,37	1,4	69
						70
						71
						72
						73
1,2	0,581	6,0215		1,79	2,16	74
2,2	1,312	13,598		0,32	1,1	75
1,8	0,558	5,7864		1,42	1,93	76
						77
2,7	1,008	10,4513		1,36	1,98	78
2,2	0,865	8,967		1,32	2,02	79
	1,351	13,999		1,16	2,02	80
						81
1,1	0,538	5,5769		1,94	2,4	82
1,3				1,61	2,46	83
						84
1,0	0,52	5,3917		1,30	1,81	85
1,2	0,524	5,4259		1,74	2,21	86

Nom	- 1 - Formule	- 2 - Numéro atomique	- 3 - Masse atomique	Masse volumique			
				- 4 - Solide	- 5 - Liquide	- 6 - Gaz (à 1 atm)	
				$\rho$			
				(kg · m <sup>-3</sup> = g · L <sup>-1</sup> )			
87	Magnésium	Mg	12	24,30	1740	1584 <sup>B</sup>	
88	Manganèse	Mn	25	54,94	7300	5950 <sup>B</sup>	
89	Manganine	83 % Ni 13 % Mn 4 % Ni			8400		
90	Marbre	CaCO <sub>3</sub>			2700-2800		
91	Meitnerium	Mt	109	268	28200 <sup>TH</sup>		
92	Mélatine-Formol				1500		
93	Mendélévium	Md	101	[258]			
94	Mercure	Hg	80	200,59	14400 <sup>D</sup>	13530	
95	Méthane	CH <sub>4</sub>				446 <sup>B</sup>	0,717
96	Méthanol	CH <sub>3</sub> OH				791	
97	Molybdène	Mo	42	95,94	10200	9330 <sup>B</sup>	
98	Naphtaline	C <sub>10</sub> H <sub>8</sub>			960		
99	Néodyme	Nd	60	144,24	7010	6840 <sup>B</sup>	
100	Néon	Ne	10	20,18	1444 <sup>A</sup>		0,825
101	Neptunium	Np	93	237	20200		
102	Nichrome	60 % Ni 12 % Cr 28 % Fe			8200		
103	Nickel	Ni	28	58,69	8900	7810 <sup>B</sup>	
104	Niobium	Nb	41	92,90	8570		
105	Nobélium	No	102	[259]			
106	Nylon	[NH(CH <sub>2</sub> ) <sub>6</sub> NHCO(CH <sub>2</sub> ) <sub>6</sub> CO] <sub>n</sub>			1140		
107	Or	Au	79	196,97	19300	17310 <sup>B</sup>	
108	Osmium	Os	76	190,23	22587	20000 <sup>B</sup>	
109	Oxygène	O <sub>2</sub>	8	16,00	1495 <sup>A</sup>		1,308
110	Ozone	O <sub>3</sub>	8	16,00		1352 <sup>B</sup>	1,962
111	Palladium	Pd	46	106,42	12000	10380 <sup>B</sup>	
112	Phénol	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> OH			1060		
113	Phosphore (blanc)	P <sub>4</sub>	15	30,97	1823		
114	Phosphore (rouge)	P	15	30,97	2160		
115	Platine	Pt	78	195,08	21500	19770 <sup>B</sup>	
116	Plomb	Pb	82	207,21	11300	10660 <sup>B</sup>	
117	Plutonium	Pu	94	244	19700	16630 <sup>B</sup>	
118	Polonium	Po	84	[209]	9200		
119	Polyéthylène	(CH <sub>2</sub> ) <sub>n</sub>			930		
120	Polypropylène	(CH <sub>3</sub> CHCH <sub>2</sub> ) <sub>n</sub>			910		
121	Polystyrène	(C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> CHCH <sub>2</sub> ) <sub>n</sub>			1050		
122	Polyuréthane				350-650		
123	Potassium	K	19	39,10	890	828 <sup>B</sup>	
124	Praséodyme	Pr	59	140,91	6770	6500 <sup>B</sup>	
125	Prométhium	Pm	61	145	7260		
126	Protactinium	Pa	91	231,04	15400		
127	Quartz (Silice)				2640-2660		
128	Radium	Ra	88	[226]	5000		
129	Radon	Rn	86	222	4400 <sup>A</sup>		9,07



Coefficient de dilatation		- 9 - Conductivité thermique	- 10 - Résistivité	- 11 - Coefficient de température de la résistivité	Température		
- 7 - Linéique (solide)	- 8 - Volumique (liquide)				- 12 - Fusion	- 13 - Ébullition	
$\alpha$	$\gamma$	$\lambda$	$\rho$	$\alpha$	$\theta_f$	$\theta_e$	
(K <sup>-1</sup> )		(W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> )	(Ω · m)	(K <sup>-1</sup> )	(°C)		
24,8·10 <sup>-6</sup>		156	4,48·10 <sup>-8</sup>	16,5·10 <sup>-3</sup>	650	1090	87
21,7·10 <sup>-6</sup>		7,82	144·10 <sup>-8</sup>		1246	2061	88
		22	44·10 <sup>-8</sup>	10 <sup>-5</sup>	900		89
(6-26)·10 <sup>-6</sup>		5-6	10 <sup>4-10</sup>		800		90
							91
40·10 <sup>-6</sup>		0,35	10 <sup>8</sup>				92
					827		93
60,4·10 <sup>-6</sup>	1,811·10 <sup>-4</sup>	8,34	96,1·10 <sup>-8</sup>	9·10 <sup>-4</sup>	-38,8	356,5	94
		34 · 10 <sup>-3</sup>			-182	-164	95
		20 · 10 <sup>-3</sup>			-93,9	65,1	96
4,8·10 <sup>-6</sup>		138	5,47·10 <sup>-8</sup>		2623	4640	97
					80,5	218	98
9,6·10 <sup>-6</sup>		16,5	64,3·10 <sup>-8</sup>		1016	3074	99
		50·10 <sup>-3</sup>			-248	-246	100
		6,3	120·10 <sup>-8</sup>		644	≈4000	101
		12	108·10 <sup>-8</sup>	5·10 <sup>-3</sup>	1400	3000	102
13,4·10 <sup>-6</sup>		90,7	7,12·10 <sup>-8</sup>	6,3·10 <sup>-3</sup>	1455	2913	103
7,3·10 <sup>-6</sup>		53,7	15,2·10 <sup>-8</sup> Y		2477	4740	104
					827		105
70·10 <sup>-6</sup>		0,1-0,3	5·10 <sup>10</sup>		215		106
14,2·10 <sup>-6</sup>		317	2,255·10 <sup>-8</sup>	4·10 <sup>-3</sup>	1064,2	2856	107
5,1·10 <sup>-6</sup>		87,6	8,1·10 <sup>-8</sup> Y		3033	5012	108
		26·10 <sup>-3</sup>			-218	-182,9	109
					-193	-111,3	110
11,8·10 <sup>-6</sup>		71,8	10,73·10 <sup>-8</sup>		1555	2963	111
					43	181,7	112
			10·10 <sup>-8</sup>		44,2	280,5	113
						431 <sup>S</sup>	114
8,8·10 <sup>-6</sup>		71,6	10,7·10 <sup>-8</sup>	3,9·10 <sup>-3</sup>	1768	3825	115
28,9·10 <sup>-6</sup>		35,3	21,1·10 <sup>-8</sup>	3,4·10 <sup>-3</sup>	327,5	1749	116
46,7·10 <sup>-6</sup>		6,74	150·10 <sup>-8</sup>		640	3228	117
23,5·10 <sup>-6</sup>		20	40·10 <sup>-8</sup> Y		254	962	118
(100-200)·10 <sup>-6</sup>		0,31	10 <sup>15</sup>		120		119
150·10 <sup>-6</sup>		0,22	10 <sup>14</sup>		165	1740	120
(60-80)·10 <sup>-6</sup>		0,15	> 10 <sup>14</sup>		>160		121
(50-80)·10 <sup>-6</sup>		18·10 <sup>-3</sup>			120		122
83,3·10 <sup>-6</sup>		102,4	7,39·10 <sup>-8</sup>		63,5	759	123
6,7·10 <sup>-7</sup>		12,5	70·10 <sup>-8</sup>		931	3520	124
11·10 <sup>-6</sup>		15	75·10 <sup>-8</sup> TH		1042	3000	125
			17,7·10 <sup>-8</sup> Y		1572		126
		6-12	10 <sup>12</sup> K		1610	2400	127
			100·10 <sup>-8</sup>		696	1737	128
					-71	-62	129

Nom		Chaleur latente				Chaleur massique		
		- 14 - Fusion		- 15 - Vaporisation		- 16 - Solide	- 17 - Liquide	- 18 - Gaz
		$L_f$	$\Delta_f H$	$L_v$	$\Delta_v H$	$c$		$c_p$
		( $10^5 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	( $10^5 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )		
87	Magnésium	3,49	8,48	52,7	128	1023		
88	Manganèse	2,35	12,9	40,0	220	479		
89	Manganine							
90	Marbre					880		
91	Meitnerium							
92	Mélatamine-Formol					1380		
93	Mendélévium							
94	Mercure	0,114	2,30	2,95	59,1	140		
95	Méthane	0,586	0,94	5,11	8,196	610	5780	2200
96	Méthanol	0,99					2720	1470
97	Molybdène	3,90	37,4	62,5	600	251		
98	Naphtaline	1,48	19,01	3,37	43,19			
99	Néodyme	0,495	7,14	19,8	285	190		
100	Néon	0,163	0,328	0,847	1,71			1030
101	Neptunium	0,135	3,20	14,1	335			
102	Nichrome							
103	Nickel	2,98	17,5	64,4	378	444		
104	Niobium	3,23	30	74,3	690	265		
105	Nobélium							
106	Nylon					1360		
107	Or	0,637	12,6	16,4	324	129		
108	Osmium	3,04	57,8	33,1	630	130		
109	Oxygène	0,138	0,44	2,13	6,82		1699 <sup>B</sup>	918
110	Ozone			3,16	15,2			813
111	Palladium	1,57	16,7	35,7	380	246		
112	Phénol	1,2	11,29	6,14	57,8			
113	Phosphore (blanc)	0,213	2,64	4,00	49,6	769		
114	Phosphore (rouge)	5,99	18,5	4,00	12,4			
115	Platine	1,14	22,2	25,1	490	133		
116	Plomb	0,230	4,77	8,66	180	130		
117	Plutonium	0,116	2,82	13,3	325			
118	Polonium	0,478	10,0	4,79	100			
119	Polyéthylène					2100-3200		
120	Polypropylène					1600		
121	Polystyrène							
122	Polyuréthane							
123	Potassium	0,597	2,34	19,7	76,9	757		
124	Praséodyme	0,489	6,89	23,4	330	193		
125	Prométhium			20,0	290	190		
126	Protactinium	0,534	12,3	20,3	470			
127	Quartz (Silice)					800		
128	Radium	0,341	7,7	5,53	125			
129	Radon			0,766	17			94

Élément						
- 19 - Électro- négativité	- 20 - Potentiel de première ionisation		- 21 - Rayon atomique	- 22 - Rayon covalent	- 23 - Rayon de van der Waals	
$\chi$	$E_{I1}$		$r_{at}$	$r_{cov}$	$r_W$	
	( $10^6 \cdot \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(eV)				
1,4	0,738	7,646		1,40	1,73	87
1,5	0,717	7,4340		1,29	1,97	88
						89
						90
					1,29	91
						92
1,3	0,635	6,58		1,73	2,46	93
1,9	1,007	10,4375		1,32	2,09	94
						95
						96
1,8	0,684	7,0924		1,46	2,09	97
						98
1,1	0,533	5,5250		1,88	2,29	99
	2,081	21,564		0,62	1,54	100
1,4	0,605	6,2657		1,80	2,21	101
						102
1,8	0,737	7,6398		1,17	1,84	103
1,6	0,652	6,759		1,56	2,07	104
1,3	0,642	6,65		1,76	2,46	105
						106
2,4	0,89	9,2255		1,30	2,17	107
2,2	0,814	8,4382		1,36	2,16	108
3,4	1,314	13,618		0,64	1,52	109
				0,60 <sup>E</sup>		110
2,2	0,804	8,3369		1,30	2,02	111
						112
2,3						113
2,3	1,012	10,4867		1,09	1,8	114
2,2	0,864	8,9588		1,30	2,09	115
2,4	0,716	7,4167		1,45	2,02	116
1,3	0,581	6,026		1,80	2,43	117
2,1	0,812	8,414		1,42	1,97	118
						119
						120
						121
						122
0,7	0,419	4,341		2,00	2,75	123
1,1	0,528	5,473		1,90	2,39	124
1,1	0,539	5,582		1,86	2,36	125
1,4	0,568	5,89		1,84	2,43	126
						127
0,9	0,509	5,2784		2,11	2,83	128
	1,037	10,7485		1,46	2,2	129

Nom	- 1 - Formule	- 2 - Numéro atomique	- 3 - Masse atomique	Masse volumique			
				- 4 - Solide	- 5 - Liquide	- 6 - Gaz (à 1 atm)	
				$\rho$			
				(kg · m <sup>-3</sup> = g · L <sup>-1</sup> )			
130	Rhénium	Re	75	186,21	20800	18900 <sup>B</sup>	
131	Rhodium	Rh	45	102,91	12400	10700 <sup>B</sup>	
132	Rubidium	Rb	37	85,47	1530	1460 <sup>B</sup>	
133	Ruthénium	Ru	44	101,07	12100	10650 <sup>B</sup>	
134	Rutherfordium	Rf	104	261	17000 <sup>TH</sup>		
135	Sagex®				20		
136	Samarium	Sm	62	150,36	7520	7160 <sup>B</sup>	
137	Scandium	Sc	21	44,96	2990	2800 <sup>B</sup>	
138	Seaborgium	Sg	106	266	23200 <sup>TH</sup>		
139	Sélénium (gris)	Se	34	78,96	4890	3990 <sup>B</sup>	
140	Silicium	Si	14	28,09	2329	2570 <sup>B</sup>	
141	Sodium	Na	11	22,99	970	927 <sup>B</sup>	
142	Soufre	S8	16	32,07	2000	1819 <sup>B</sup>	
143	Strontium	Sr	38	87,62	2640	2375 <sup>B</sup>	
144	Tantale	Ta	73	180,95	16400	15000 <sup>B</sup>	
145	Technétium	Tc	43	[98]	11000		
146	Téflon® (PTFE)				2160		
147	Tellure	Te	52	127,60	6230	5700 <sup>B</sup>	
148	Terbium	Tb	65	158,93	8230	7650 <sup>B</sup>	
149	Thallium	Tl	81	204,38	11800	11200 <sup>B</sup>	
150	Thorium	Th	90	232,04	11700		
151	Thulium	Tm	69	168,93	9320	8560 <sup>B</sup>	
152	Titane	Ti	22	47,87	4560	4110 <sup>B</sup>	
153	Tungstène	W	74	183,84	19300	17600 <sup>B</sup>	
154	Uranium	U	92	238,03	19100	17300 <sup>B</sup>	
155	Vanadium	V	23	50,94	6000	5500 <sup>B</sup>	
156	Verre (acrylique)				1180		
157	Verre (Pyrex®)				2320		
158	Xénon	Xe	54	131,29	3640 <sup>A</sup>	3520 <sup>B</sup>	5,366
159	Ytterbium	Yb	70	173,04	6900	6210 <sup>B</sup>	
160	Yttrium	Y	39	88,91	4470	4240 <sup>B</sup>	
161	Zinc	Zn	30	65,39	7134	6570 <sup>B</sup>	
162	Zirconium	Zr	40	91,22	6520	5800 <sup>B</sup>	

Coefficient de dilatation		- 9 - Conductivité thermique	- 10 - Résistivité	- 11 - Coefficient de température de la résistivité	Température		
- 7 - Linéique (solide)	- 8 - Volumique (liquide)				- 12 - Fusion	- 13 - Ébullition	
$\alpha$	$\gamma$	$\lambda$	$\rho$	$\alpha$	$\theta_f$	$\theta_e$	
(K <sup>-1</sup> )		(W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> )	(Ω · m)	(K <sup>-1</sup> )	(°C)		
6,2·10 <sup>-6</sup>		47,9	18·10 <sup>-8</sup>		3185	5596	130
8,3·10 <sup>-6</sup>		150	4,3·10 <sup>-8</sup> Y		1964	3695	131
		58,2	13,1·10 <sup>-8</sup>		39,3	688	132
6,4·10 <sup>-6</sup>		117	7,1·10 <sup>-8</sup> Y		2333	4150	133
							134
		38·10 <sup>-3</sup>					135
12,7·10 <sup>-6</sup>		13,3	94·10 <sup>-8</sup>		1072	1794	136
10,2·10 <sup>-6</sup>		15,8	56,2·10 <sup>-8</sup>		1541	2836	137
							138
					220,8	685	139
2,6·10 <sup>-6</sup>			≈1,0·10 <sup>-3</sup>	-75·10 <sup>-3</sup>	1414	3265	140
71·10 <sup>-6</sup>		141	4,88·10 <sup>-8</sup>		97,8	882,9	141
			> 1015		115,2	444,6	142
22,5·10 <sup>-6</sup>		35,3	13,4·10 <sup>-8</sup>		777	1382	143
6,3·10 <sup>-6</sup>		57,5	13,4·10 <sup>-8</sup>		3017	5458	144
		50,6	≈22·10 <sup>-8</sup>		2157	4265	145
195·10 <sup>-6</sup>		0,23	>10 <sup>14</sup>		327		146
			≈1,0·10 <sup>-4</sup>		449,5	988	147
10,3·10 <sup>-6</sup>		11,1	115·10 <sup>-8</sup>		1359	3230	148
29,9·10 <sup>-6</sup>		46,1	15·10 <sup>-8</sup> Y		304	1473	149
11,0·10 <sup>-6</sup>		54,0	14,7·10 <sup>-8</sup> Y		1750	4788	150
13,3·10 <sup>-6</sup>		16,9	67,6·10 <sup>-8</sup>		1545	1950	151
8,6·10 <sup>-6</sup>		21,9	39·10 <sup>-8</sup> Y		1668	3287	152
4,5·10 <sup>-6</sup>		174	5,39·10 <sup>-8</sup>	4·10 <sup>-3</sup>	3422	5555	153
13,9·10 <sup>-6</sup>		27,6	28·10 <sup>-8</sup> Y		1135	4131	154
8,4·10 <sup>-6</sup>		30,7	20,1·10 <sup>-8</sup>		1910	3407	155
68 · 10 <sup>-6</sup>		0,18	10 <sup>17</sup>		210		156
3 · 10 <sup>-6</sup>		1,0-1,3	10 <sup>12</sup>		700-1200		157
		5,5·10 <sup>-3</sup>			-111,7	-108,1	158
26,3·10 <sup>-6</sup>		38,5	25,0·10 <sup>-8</sup>		824	1196	159
10,6·10 <sup>-6</sup>		17,2	59,6·10 <sup>-8</sup>		1522	3345	160
30,2·10 <sup>-6</sup>		116	6,01·10 <sup>-8</sup>	4,2·10 <sup>-3</sup>	419,5	907	161
5,7·10 <sup>-6</sup>		22,7	42,9·10 <sup>-8</sup>	4,4·10 <sup>-3</sup>	1854	4409	162

Nom		Chaleur latente				Chaleur massique		
		- 14 - Fusion		- 15 - Vaporisation		- 16 - Solide	- 17 - Liquide	- 18 - Gaz
		$L_f$	$\Delta_f H$	$L_v$	$\Delta_v H$	$c$		$c_p$
		( $10^9 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	( $10^9 \cdot \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(J·kg <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )		
130	Rhénium	1,83	34,1	37,9	705	137		
131	Rhodium	2,59	26,6	48,1	495	243		
132	Rubidium	0,256	2,19	8,42	72	363		
133	Ruthénium	3,82	38,6	57,4	580	238		
134	Rutherfordium							
135	Sagex®							
136	Samarium	0,573	8,62	11,6	175	197		
137	Scandium	3,14	14,1	70,7	318	568		
138	Seaborgium							
139	Sélénium (gris)	0,847	6,69	12,1	95,48	321		
140	Silicium	17,9	50,2	128	359	712		
141	Sodium	1,13	2,60	42,5	97,7	1228		
142	Soufre	0,536	13,8	1,75	45	708		
143	Strontium	0,848	7,43	15,6	137	306		
144	Tantale	2,02	36,6	40,6	735	140		
145	Technétium	3,40	33,3	56,1	550	63		
146	Téflon® (PTFE)					1050		
147	Tellure	1,36	17,4	8,94	114	202		
148	Terbium	0,639	10,2	18,6	295	182		
149	Thallium	0,203	4,14	8,07	165	129		
150	Thorium	0,595	13,8	22,8	530	118		
151	Thulium	0,997	16,8	14,8	250	160		
152	Titane	2,96	14,2	88,8	425	524		
153	Tungstène	2,85	52,3	43,5	800	132		
154	Uranium	0,384	9,14	17,6	420	116		
155	Vanadium	4,22	21,5	88,9	453	489		
156	Verre (acrylique)					1450		
157	Verre (Pyrex®)					830		
158	Xénon	0,173	2,27	0,957	12,6			158
159	Ytterbium	0,443	7,66	9,25	160	155		
160	Yttrium	1,28	11,4	42,7	380	298		
161	Zinc	1,08	7,07	18,2	119	388		
162	Zirconium	2,30	21,0	63,6	580	278		

Élément						
- 19 - Électro- négativité	- 20 - Potentiel de première ionisation		- 21 - Rayon atomique	- 22 - Rayon covalent	- 23 - Rayon de van der Waals	
$\chi$	$E_{I1}$		$r_{at}$	$r_{cov}$	$r_W$	
	( $10^6 \cdot \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	(eV)				
1,9	0,756	7,8335		1,41	2,17	130
2,2	0,72	7,4589		1,34	1,95	131
0,7	0,403	4,177		2,15	3,03	132
2,2	0,71	7,3605		1,36	2,07	133
					1,57	134
						135
1,1	0,545	5,6437		1,85	2,29	136
1,3	0,633	6,5615		1,59	2,16	137
					1,43	138
2,6	0,941	9,7524		1,18	1,9	139
2,3	0,787	8,1517		1,14	2,1	140
0,9	0,496	5,139		1,60	2,27	141
2,7	1	10,3600		1,04	1,8	142
1,0	0,549	5,695		1,90	2,49	143
1,5	0,728	7,5496		1,58	2,17	144
1,9	0,702	7,28		1,38	2,09	145
						146
2,4	0,869	9,0096		1,37	2,06	147
1,2	0,566	5,8638		1,81	2,21	148
2,0	0,589	6,1082		1,44	1,96	149
1,3	0,609	6,3067		1,90	2,37	150
1,2	0,597	6,1843		1,77	2,27	151
1,5	0,659	6,828		1,48	1,87	152
1,7	0,759	7,864		1,50	2,1	153
1,4	0,598	6,1941		1,83	2,4	154
1,6	0,651	6,7462		1,44	1,79	155
						156
						157
	1,17	12,1298		1,36	2,16	158
1,2	0,603	6,2542		1,78	2,42	159
1,2	0,6	6,2173		1,76	2,19	160
1,6	0,906	9,394		1,20	2,1	161
1,4	0,64	6,6339		1,64	1,86	162





# Chimie



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)

# Formulaire de chimie

## Quantité chimique $n$ d'un corps pur

$$\boxed{n = \frac{m}{M}}$$

$n$  = quantité chimique [mol]  
 $m$  = masse de l'échantillon [g]  
 $M$  = masse molaire [g·mol<sup>-1</sup>]

(1)

## Loi des gaz parfaits

$$\boxed{pV = nRT}$$

$p$  = pression [Pa]  
 $V$  = volume [m<sup>3</sup>]  
 $n$  = quantité chimique [mol]  
 $R$  = constante des gaz parfaits = 8,314 J·K<sup>-1</sup>·mol<sup>-1</sup>  
 $T$  = température absolue [K]

(2)

## Mélanges de plusieurs constituants $A, B, C, \dots$

$$\boxed{x(A) = \frac{n(A)}{n(A) + n(B) + \dots}}$$

$x(A)$  = fraction molaire de  $A$   
 $n(A)$  = quantité chimique de  $A$  [mol]

(3)

$$\boxed{p(A) = x(A)p}$$

$p(A)$  = pression partielle de  $A$  dans un mélange de gaz  
 $p$  = pression totale du mélange de gaz

(4)

## Concentration $c$

$$\boxed{c(A) \equiv [A] = \frac{n(A)}{V}}$$

$c(A)$  = concentration molaire du soluté  $A$  [mol·L<sup>-1</sup>]  
 $n$  = quantité chimique de soluté [mol]  
 $V$  = volume de la solution [L]

(5)

## Solubilité $S$

$$\boxed{S \equiv c_{max} = \frac{n_{max}}{V}}$$

$c_{max}$  = concentration maximum [mol·L<sup>-1</sup>]  
 $S$  = solubilité [mol·L<sup>-1</sup>]

(6)

## Équilibre chimique $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$

La constante d'équilibre peut être exprimée en fonction des concentrations selon :

$$\boxed{K_c = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}}$$

$a, b, c, d$  = coefficients stoechiométriques  
 $K_c$  = constante de l'équilibre

(7)

**NB :** Si l'une des espèces  $A, B, C$  ou  $D$  est le solvant ou une espèce insoluble dans l'eau (solide ou gaz), sa concentration ne figure pas dans la définition de  $K_c$ .

Si  $A, B, C$  et  $D$  sont des gaz, la constante d'équilibre peut être exprimée en fonction des pressions partielles :

$$\boxed{K_p = \frac{p_C^c p_D^d}{p_A^a p_B^b}} \quad \begin{array}{l} p_i \quad = \text{pression partielle du } i^{\text{ème}} \text{ constituant} \\ a, b, c, d \quad = \text{coefficients stœchiométriques} \end{array} \quad (8)$$

La relation entre  $K_p$  et  $K_c$  est :

$$\boxed{K_c = K_p (RT)^{\Delta n}} \quad \begin{array}{l} R \quad = \text{constante des gaz parfaits} = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} \\ T \quad = \text{température absolue [K]} \\ \Delta n \quad = c + d - a - b : \text{variation de la quantité de gaz [mol]} \end{array} \quad (9)$$

## Produit de solubilité d'un sel $K_s$

Pour un sel de type  $MX$ , comme  $\text{AgCl}$  ou  $\text{BaSO}_4$ ,  $\boxed{K_s = [M^+][X^-]}$

Pour un sel de type  $MX_2$ , comme  $\text{CaF}_2$ ,  $\boxed{K_s = [M^{2+}][X^-]^2}$  (10)

Pour un sel de type  $M_2X$ , comme  $\text{Ag}_2\text{CrO}_4$ ,  $\boxed{K_s = [M^+]^2[X^{2-}]}$

**NB :** La solubilité d'un acide ou d'un sel formant des ions chargés  $\pm z$  ( $z > 2$ ) est toujours plus élevée que celle issue du calcul de  $K_s$ , à cause de la formation d'ions intermédiaires.

## Produit ionique de l'eau $K_e$

$$\boxed{K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-]} \quad K_e = 10^{-14} \text{ à } 25^\circ\text{C} \quad (11)$$

## Constante d'acidité $K_a$

Pour la réaction  $\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{A}^-$ , on a :

$$\boxed{K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]}} \quad [\text{HA}] = \text{concentration de HA non dissocié [mol}\cdot\text{L}^{-1}] \quad (12)$$

$$\boxed{\text{p}K_a = -\log K_a} \quad K_a = \text{constante d'acidité ou de dissociation acide} \quad (13)$$

## pH et acidité

$$\boxed{\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]}$$

$[\text{H}_3\text{O}^+] = \text{concentration du ion } \text{H}_3\text{O}^+ \text{ [mol}\cdot\text{L}^{-1}]$  (14)

$$\boxed{[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}}$$
 (15)

## pH des solutions d'acides forts ( $c_a < 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ )

$$\boxed{\text{pH} = -\log c_a} \quad c_a = \text{concentration initiale de l'acide } [\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}] \quad (16)$$

## pH des solutions diluées d'acides faibles ( $c_a < 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ )

En solution diluée, un acide faible HA, est caractérisé par :

$$\boxed{\text{pH} = \frac{\text{p}K_a - \log c_a}{2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{[\text{H}_3\text{O}^+] = \sqrt{K_a c_a}} \quad (17)$$

$c_a$  = concentration initiale de l'acide  $[\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}]$

## pH des solutions de bases fortes ( $c_b < 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ )

$$\boxed{\text{pH} = 14 + \log c_b} \quad c_b = \text{concentration initiale de la base } [\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}] \quad (18)$$

## pH des solutions diluées de bases faibles ( $c_b < 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ )

En solution diluée, pour une base faible, on a :

$$\boxed{\text{pH} = \frac{1}{2}(14 + \text{p}K_a + \log c_b)} \quad \text{ou} \quad \boxed{[\text{H}_3\text{O}^+] = \sqrt{\frac{10^{-14}K_a}{c_b}}} \quad (19)$$

$c_b$  = concentration initiale de la base  $[\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}]$

## pH des solutions tampons

Si une solution diluée contient un acide faible et sa base conjuguée, le pH de la solution est :

$$\boxed{\text{pH} = \text{p}K_a + \log \frac{c_b}{c_a}} \quad \text{ou} \quad \boxed{[\text{H}_3\text{O}^+] = K_a \frac{c_a}{c_b}} \quad (20)$$

$c_a$  = concentration initiale de l'acide  $[\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}]$

$c_b$  = concentration initiale de la base conjuguée  $[\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}]$

## Enthalpies de réaction – Loi de Hess

Dans une réaction générale de type  $aA + bB \rightarrow cX + dY$ , la variation d'enthalpie molaire  $\Delta_r H$  accompagnant la réaction est donnée par l'expression :

$$\boxed{\Delta_r H = c \cdot \Delta_f H(X) + d \cdot \Delta_f H(Y) - a \cdot \Delta_f H(A) - b \cdot \Delta_f H(B)} \quad (21)$$

où  $\Delta_f H$  désigne l'enthalpie molaire de formation  $[\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}]$ .

## Oxydations et réductions – Équation de Nernst

Dans un équilibre redox défini par la demi-équation  $a \text{Ox} + z e^- \rightleftharpoons b \text{Red}$ , on a :

$$E = E^0 + \frac{RT}{zF} \ln \frac{[\text{Ox}]^a}{[\text{Red}]^b}$$

$\ln x$	=	logarithme naturel de $x$	
$E^0$	=	potentiel standard de réduction [V]	
$R$	=	cste des gaz parfaits = $8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	(22)
$z$	=	nombre d'électrons échangés	
$T$	=	température absolue [K]	
$F$	=	constante de Faraday = $96485 \text{ A}\cdot\text{s}\cdot\text{mol}^{-1}$	

[Ox] et [Red] désignent les concentrations des espèces oxydantes et réductrices, et les pressions correspondantes, en bar, si Ox et Red sont des gaz.

A  $25^\circ\text{C}$ , l'équation précédente devient :

$$E = E^0 + \frac{0,0591}{z} \log \frac{[\text{Ox}]^a}{[\text{Red}]^b}$$

$\log x =$  logarithme décimal de  $x$  (23)

**NB :** Si l'une des espèces Ox ou Red est insoluble dans l'eau, sa concentration ne figure pas dans les équations de Nernst.

## Électrolyse – Loi de Faraday

Lors de la réduction du cation  $A^{z+}$  selon  $A^{z+} + z e^- \rightarrow A$ , ou de l'oxydation de l'anion  $X^{z-}$  selon  $X^{z-} - z e^- \rightarrow X$ , on a :

$$n = \frac{I t}{z F}$$

$n$	=	quantité chimique d'ions déchargés [mol]	
$I$	=	intensité du courant [A]	
$t$	=	temps [s]	(24)
$z$	=	charge de l'ion déchargé	
$F$	=	constante de Faraday = $96485 \text{ A}\cdot\text{s}\cdot\text{mol}^{-1}$	

## Absorption lumineuse - Loi de Lambert-Beer

L'absorbance d'un échantillon d'une solution est définie par :

$$A = \log \frac{I}{I_0}$$

avec  $A = \varepsilon \cdot l \cdot c$

$A$	=	absorbance (sans unité)	
$I$	=	intensité de la lumière sortante	
$I_0$	=	intensité de la lumière entrante	(25)
$\varepsilon$	=	coefficient d'absorption [ $\text{L}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$ ]	
$l$	=	longueur du trajet de la lumière [cm]	
$c$	=	concentration de la solution [ $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ ]	

# Tables de chimie

## Constantes d'acidité de quelques couples acide-base à 25 °C

Nom de l'acide par force décroissante	Acide	Base	Nom de la base par force croissante	$K_a$	$pK_a$
acide perchlorique	HClO <sub>4</sub>	ClO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	perchlorate	~ 10 <sup>9</sup>	
acide iodhydrique	HI	I <sup>-</sup>	iodure	~ 10 <sup>9</sup>	
acide bromhydrique	HBr	Br <sup>-</sup>	bromure	~ 10 <sup>9</sup>	
acide chlorhydrique	HCl	Cl <sup>-</sup>	chlorure	~ 10 <sup>7</sup>	
acide sulfurique	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	HSO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	hydrogénosulfate	~ 10 <sup>2</sup>	
acide nitrique	HNO <sub>3</sub>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	nitrate	~ 25	
oxonium	H <sub>3</sub> O <sup>+</sup>	H <sub>2</sub> O	eau	1	0
acide oxalique	HOOC <sub>2</sub> COOH	HOOC <sub>2</sub> COO <sup>-</sup>	hydrogénéoxalate	5,9·10 <sup>-2</sup>	1,23
acide dichloracétique	Cl <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> COOH	Cl <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> COO <sup>-</sup>	dichloracétate	3,32·10 <sup>-2</sup>	1,48
acide sulfureux	H <sub>2</sub> SO <sub>3</sub>	HSO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	hydrogénosulfite	1,58·10 <sup>-2</sup>	1,80
hydrogénéosulfate	HSO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	sulfate	1,20·10 <sup>-2</sup>	1,92
acide phosphorique	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	H <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	dihydrogénéophosphate	7,59·10 <sup>-3</sup>	2,12
hexaqua-fer(III)	[Fe(H <sub>2</sub> O) <sub>6</sub> ] <sup>3+</sup>	[Fe(H <sub>2</sub> O) <sub>5</sub> (OH)] <sup>2+</sup>		6,03·10 <sup>-3</sup>	2,22
acide chloracétique	ClCH <sub>2</sub> COOH	ClCH <sub>2</sub> COO <sup>-</sup>	chloracétate	1,38·10 <sup>-3</sup>	2,86
acide fluorhydrique	HF	F <sup>-</sup>	fluorure	6,76·10 <sup>-4</sup>	3,17
acide nitreux	HNO <sub>2</sub>	NO <sub>2</sub> <sup>-</sup>	nitrite	4,57·10 <sup>-4</sup>	3,34
acide formique	HCOOH	HCOO <sup>-</sup>	formiate	1,78·10 <sup>-4</sup>	3,75
hydrogénéoxalate	HOOC <sub>2</sub> COO <sup>-</sup>	OOC <sub>2</sub> COO <sup>2-</sup>	oxalate	6,4·10 <sup>-2</sup>	4,19
phénylammonium	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>3</sub> <sup>+</sup>	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>2</sub>	aniline	2,40·10 <sup>-5</sup>	4,62
acide acétique	CH <sub>3</sub> COOH	CH <sub>3</sub> COO <sup>-</sup>	acétate	1,78·10 <sup>-5</sup>	4,75
hexaqua-aluminium(III)	[Al(H <sub>2</sub> O) <sub>6</sub> ] <sup>3+</sup>	[Al(H <sub>2</sub> O) <sub>5</sub> (OH)] <sup>2+</sup>		1,29·10 <sup>-5</sup>	4,89
acide carbonique <sup>a</sup>	H <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	hydrogénéocarbonate	4,47·10 <sup>-7</sup>	6,35
acide sulfhydrique	H <sub>2</sub> S	HS <sup>-</sup>	hydrogénéosulfure	9,12·10 <sup>-8</sup>	7,04
hydrogénéosulfite	HSO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	SO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	sulfite	6,17·10 <sup>-8</sup>	7,21
dihydrogénéophosphate	H <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> <sup>-</sup>	HPO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	hydrogénéophosphate	6,17·10 <sup>-8</sup>	7,21
acide hypochloreux	HClO	ClO <sup>-</sup>	hypochlorite	3,63·10 <sup>-8</sup>	7,44
ammonium	NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	NH <sub>3</sub>	ammoniac	6,03·10 <sup>-10</sup>	9,22
acide cyanhydrique	HCN	CN <sup>-</sup>	cyanure	6,03·10 <sup>-10</sup>	9,22
acide borique	H <sub>3</sub> BO <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> BO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	dihydrogénéoborate	5,75·10 <sup>-10</sup>	9,24
phénol	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> OH	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> O <sup>-</sup>	phénolate	1,29·10 <sup>-10</sup>	9,89
hydrogénéocarbonate	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	carbonate	5,62·10 <sup>-11</sup>	10,25
hydrogénéosulfure	HS <sup>-</sup>	S <sup>2-</sup>	sulfure	1,10·10 <sup>-12</sup>	11,96
hydrogénéophosphate	HPO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	phosphate	4,27·10 <sup>-13</sup>	12,37
eau	H <sub>2</sub> O	OH <sup>-</sup>	hydroxyde	10 <sup>-14</sup>	14
éthanol	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> O <sup>-</sup>	éthanolate	1,2·10 <sup>-16</sup>	
hydroxyde	OH <sup>-</sup>	O <sup>2-</sup>	oxyde	~ 10 <sup>-36</sup>	

a. À tout pH, le CO<sub>2</sub> dissous, non transformé en ion, est à 99,72 % sous forme CO<sub>2</sub> et à 0,28 % sous forme H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>.

## Produit ionique de l'eau $K_e$ et pH en fonction de $T$

$T$	$K_e$	pH (eau pure)	pH (HCl 0,1 mol·L <sup>-1</sup> )	pH (NaOH 1 mol·L <sup>-1</sup> )
0 °C	0,114 · 10 <sup>-14</sup>	7,47	1,00	14,94
20 °C	0,681 · 10 <sup>-14</sup>	7,08	1,00	14,16
25 °C	1,008 · 10 <sup>-14</sup>	7,00	1,00	14,00
30 °C	1,469 · 10 <sup>-14</sup>	6,92	1,00	13,84
100 °C	54 · 10 <sup>-14</sup>	6,13	1,00	12,26

## pH de boissons et liquides divers

### Boissons

Solution	pH
Jus de citron	1,8 – 2,3
Vinaigre	2,4 – 3,4
Vin	2,8 – 3,8
Jus de pommes	2,9 – 3,3
Jus de grapefruit	3,0 – 3,3
Boissons au cola	3,1 – 3,3
Jus de tomates	4,0 – 4,4
Bière	4,0 – 5,5
Jus de carottes	4,9 – 5,3
Lait de vache	6,3 – 6,6
Eau potable	5,5 – 8,0

### Liquides organiques et divers

Solution	pH
Suc gastrique	1,0 – 2,3
Salive	5,8 – 7,1
Urine	4,8 – 7,4
Lait maternel	6,6 – 7,6
Bile	6,8 – 7,0
Plasma sanguin	7,3 – 7,5
Suc pancréatique	7,8 – 8,2
Eau du lac Léman	7,5 – 8,5
Eau de mer	7,8 – 8,2
Eau de savon	8,2 – 8,7
Eau de chaux	12,3

## Concentrations usuelles de quelques acides et bases

Nom	Formule	% massique	Densité $d_4^{20}$	Concentration approximative [mol·L <sup>-1</sup> ]	Concentration approximative [g·L <sup>-1</sup> ]
Acide acétique glacial	CH <sub>3</sub> COOH	99	1,06	18	1050
Acide chlorhydrique concentré	HCl	36	1,18	12	425
Acide chlorhydrique	HCl	25	1,12	8	280
Acide chlorhydrique 1 mol·L <sup>-1</sup>	HCl	3,6	1,02	1	36,5
Acide formique pur	HCOOH	99	1,22	26	1210
Acide nitrique concentré	HNO <sub>3</sub>	65	1,40	14	910
Acide nitrique 1 mol·L <sup>-1</sup>	HNO <sub>3</sub>	6	1,03	1	63
Acide phosphorique concentré	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	85	1,71	15	1450
Acide sulfurique concentré	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	96	1,84	18	1770
Acide sulfurique 1 mol·L <sup>-1</sup>	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	9,4	1,06	1	98
Ammoniaque concentrée	NH <sub>3</sub>	25	0,91	13	228
Ammoniaque 1 mol·L <sup>-1</sup>	NH <sub>3</sub>	1,7	0,99	1	17
Hydroxyde de sodium	NaOH	10	1,11	2,3	111



# Potentiers standards d'oxydo-réduction inorganiques

Les potentiels sont donnés à 25 °C, à 1 bar, pour des concentrations de 1 mol·L<sup>-1</sup>.

Oxydants + z e <sup>-</sup>	Réducteurs	E <sup>0</sup> [V]
Li <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	Li	-3,04
K <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	K	-2,92
Ca <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Ca	-2,76
Na <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	Na	-2,71
Mg <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Mg	-2,37
Al <sup>3+</sup> + 3 e <sup>-</sup>	Al	-1,70
2 H <sub>2</sub> O + 2 e <sup>-</sup>	H <sub>2</sub> + 2 OH <sup>-</sup>	-0,83
Zn <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Zn	-0,76
Ni(OH) <sub>2</sub> + 2 e <sup>-</sup>	Ni + 2 OH <sup>-</sup>	-0,72
Fe <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Fe	-0,41
Cd <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Cd	-0,40
PbSO <sub>4</sub> + 2 e <sup>-</sup>	Pb + SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	-0,36
Ni <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Ni	-0,23
Sn <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Sn	-0,14
Pb <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Pb	-0,13
Fe <sup>3+</sup> + 3 e <sup>-</sup>	Fe	-0,04
2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	H <sub>2</sub>	0
S + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	H <sub>2</sub> S	0,14
Sn <sup>4+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Sn <sup>2+</sup>	0,15
Cu <sup>2+</sup> + e <sup>-</sup>	Cu <sup>+</sup>	0,16
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> + 4 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	SO <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	0,24
Cu <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Cu	0,34
[Fe(CN) <sub>6</sub> ] <sup>3-</sup> + e <sup>-</sup>	[Fe(CN) <sub>6</sub> ] <sup>4-</sup>	0,36
O <sub>2</sub> + 2 H <sub>2</sub> O + 4 e <sup>-</sup>	4 OH <sup>-</sup>	0,44
Cu <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	Cu	0,52
I <sub>2</sub> + 2 e <sup>-</sup>	2 I <sup>-</sup>	0,53
PtCl <sub>4</sub> <sup>2-</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Pt + 4 Cl <sup>-</sup>	0,73
Fe <sup>3+</sup> + e <sup>-</sup>	Fe <sup>2+</sup>	0,77
Ag <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	Ag	0,84
ClO <sup>-</sup> + H <sub>2</sub> O + 2 e <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup> + 2 OH <sup>-</sup>	0,81
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup> + 2 H <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	NO <sub>2</sub> + H <sub>2</sub> O	0,81
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup> + 4 H <sup>+</sup> + 3 e <sup>-</sup>	NO + 2 H <sub>2</sub> O	0,96
Hg <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Hg	0,85
2 Hg <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Hg <sub>2</sub> <sup>2+</sup>	0,94
AuCl <sub>4</sub> <sup>-</sup> + 3 e <sup>-</sup>	Au + 4 Cl <sup>-</sup>	0,99
Br <sub>2</sub> + 2 e <sup>-</sup>	2 Br <sup>-</sup>	1,06
Pt <sup>2+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Pt	1,12
O <sub>2</sub> + 4 H <sup>+</sup> + 4 e <sup>-</sup>	2 H <sub>2</sub> O	1,23
Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub> <sup>2-</sup> + 14 H <sup>+</sup> + 6 e <sup>-</sup>	2 Cr <sup>3+</sup> + 7 H <sub>2</sub> O	1,33
Cl <sub>2</sub> + 2 e <sup>-</sup>	2 Cl <sup>-</sup>	1,36
Au <sup>3+</sup> + 3 e <sup>-</sup>	Au	1,42
MnO <sub>4</sub> <sup>-</sup> + 8 H <sup>+</sup> + 5 e <sup>-</sup>	Mn <sup>2+</sup> + 4 H <sub>2</sub> O	1,49
PbO <sub>2</sub> + SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> + 4 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	PbSO <sub>4</sub> + 2 H <sub>2</sub> O	1,68
H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	2 H <sub>2</sub> O	1,77
F <sub>2</sub> + 2 e <sup>-</sup>	2 F <sup>-</sup>	2,87

Pouvoir oxydant ↓

↑ Pouvoir réducteur

# Potentiels standards d'oxydo-réduction en milieu biologique

Les potentiels sont donnés à 25 °C, à 1 bar, pour des concentrations de 1 mol·L<sup>-1</sup>, et à pH 7,0.

	Oxydants + z e <sup>-</sup>	Réducteurs	E <sup>0'</sup> [V]
	Ac. acétique + 2 H <sup>+</sup> + 2e <sup>-</sup>	acétaldéhyde + H <sub>2</sub> O	-0,58
	2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	H <sub>2</sub>	-0,42
	Ac. α-cétoglutarique + CO <sub>2</sub> + 2 H <sup>+</sup> + 2e <sup>-</sup>	Ac. isocitrique	-0,38
	NAD <sup>+</sup> + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	NADH + H <sup>+</sup>	-0,32
	NADP <sup>+</sup> + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	NADPH + H <sup>+</sup>	-0,32
	FAD + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	FADH <sub>2</sub>	-0,22
	Acétaldéhyde + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Éthanol	-0,20
	Ac. pyruvique + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Ac. lactique	-0,19
	Ac. oxaloacétique + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Ac. malique	-0,17
	Ac. fumarique + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Ac. succinique	0,03
	Cytochrome b (Fe <sup>3+</sup> ) + 1 e <sup>-</sup>	Cytochrome b (Fe <sup>2+</sup> )	0,08
	Ac. déshydroascorbique + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Ac. ascorbique	0,08
	Ubiquinone + 2 H <sup>+</sup> + 2 e <sup>-</sup>	Ubiquinol	0,09
	Cytochrome c (Fe <sup>3+</sup> ) + 1 e <sup>-</sup>	Cytochrome c (Fe <sup>2+</sup> )	0,25
	Cytochrome a (Fe <sup>3+</sup> ) + 1 e <sup>-</sup>	Cytochrome a (Fe <sup>2+</sup> )	0,29
	O <sub>2</sub> + 2 H <sup>+</sup> + 4 e <sup>-</sup>	H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	0,30
	O <sub>2</sub> + 4 H <sup>+</sup> + 4 e <sup>-</sup>	2 H <sub>2</sub> O	0,82

## Répartition naturelle des éléments

Corps humain		Eau de mer		Croûte terrestre	
élément	% masse	élément	% masse	élément	% masse
O	64,8	O	85,7	O	46,4
C	18,1	H	10,8	Si	28,2
H	10	Cl	1,9	Al	8,2
N	3,11	Na	1,05	Fe	5,6
Ca	1,97	Mg	0,135	Ca	4,1
P	1,08	S	0,0885	Na	2,4
K	0,37	Ca	0,04	Mg	2,3
S	0,26	K	0,038	K	2,1
Cl	0,17	Br	0,0065	Ti	0,57
Na	0,11	C	0,0027	H	0,14

Terre entière		Univers		Atmosphère (sèche)	
élément	% masse	élément	% atomes	gaz	% volume
Fe	39,8	H	90	N <sub>2</sub>	78,09
O	27,7	He	9	O <sub>2</sub>	20,95
Si	14,5	O	0,1	Ar	0,93
Mg	8,7	C	0,06	CO <sub>2</sub>	0,03
Ni	3,2	Ne	0,012	Ne	0,0018
Ca	2,5	N	0,01	He	5,2 · 10 <sup>-4</sup>
Al	1,8	Mg	0,005	Kr	1,0 · 10 <sup>-4</sup>
S	0,6	Si	0,005	H <sub>2</sub>	5,0 · 10 <sup>-5</sup>

## Énergies d'ionisation $E_i$ [ $\text{MJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ]

Élément		Électron									
Z	symbole	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	H	1,31									
2	He	2,37	5,25								
3	Li	0,52	7,29	11,80							
4	Be	0,90	1,76	14,90	21,0						
5	B	0,80	2,42	3,66	25,0	32,8					
6	C	1,09	2,35	4,62	6,22	37,8	47,3				
7	N	1,40	2,86	4,57	7,48	9,45	53,3	64,4			
8	O	1,31	3,40	5,30	7,47	11,0	13,3	71,3	84,0		
9	F	1,68	3,38	6,04	8,41	11,0	15,1	17,8	92,0	106	
10	Ne	2,08	3,96	6,13	9,36	12,2	15,2	20,0	23,0	115	130
11	Na	0,49	4,56	6,91	9,54	13,4	16,6	20,1	25,5	28,9	141
12	Mg	0,73	1,45	7,73	10,5	13,6	18,0	21,7	25,7	31,6	35,4
13	Al	0,58	1,81	2,74	11,6	14,9	18,3	23,3	27,5	32,0	38,5
14	Si	0,78	1,57	3,23	4,35	16,1	19,8	23,7	29,2	35,7	39,3
15	P	1,06	1,90	2,91	4,96	6,27	21,2	25,4	29,8	36,7	41,8
16	S	1,00	2,26	3,38	4,56	7,00	8,49	27,1	31,7	36,6	44,3
17	Cl	1,25	2,30	3,85	5,16	6,54	9,33	11,0	33,6	38,6	43,7
18	Ar	1,52	2,66	3,95	5,77	7,24	8,81	12,0	13,9	41,9	47,7
19	K	0,42	3,07	4,44	5,88	7,97	9,75	11,6	15,0	17,0	48,3
20	Ca	0,59	1,15	4,94	6,47	8,11	10,7	12,3	14,6	18,2	20,4

## Énergies moyennes de dissociation $D$ [ $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ]

### Liaisons simples

H	C	N	O	F	Si	P	S	Cl	Br	I	
436	414(*)	389	464	570	318	318	338	431	366	299	H
	348	293	360	439	289	264	259	331	276	238	C
		159	201	272	335	209	—	193	—	—	N
			146	184	368	351	—	205	235	201	O
				159	540	490	285	256	197	280	F
					176	213	226	360	289	213	Si
						201	230	331	272	213	P
							213	252	213	—	S
								243	218	211	Cl
									193	180	Br
										151	I

(*)	H—CH <sub>3</sub>	435		H—CH(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	393		H—CHCH <sub>2</sub>	431
	H—C <sub>2</sub> H <sub>5</sub>	410		H—C(CH <sub>3</sub> ) <sub>3</sub>	380		H—CH <sub>2</sub> CHCH <sub>2</sub>	355

### Liaisons multiples

C=C	610		N=N	418		C=O	1077	(CO)
C=N	615		N=O	606		N≡N	949	
C=O	803	(CO <sub>2</sub> )	O=O	498		C≡C	835	
C=O	694	(HCHO)	C=S	536	(CS <sub>2</sub> )	C≡N	890	
C=O	736	(RCHO)	S=O	536	(SO <sub>2</sub> )			
C=O	748	(R <sub>2</sub> CO)	S=O	470	(SO <sub>3</sub> )			

# Rayons atomiques et ioniques

Valeurs données en picomètres ( $1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$ )

H O 30 H <sup>+</sup> < 0,01		Be 112 Be <sup>2+</sup> 31		B 88		C 77		N 70		O 66 O <sup>2-</sup> 140		F 64 F <sup>-</sup> 136	
Li 152 Li <sup>+</sup> 60		Al 125 Al <sup>3+</sup> 51	Si 117	P 110	S 104 S <sup>2-</sup> 184	Cl 99 Cl <sup>-</sup> 181							
Na 186 Na <sup>+</sup> 95	Mg 160 Mg <sup>2+</sup> 65	Ga 122 Ga <sup>3+</sup> 62	Ge 122 Ge <sup>4+</sup> 53	As 121	Se 117 Se <sup>2-</sup> 191	Br 114 Br <sup>-</sup> 195							
K 231 K <sup>+</sup> 133	Ca 197 Ca <sup>2+</sup> 97	Zn 133 Zn <sup>2+</sup> 74	Cd 149 Cd <sup>2+</sup> 97										
Rb 244 Rb <sup>+</sup> 148	Sr 215 Sr <sup>2+</sup> 113	Cu 128 Cu <sup>+</sup> 96	Ag 144 Ag <sup>+</sup> 126	Y 180 Y <sup>3+</sup> 93	In 162 In <sup>3+</sup> 81	Sn 140 Sn <sup>4+</sup> 71	Sb 141	Te 137 Te <sup>2-</sup> 221	I 133 I <sup>-</sup> 216				
Cs 262 Cs <sup>+</sup> 169	Ba 217 Ba <sup>2+</sup> 135	Au 144 Au <sup>+</sup> 137	Hg 150 Hg <sup>2+</sup> 110	La 188 La <sup>3+</sup> 115	Tl 171 Tl <sup>3+</sup> 95	Pb 175 Pb <sup>4+</sup> 84	Bi 146	Po 140	At 140				

○ Atomes  
● Ions

# Configuration électronique

Numéro atomique	Élément	Configuration électronique
1	H	1s <sup>1</sup>
2	He	1s <sup>2</sup>
3	Li	(He) 2s <sup>1</sup>
4	Be	(He) 2s <sup>2</sup>
5	B	(He) 2s <sup>2</sup> 2p <sup>1</sup>
6	C	(He) 2s <sup>2</sup> 2p <sup>2</sup>
7	N	(He) 2s <sup>2</sup> 2p <sup>3</sup>
8	O	(He) 2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup>
9	F	(He) 2s <sup>2</sup> 2p <sup>5</sup>
10	Ne	(He) 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup>
11	Na	(Ne) 3s <sup>1</sup>
12	Mg	(Ne) 3s <sup>2</sup>
13	Al	(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>1</sup>
14	Si	(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup>
15	P	(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup>
16	S	(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup>
17	Cl	(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup>
18	Ar	(Ne) 3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup>
19	K	(Ar) 4s <sup>1</sup>
20	Ca	(Ar) 4s <sup>2</sup>
21	Sc	(Ar) 3d <sup>1</sup> 4s <sup>2</sup>
22	Ti	(Ar) 3d <sup>2</sup> 4s <sup>2</sup>
23	V	(Ar) 3d <sup>3</sup> 4s <sup>2</sup>
24	Cr	(Ar) 3d <sup>5</sup> 4s <sup>1</sup>
25	Mn	(Ar) 3d <sup>5</sup> 4s <sup>2</sup>
26	Fe	(Ar) 3d <sup>6</sup> 4s <sup>2</sup>
27	Co	(Ar) 3d <sup>7</sup> 4s <sup>2</sup>
28	Ni	(Ar) 3d <sup>8</sup> 4s <sup>2</sup>
29	Cu	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>1</sup>
30	Zn	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup>
31	Ga	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>1</sup>
32	Ge	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>2</sup>
33	As	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>3</sup>
34	Se	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>4</sup>
35	Br	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>5</sup>
36	Kr	(Ar) 3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>6</sup>
37	Rb	(Kr) 5s <sup>1</sup>
38	Sr	(Kr) 5s <sup>2</sup>
39	Y	(Kr) 4d <sup>1</sup> 5s <sup>2</sup>
40	Zr	(Kr) 4d <sup>2</sup> 5s <sup>2</sup>
41	Nb	(Kr) 4d <sup>4</sup> 5s <sup>1</sup>
42	Mo	(Kr) 4d <sup>5</sup> 5s <sup>1</sup>
43	Tc	(Kr) 4d <sup>5</sup> 5s <sup>2</sup>
44	Ru	(Kr) 4d <sup>7</sup> 5s <sup>1</sup>
45	Rh	(Kr) 4d <sup>8</sup> 5s <sup>1</sup>
46	Pd	(Kr) 4d <sup>10</sup>
47	Ag	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>1</sup>
48	Cd	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup>
49	In	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup>
50	Sn	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>2</sup>
51	Sb	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>3</sup>
52	Te	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>4</sup>

Numéro atomique	Élément	Configuration électronique
53	I	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>5</sup>
54	Xe	(Kr) 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>6</sup>
55	Cs	(Xe) 6s <sup>1</sup>
56	Ba	(Xe) 6s <sup>2</sup>
57	La	(Xe) 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>
58	Ce	(Xe) 4f <sup>2</sup> 6s <sup>2</sup>
59	Pr	(Xe) 4f <sup>3</sup> 6s <sup>2</sup>
60	Nd	(Xe) 4f <sup>4</sup> 6s <sup>2</sup>
61	Pm	(Xe) 4f <sup>5</sup> 6s <sup>2</sup>
62	Sm	(Xe) 4f <sup>6</sup> 6s <sup>2</sup>
63	Eu	(Xe) 4f <sup>7</sup> 6s <sup>2</sup>
64	Gd	(Xe) 4f <sup>7</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>
65	Tb	(Xe) 4f <sup>9</sup> 6s <sup>2</sup>
66	Dy	(Xe) 4f <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup>
67	Ho	(Xe) 4f <sup>11</sup> 6s <sup>2</sup>
68	Er	(Xe) 4f <sup>12</sup> 6s <sup>2</sup>
69	Tm	(Xe) 4f <sup>13</sup> 6s <sup>2</sup>
70	Yb	(Xe) 4f <sup>14</sup> 6s <sup>2</sup>
71	Lu	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup>
72	Hf	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>2</sup> 6s <sup>2</sup>
73	Ta	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>3</sup> 6s <sup>2</sup>
74	W	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>4</sup> 6s <sup>2</sup>
75	Re	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>5</sup> 6s <sup>2</sup>
76	Os	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> 6s <sup>2</sup>
77	Ir	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>7</sup> 6s <sup>2</sup>
78	Pt	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>9</sup> 6s <sup>1</sup>
79	Au	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>1</sup>
80	Hg	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup>
81	Tl	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>1</sup>
82	Pb	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>
83	Bi	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>
84	Po	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>
85	At	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>
86	Rn	(Xe) 4f <sup>14</sup> 5d <sup>10</sup> 6s <sup>2</sup> 6p <sup>2</sup>
87	Fr	(Rn) 7s <sup>1</sup>
88	Ra	(Rn) 7s <sup>2</sup>
89	Ac	(Rn) 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>
90	Th	(Rn) 6d <sup>2</sup> 7s <sup>2</sup>
91	Pa	(Rn) 5f <sup>2</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>
92	U	(Rn) 5f <sup>3</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>
93	Np	(Rn) 5f <sup>4</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>
94	Pu	(Rn) 5f <sup>6</sup> 7s <sup>2</sup>
95	Am	(Rn) 5f <sup>7</sup> 7s <sup>2</sup>
96	Cm	(Rn) 5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>
97	Bk	(Rn) 5f <sup>9</sup> 7s <sup>2</sup>
98	Cf	(Rn) 5f <sup>10</sup> 7s <sup>2</sup>
99	Es	(Rn) 5f <sup>11</sup> 7s <sup>2</sup>
100	Fm	(Rn) 5f <sup>12</sup> 7s <sup>2</sup>
101	Md	(Rn) 5f <sup>13</sup> 7s <sup>2</sup>
102	No	(Rn) 5f <sup>14</sup> 7s <sup>2</sup>
103	Lr	(Rn) 5f <sup>14</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>

# Constantes physico-chimiques de quelques espèces inorganiques

Toutes les valeurs numériques sont données à 25 °C et 1 bar, sauf indications contraires (température en exposant [°C], pression en indice).

État état physique : g = gaz, l = liquide, c = cristallin, am = amorphe, aq = en solution

$M$  masse molaire [g·mol<sup>-1</sup>]

$\rho$  masse volumique [g·cm<sup>-3</sup>]

$\theta_{fus}$  température de fusion [°C]

$\theta_{eb}$  température d'ébullition [°C]

Solubilité dans 100 mL d'eau [g·dL<sup>-1</sup>] : i = insoluble, s = soluble, ts = très soluble, ∞ = soluble en toutes proportions

produit de solubilité

$K_s$  enthalpie standard de formation [kJ·mol<sup>-1</sup>]

$\Delta_f H^0$  entropie standard [J·mol<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>]

$S^0$  enthalpie standard de dissolution [kJ·mol<sup>-1</sup>]

$\Delta_{diss} H^0$

Espèce chimique	État	$M$	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{eb}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
Aluminium Al	c	26,98	2,7	660,4	2467	i		0	28	
Al <sup>3+</sup>	aq							-538	-0,325	
AlCl <sub>3</sub>	c	133,34	2,44	190	sub 177,8	62,9 <sup>15</sup>		-704	109	-326
Al(OH) <sub>3</sub>	am	78,00	2,42	-H <sub>2</sub> O 300		i	3,0 · 10 <sup>-34</sup>	-1277	71	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	c	101,96	3,97	2072	2980	i		-1676	51	
Al <sub>2</sub> (SO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	c	342,15	2,71	d 770		37		-3432	239	
Argent Ag	c	107,87	10,5	961	2212	i		0	43	
Ag <sup>+</sup>	aq							106	74	
AgBr	c	187,87	6,47	432	d 1300	8,4 · 10 <sup>-6</sup>	5,3 · 10 <sup>-13</sup>	-100	107	
AgCl	c	143,32	5,56	455	1550	8,9 · 10 <sup>-5</sup> 10	1,8 · 10 <sup>-10</sup>	-127	96	
Ag <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	c	275,75	6,08	d 218		3,2 · 10 <sup>-3</sup> 20	8,5 · 10 <sup>-12</sup>	-506	167	
Ag <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	c	331,73	5,63			1,4 · 10 <sup>-3</sup> 0	1,1 · 10 <sup>-12</sup>	-732	217	
Ag <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	c	431,72	4,77	d		8,3 · 10 <sup>-3</sup> 15	2,0 · 10 <sup>-7</sup>	-732		
AgF	c	126,87	5,85 <sup>15</sup>	435	1159	182 <sup>15</sup>		-203	84	
AgI	c	234,77	6,01 <sup>15</sup>	558	1506		8,4 · 10 <sup>-17</sup>	-62	114	
AgNO <sub>2</sub>	c	153,87	4,45	d 140		0,155 <sup>0</sup>		-45	128	37
AgNO <sub>3</sub>	c	169,87	4,35 <sup>19</sup>	212	d 444	122 <sup>0</sup>		-124	141	23

Espece chimique	Etat	M	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{ab}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
Ag <sub>2</sub> O	c	231,74	7,14 <sup>17</sup>	d 230		$1,3 \cdot 10^{-3}$ 20		-31	121	
AgOH	c	124,88					$1,5 \cdot 10^{-8}$			
Ag <sub>2</sub> S( $\alpha$ )	c	247,80	7,32	175	d		$6,6 \cdot 10^{-60}$	-33	144	
Ag <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	c	311,80	5,45 <sup>29</sup>	652	d 1085	$0,57$ 0	$1,2 \cdot 10^{-5}$	-716	200	
Azote N <sub>2</sub>	g	28,01	$1,25 \cdot 10^{-3}$	-209,9	-195,8	$1,8 \cdot 10^{-3}$		0	192	
NH <sub>3</sub>	g	17,03	$0,77 \cdot 10^{-3}$	-77,7	-33,4	46		-46	193	-31
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	aq	18,04						-133	111	
NH <sub>4</sub> Br	c	98	2,43	sub 452	vac 235	97		-271	113	17
NH <sub>4</sub> Cl	c	53,49	1,53	sub 340	520	27,9 0		-314	95	15
NH <sub>4</sub> CN	c	44,06	1,02 <sup>100</sup>	d 36	sub 40	ts		0		18
NH <sub>4</sub> I	c	144,94	2,51	sub 551	vac 220	$154,2$ 0		-201	117	14
NH <sub>4</sub> NO <sub>2</sub>	c	64,04	1,69	expl 60	d	ts		-264		19
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	c	80,04	1,73	169,6	d	118,3 0		-366	151	26
(NH <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> S	c	68,14		d		ts		-232	212	
NO	g	30,01		-163,6	-151,8	$5,6 \cdot 10^{-3}$		91	211	
NO <sub>2</sub>	g	46,01	$1,45 \cdot 10^{-3}$ 20	-11,2	2122	s		33	240	
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	aq	62,00						-207	147	
N <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	g	108,01	$1,64 \cdot 10^{-3}$ 18	30	d 47	s		-43	178	
HNO <sub>3</sub>	l	63,01	1,5	-42	83	$\infty$		-174	156	-33
Baryum Ba	c	137,34	3,51 <sup>20</sup>	725	1640			0	63	
Ba <sup>2+</sup>	aq							-538	10	
BaCl <sub>2</sub>	c	208,25	3,86	963	1560	37,5		-855	124	-9
BaCl <sub>2</sub> · 2H <sub>2</sub> O	c	244,28	3,1	-2H <sub>2</sub> O 113	35,7 <sup>20mmHg</sup>			-1457	203	21
BaCO <sub>3</sub>	c	197,35	4,43	1740	d	$2 \cdot 10^{-3}$ 20		-1213	112	
BaCrO <sub>4</sub>	c	253,33	4,50 <sup>15</sup>			$3,4 \cdot 10^{-4}$ 16		-1445	158	
BaF <sub>2</sub>	c	175,34	4,89	1355	2137	0,12		-1207	96	
Ba(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	c	261,35	3,24 <sup>23</sup>	592	d	8,7 <sup>20</sup>		-988	214	40
BaO	c	153,34	5,72	1918	2000	3,48 <sup>20</sup>		-548	72	
Ba(OH) <sub>2</sub>	c	171,34	2,2	300				-945	101	-49
Ba(OH) <sub>2</sub> · 8H <sub>2</sub> O	c	315,48	2,18 <sup>16</sup>	78	-8H <sub>2</sub> O 78	5,6 <sup>15</sup>		-3339	426	64
BaSO <sub>4</sub>	c	233,40	4,5 <sup>15</sup>	1580		$2,2 \cdot 10^{-4}$ 18		-1473	132	
Bismuth Bi	c	208,98	9,8	271,3	1560	i		0	57	

Espèce chimique	État	M	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{th}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
Bi(OH) <sub>3</sub>	c	260,00	4,36	-H <sub>2</sub> O 100	-1,4H <sub>2</sub> O/400	1,4 · 10 <sup>-4</sup>		-710		
Brome Br <sub>2</sub>	l	150,81	3,12 <sup>20</sup>	-7,2	58,8	4,17 <sup>0</sup>		0	152	
Br <sup>-</sup>	aq							-121	83	
HBr	g	80,92	3,5 · 10 <sup>-3</sup> <sup>0</sup>	-88,5	-67	0,799 <sup>0</sup>		-36	199	-85
<i>Cadmium</i> Cd	c	112,41	8,64	320,9	765	i		0	52	
Cd <sup>2+</sup>	aq							-76	-73	
Cd(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	c	236,41		350		109 <sup>0</sup>		-456		
Cd(OH) <sub>2</sub>	c	146,41	4,79 <sup>15</sup>	d 300		2,6 · 10 <sup>-4</sup>	5,3 · 10 <sup>-15</sup>	-560	95	
CdS	c	144,46	4,82	1750 <sup>100batm</sup>		1,3 · 10 <sup>-4</sup> <sup>18</sup>	2,0 · 10 <sup>-28</sup>	-162	71	
CdSO <sub>4</sub>	c	208,47	4,69	1000		77		-933	123	
<i>Calcium</i> Ca	c	40,08	1,54	839	1484			0	42	
Ca <sup>2+</sup>	aq							-543	56	
CaCl <sub>2</sub>	c	110,99	2,15	782	1600	74,5 <sup>20</sup>		-795	108	18
CaCl <sub>2</sub> · 6H <sub>2</sub> O	c	219,08	1,71	29,9	-6H <sub>2</sub> O 200	279 <sup>0</sup>		-2605		19
CaCO <sub>3</sub>	c	100,09	2,71 <sup>18</sup>	d 898,6		1,4 · 10 <sup>-3</sup>	5 · 10 <sup>-9</sup>	-1207	92	
CaF <sub>2</sub>	c	78,08	3,18	1423	2500	1,6 · 10 <sup>-3</sup> <sup>18</sup>	1,6 · 10 <sup>-10</sup>	-1228	69	
Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	c	164,09	2,50 <sup>18</sup>	561		121,2 <sup>18</sup>		-938	193	
CaO	c	56,08	3,3	2614	2850	0,131 <sup>10</sup>		-635	38	
Ca(OH) <sub>2</sub>	c	74,09	2,24	-H <sub>2</sub> O 580	d	0,185 <sup>0</sup>	7,8 · 10 <sup>-6</sup>	-985	83	-72
CaSO <sub>4</sub>	c	136,14	2,61	1450		0,241	3,7 · 10 <sup>-5</sup>	-1435	107	-19
CaSO <sub>4</sub> · 2H <sub>2</sub> O	c	172,17	2,32	- $\frac{3}{2}$ H <sub>2</sub> O 128	-2H <sub>2</sub> O 163	0,30		-2021	194	1
<i>Carbone C graphite</i>	c	12,01	2,25 <sup>20</sup>	sub 3650	4827	i		0	5,7	
<i>Carbone C diamant</i>	c	12,01	3,51	4030	4827	i		1,9	2,4	
CO	g	28,01	1,25 · 10 <sup>-3</sup> <sup>0</sup>	-199	-191,5	2,6 · 10 <sup>-3</sup>		-111	198	
CO <sub>2</sub>	g	44,01	1,98 · 10 <sup>-3</sup> <sup>0</sup>	-56,6 <sup>2,5atm</sup>	sub -78,5	0,145		-394	214	
CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	aq	60,01						-675	-50	
HCN	g	27,03	0,9 · 10 <sup>-3</sup>	-14	26	$\infty$		109	113	
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	aq	61,02						-690	98	
<i>Chlore</i> Cl <sub>2</sub>	g	70,91	3,21 · 10 <sup>-3</sup> <sup>0</sup>	-100,98	-34,6	0,665		0	223	
Cl <sup>-</sup>	aq	35,45						-167	57	
Cl <sub>2</sub> O	g	86,91	3,89 · 10 <sup>-3</sup> <sup>0</sup>	-20	expl 3,8	0,77		80	266	
Cl <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	l	182,9		-91,5	82	s		265		



Espece chimique	Etat	M	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{db}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
HCl	g	36,46	$1,00 \cdot 10^{-3}$	-114,8	-84,9	68		-92	187	-75
HClO <sub>4</sub>	l	100,46	1,76 <sup>22</sup>	-112	39 <sup>56mmHg</sup>	$\infty$		-41		-89
Chrome Cr	c	52,00	7,20 <sup>28</sup>	1857	2672	i	0	24		
Cr <sup>3+</sup>	aq							-251		
Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	c	99,99	2,7	196	d 250	169		-590	72	
Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	c	151,99	5,21	2266	4000	i		-1140		
Cr(OH) <sub>3</sub>	c	103,2					$2,0 \cdot 10^{-30}$	-1304		
Cobalt Co	c	58,93	8,9	1495	2870	i		0	30	
Co <sup>2+</sup>	aq							-58	-113	
CoCl <sub>2</sub>	c	129,84	3,3	724	1049	45		-313	109	-77
CoCl <sub>2</sub> · 6H <sub>2</sub> O	c	237,93	1,92	86	-6H <sub>2</sub> O 110	76,7	0	-2115	343	12
Co(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> · 6H <sub>2</sub> O	c	291,04	1,87	d 56	-3H <sub>2</sub> O 55	133,8	0	-2211		
CoO	c	74,93	6,45	1795	d 2800	i		-238	53	
Co(OH) <sub>2</sub>	c	92,95	3,60 <sup>15</sup>	d		$3,2 \cdot 10^{-4}$		-540	79	
CoS	c	91,00	5,45 <sup>18</sup>	1116		$3,8 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-15}$	-83	55	
Cuivre Cu	c	63,55	8,92	1083	2567	i		0	33	
Cu <sup>+</sup>	aq							72	41	
Cu <sup>2+</sup>	aq							65	-99	
CuCl	c	99,00	4,14	430	1490	$6,2 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-7}$	-137	86	
CuCl <sub>2</sub>	c	134,5	3,39	620	d 993	70,6	0	-206	108	-46
CuCl <sub>2</sub> · 2H <sub>2</sub> O	c	170,47	2,54	-2H <sub>2</sub> O 100	d	110,4	0	-821	167	-18
CuI	c	190,44	5,2	605	1290	$8 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-12}$	-68	97	
Cu(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> · 6H <sub>2</sub> O	c	295,64	2,07	-3H <sub>2</sub> O 26,4		243,7	0	-2111		
CuO	c	79,54	6,32	1026		i		-157	43	
Cu(OH) <sub>2</sub>	c	97,56	3,37	-H <sub>2</sub> O d		i	$4,5 \cdot 10^{-21}$	-449	108	
CuS	c	95,60	4,6	103	d 220	$3,3 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-36}$	-53	67	
Cu <sub>2</sub> S	c	159,14	5,6	1100		$10^{-14}$	$2,2 \cdot 10^{-48}$	-80	121	
CuSO <sub>4</sub>	c	159,60	3,6	200	d 650	14,3	0	-771	109	-68
CuSO <sub>4</sub> · 5H <sub>2</sub> O	c	249,68	2,28	-4H <sub>2</sub> O 110	-5H <sub>2</sub> O 150	21,6	0	-2280	280	12
Fluor F <sub>2</sub>	g	38,00	$1,69 \cdot 10^{-3}$	-219,6	-188,1			0	203	
F <sup>-</sup>	aq							-335	-14	
HF	g	20,10	0,99 <sup>19</sup>	-83,1	19,5	$\infty$		-273	174	-62

Espèce chimique	État	M	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{db}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
fer Fe	c	55,85	7,86	1535	2750	i		0	27	
Fe <sup>2+</sup>	aq							-89	-138	
Fe <sup>3+</sup>	aq							-48	-316	
FeCl <sub>2</sub>	c	126,75	3,16	670	sub	64,4 <sup>10</sup>		-342	118	-75
FeCl <sub>2</sub> ·4H <sub>2</sub> O	c	198,81	1,93			160,1 <sup>10</sup>		-1549		-12
FeCl <sub>3</sub>	c	162,21	2,9	306	d 315	74,4 <sup>0</sup>		-400	142	
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	c	159,69	5,24	1565		i		-824	87	
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	c	231,54	5,18	1594		i		-1118	146	
Fe(OH) <sub>2</sub>	c	89,96	3,4	d		1,5·10 <sup>-4</sup> <sup>18</sup>	8·10 <sup>-16</sup>	-569	88	
Fe(OH) <sub>3</sub>	c	106,87	3,12	d 500		i	2,7·10 <sup>-39</sup>	-824	107	
FeS	c	87,91	4,74	1193	d	6,2·10 <sup>-4</sup> <sup>18</sup>	5·10 <sup>-18</sup>	-100	60	
Hydrogène H <sub>2</sub>	g	2,02	8,99·10 <sup>-5</sup>	-259,1	-252,8	1,5·10 <sup>-4</sup>		0	131	
D <sub>2</sub>	g	4,03	0,169	-254,6	-249,7			0	145	
H <sup>+</sup>	aq	1,01						0	0	
H <sub>2</sub> O	g	18,02						-242	189	
H <sub>2</sub> O	l	18,02	1,00 <sup>4</sup>	0	100			-286	70	
H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	l	34,01	1,41	-0,41	150,2	$\infty$		-188	110	
D <sub>2</sub> O	l	20,03	1,105 <sup>20</sup>	3,82	101,4	$\infty$		-295	76	
Iode I <sub>2</sub>	c	253,81	4,93	113,7	184,3	0,029 <sup>20</sup>		0	116	
I <sup>-</sup>	aq	126,90						-56	107	
HI	g	127,91	5,66·10 <sup>-3</sup> <sup>0</sup>	-50,8	-35,6	234		26	206	-82
HIO <sub>3</sub>	c	175,91	4,63	d 110		286 <sup>0</sup>		-230		9
Lithium Li	c	6,94	0,53 <sup>20</sup>	180,5	1342			0	29	
Li <sup>+</sup>	aq							-278	12	
LiBr	c	86,85	3,46	550	1265	145 <sup>4</sup>		-351	74	-49
LiCl	c	42,39	2,07	605	1325	63,7 <sup>0</sup>		-409	59	-37
LiF	c	26	2,63 <sup>20</sup>	845	1676	0,27 <sup>18</sup>		-616	0,036	5
LiI	c	133,84	4,08	449	1180	165 <sup>20</sup>		-270	87	-63
LiOH	c	23,95	1,46	450	d 924	12,8 <sup>20</sup>		-479	43	-24
Magnésium Mg	c	24,31	1,74 <sup>5</sup>	648,8	1107	i		0	33	
Mg <sup>2+</sup>	aq							-467	137	
MgCl <sub>2</sub>	c	95,22	2,32	714	1412	54,25 <sup>20</sup>		-641	90	-150

Espèce chimique	État	M	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{ab}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
MgCl <sub>2</sub> · 6H <sub>2</sub> O	c	203,31	1,57	d 116	d	167		-2499	366	-12
MgCO <sub>3</sub>	c	84,32	2,96	d 350	-CO <sub>2</sub> 900	0,011	$1,2 \cdot 10^{-5}$	-1096	66	
MgF <sub>2</sub>	c	62,31	3,1	1261	2239	$7,6 \cdot 10^{-4}$ 18	$6,4 \cdot 10^{-9}$	-1124	57	
MgO	c	40,31	3,6	2852	3600	$6,2 \cdot 10^{-4}$		-602	27	
Mg(OH) <sub>2</sub>	c	58,33	2,36	-H <sub>2</sub> O 350		$9 \cdot 10^{-4}$ 18	$10^{-11}$	-925	63	
Manganèse Mn	c	54,94	7,2	1244	1962			0	32	
Mn <sup>2+</sup>	aq							-221	-74	
MnCl <sub>2</sub>	c	125,84	2,98	650	1190	72,3		-481	118	-67
MnCl <sub>2</sub> · 4H <sub>2</sub> O	c	197,91	2,01	58	-H <sub>2</sub> O 106	151 8		-1687	303	-6
MnO	c	70,94	5,45			i		-385	60	
MnO <sub>2</sub>	c	86,94	5,03	535	d	i		-520	53	
Mn(OH) <sub>2</sub>	c	88,95	3,26	d		$3 \cdot 10^{-4}$ 18	$2 \cdot 10^{-13}$	-694	99	
MnSO <sub>4</sub>	c	151,00	3,25	700	d 850	52 5		-1064	112	-58
Mercurie Hg	l	200,59	13,59	-38,9	356,6	i		0	76	
Hg <sub>2</sub> <sup>2+</sup>	aq							167	66	
Hg <sup>2+</sup>	aq							170	-36	
Hg <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	c	472,09	7,15	sub 400		$2 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-18}$	-265	192	
HgO	c	216,59	11,1	d 500		i		-91	70	
HgS	c	232,65	8,10	sub 583		$10^{-6}$ 18	$6,3 \cdot 10^{-53}$	-58	82	
Nickel Ni	c	58,71	8,90	1455	2730	i		0	30	
Ni <sup>2+</sup>	aq							-54	-129	
NiCl <sub>2</sub>	c	129,62	3,55	1001	sub 973	64,2 20		-305	98	-19
Ni(OH) <sub>2</sub>	c	9,72	4,15	d 230		0,013		-530	88	
NiS	c	90,77	5,3	797		$3,6 \cdot 10^{-4}$ 18	$10^{-24}$	-83	53	
Oxygène O <sub>2</sub>	g	32,00	$1,43 \cdot 10^{-3}$ 0	-218,4	-183	$3,9 \cdot 10^{-3}$		0	205	
OH <sup>-</sup>	aq	17,01						-230	-11	
Phosphore P <sub>4</sub> blanc	c	123,90	1,82	44,1	280	$3 \cdot 10^{-4}$ 15		0	41	
H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	l	98,00	1,83	42,4	- $\frac{1}{2}$ H <sub>2</sub> O 213	548		-1271	151	
Pb <sub>3</sub> Pb	c	207,19	11,34	327,5	1740	i		0	65	
Pb <sup>2+</sup>	aq							-1,7	10	
PbCO <sub>3</sub>	c	267,20	6,6	d 315		$1,1 \cdot 10^{-4}$ 20	$6 \cdot 10^{-14}$	-699	131	
PbCrO <sub>4</sub>	c	323,18	6,12	844	d	$5,8 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-13}$	-931		

Espèce chimique	État	M	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{dp}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
PbF <sub>2</sub>	c	245,19	8,24	855	1290	0,064 <sup>20</sup>	$3,2 \cdot 10^{-8}$	-664	110	
PbI <sub>2</sub>	c	461,00	6,16	402	954	0,044 <sup>0</sup>	$10^{-9}$	-175	175	
Pb(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	c	331,20	4,53 <sup>20</sup>	d 470		37,65 <sup>0</sup>		-452	69	
PbO	c	223,19	9,53	886	1470	1,7 · 10 <sup>-3</sup> <sup>20</sup>		-219	67	
PbO <sub>2</sub>	c	239,19	9,38	d 290		i		-277	69	
Pb(OH) <sub>2</sub>	c	241,20	7,6	d 145		0,016 <sup>20</sup>	$10^{-20}$	-515		
PbSO <sub>4</sub>	c	303,25	6,2	1170		4,3 · 10 <sup>-3</sup>	$1,8 \cdot 10^{-8}$	-920	149	
Potassium K	c	39,10	0,86 <sup>20</sup>	63,65	774			0	165	
K <sup>+</sup>	aq							-252	101	
KBr	c	119,01	2,75	734	1435	53,48 <sup>0</sup>		-394	96	20
KBrO <sub>3</sub>	c	167,01	3,27 <sup>17</sup>	d 370		13,4 <sup>40</sup>		-360	149	41
KCl	c	74,56	1,98	770	sub 1500	34,4		-436	83	17
KClO <sub>3</sub>	c	122,55	2,32	356	d 400	71 <sup>20</sup>		-398	143	41
KCN	c	65,12	1,52 <sup>16</sup>	634,5		50		-113	128	12
KSCN	c	97,18	1,88 <sup>14</sup>	173,2	d 500	177,2 <sup>0</sup>		-200	124	24
K <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	c	194,20	2,73 <sup>18</sup>	968,3		62,9 <sup>20</sup>		-1383	200	22
K <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	c	294,19	2,68	398	d 500	4,9 <sup>0</sup>		-2033	291	70
KF	c	58,10	2,48	858	1505	92,3 <sup>18</sup>		-567	67	-18
KI	c	166,01	3,13	681	1330	127,5 <sup>0</sup>		-328	106	20
KIO <sub>3</sub>	c	214,00	3,93 <sup>32</sup>	560	d 100	4,74 <sup>0</sup>		-501	151	28
KMnO <sub>4</sub>	c	158,04	2,7	d 240		6,38 <sup>20</sup>		-837	172	44
KNO <sub>2</sub>	c	85,11	1,92	440	d	281 <sup>0</sup>		-370	152	13
KNO <sub>3</sub>	c	101,11	2,11 <sup>16</sup>	334	d 400	13,3 <sup>0</sup>		-495	133	35
KOH	c	56,11	2,04	360	1320	107 <sup>15</sup>		-425	81	-58
Silicium Si	c	28,09	2,3	1410	2355			0	19	
SiO <sub>2</sub>	c	60,08	2,65	1610	2230	i		-911	41	
Sodium Na	c	22,99	0,97	97,8	882,9			0	51	
Na <sup>+</sup>	aq							-240	59	
NaBr	c	102,90	3,2	747	1390	116 <sup>50</sup>		-361	87	-1
NaCl	c	58,44	2,17	801	1413	35,7 <sup>0</sup>		-411	72	4
NaClO <sub>3</sub>	c	106,44	2,49 <sup>15</sup>	248	d	79 <sup>0</sup>		-366	123	22
NaCN	c	49,01		563,7	1496	48 <sup>10</sup>		-88	116	1

Espece chimique	Etat	M	$\rho$	$\theta_{fus}$	$\theta_{ch}$	Solubilité	$K_s$	$\Delta_f H^0$	$S^0$	$\Delta_{diss} H^0$
Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	c	105,99	2,53	851	d	7,1 <sup>0</sup>		-1131	135	
Na <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>	c	161,97	2,72			87,3 <sup>30</sup>		-1329	177	-2
NaF	c	41,99	2,56 <sup>41</sup>	993	1695	4,22 <sup>18</sup>		-577	51	1
NaI	c	149,89	3,67	661	1304	184		-288	98	-8
NaNO <sub>2</sub>	c	69,00	2,17 <sup>0</sup>	271	d 320	81,5 <sup>15</sup>		-359	104	14
NaNO <sub>3</sub>	c	84,99	2,26	306,8	d 380	92,1		-468	116	21
NaOH	c	40,00	2,13	318,4	1390	42 <sup>0</sup>		-426	64	-45
Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	c	142,04	2,68	884	d 2227	4,76 <sup>0</sup>		-1387	150	
Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> · 10H <sub>2</sub> O	c	322,19	1,5	32,4	-10H <sub>2</sub> O 100	28		-4327	592	
Soufre S <sub>8</sub>	am	256,51	1,92	112,8	444,6	i		0	32	
S <sup>2-</sup>	aq	32,06						33	-15	
H <sub>2</sub> S	g	34,08	1,54 · 10 <sup>-3</sup> <sup>0</sup>	-85,5	-60,7	0,337		-21	206	
H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	l	98,08	1,84	10,36	338	$\infty$		-814	157	-74
SO <sub>2</sub>	g	64,06	2,92 · 10 <sup>-3</sup>	-72,7	-10	9,41		-297	248	
SO <sub>3</sub>	l	80,06	1,97 <sup>20</sup>	16,83	44,1			-455	257	
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	aq	96,06						-909	19	
S <sub>2</sub> O <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	aq	112,13						-652	67	
Strontium Sr	c	87,62	2,6 <sup>20</sup>	769	1384			0	55	
Sr <sup>2+</sup>	aq							-546	-33	
SrCO <sub>3</sub>	c	147,63	3,7	149 <sup>69atm</sup>	-CO <sub>2</sub> 1340	1,1 · 10 <sup>-3</sup> <sup>18</sup>	1,6 · 10 <sup>-9</sup>	-1220	97	
SrSO <sub>4</sub>	c	183,68	3,96	1605		0,011 <sup>0</sup>	3,8 · 10 <sup>-7</sup>	-1453	117	
Sr(OH) <sub>2</sub>	c	121,63	3,63	375	-H <sub>2</sub> O 710	0,41 <sup>0</sup>		-959		
Zinc Zn	c	65,38	7,14	419,6	907	i		0	42	
Zn <sup>2+</sup>	aq							-153	-110	
ZnO	c	81,37	5,61	1975		1,6 · 10 <sup>-4</sup> <sup>29</sup>		-351	44	
Zn(OH) <sub>2</sub>	c	99,38	3,05	d 125			7,7 · 10 <sup>-17</sup>	-642	81	
Zn(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> · 3H <sub>2</sub> O	c	243,43	2,1	45,5		327,3 <sup>40</sup>		-2307	457	58
ZnS	c	97,43	3,98	1700 <sup>69atm</sup>		6,9 · 10 <sup>-4</sup> <sup>18</sup>	2,9 · 10 <sup>-25</sup>	-206	58	

# Solubilité des composés ioniques

Les solubilités sont indiquées à 25 °C et 1 bar.

- solubilité dans l'eau supérieure à 1 g·L<sup>-1</sup>
- ▼ solubilité dans l'eau inférieure à 1 g·L<sup>-1</sup>
- × ce composé n'existe pas.

	Ac <sup>- a</sup>	Br <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	F <sup>-</sup>	I <sup>-</sup>	NO <sub>2</sub> <sup>-</sup>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	OH <sup>-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	S <sup>2-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>
Ag <sup>+</sup>	○	▼	▼	▼	○	▼	○	○	▼	▼	▼	○
Al <sup>3+</sup>	○	○	○	×	○	○	×	○	▼	▼	×	○
Ba <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	○	○	○	○	○	▼	○	▼
Bi <sup>3+</sup>	▼	×	×	×	▼	▼	×	×	▼	▼	▼	×
Ca <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	▼	○	○	○	○	▼	○	○
Cd <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Co <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Cr <sup>3+</sup>	○	○	○	×	▼	○	×	○	▼	▼	▼	○
Cu <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	○	×	○	○	▼	▼	▼	○
Fe <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	▼	○	×	○	▼	▼	▼	○
Fe <sup>3+</sup>	○	○	○	×	○	○	×	○	▼	▼	▼	○
Hg <sub>2</sub> <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	×	▼	○	○	▼	▼	▼	×
K <sup>+</sup>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Mg <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	▼	○	○	○	▼	▼	○	○
Mn <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Na <sup>+</sup>	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	○	○
Ni <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○
Pb <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	▼	▼	○	○	▼	▼	▼	▼
Sn <sup>2+</sup>	×	○	○	▼	○	○	×	×	▼	▼	▼	○
Sn <sup>4+</sup>	○	○	○	×	○	○	×	×	▼	▼	▼	○
Sr <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	▼	○	○	○	○	▼	○	▼
Zn <sup>2+</sup>	○	○	○	▼	○	○	○	○	▼	▼	▼	○

a. Ac<sup>-</sup> désigne ici le ion acétate CH<sub>3</sub>COO<sup>-</sup>

# Solubilité des gaz dans l'eau

V = volume de gaz [L] réduit à 0 °C et 1,013 bar qui se dissout dans un litre d'eau à température T et p = 1,013 bar

c = concentration [mg·L<sup>-1</sup>] du gaz dissous à p = 1,013 bar

T	H <sub>2</sub>		N <sub>2</sub>		O <sub>2</sub>		CO <sub>2</sub>	
	V	c	V	c	V	c	V	c
0 °C	0,0216	1,928	0,0232	29,1	0,0489	68,8	1,7125	3366
10 °C	0,0195	1,740	0,0187	23,4	0,0380	54,4	1,1971	2350
20 °C	0,0182	1,626	0,0157	19,6	0,0309	44,2	0,8776	1724
25 °C	0,0176	1,572	0,0145	18,1	0,0283	40,3	0,7602	1492
30 °C	0,0172	1,536	0,0137	17,1	0,0262	37,4	0,6645	1307
70 °C	0,0158	1,410	0,0104	13,0	0,0183	26,2	0,3031	594

# Nomenclature de quelques molécules et ions en solution

$\text{CH}_3\text{COOH}$	acide éthanoïque ou acétique
$\text{H}_2\text{CO}_3$	acide carbonique
$\text{H}_2\text{S}$	acide sulfhydrique
$\text{H}_2\text{SO}_3$	acide sulfureux
$\text{H}_2\text{SO}_4$	acide sulfurique
$\text{H}_3\text{PO}_4$	acide phosphorique
$\text{HBr}$	acide bromhydrique
$\text{HCl}$	acide chlorhydrique
$\text{HClO}$	acide hypochloreux
$\text{HClO}_2$	acide chloreux
$\text{HClO}_3$	acide chlorique
$\text{HClO}_4$	acide perchlorique
$\text{HCN}$	acide cyanhydrique
$\text{HCOOH}$	acide méthanoïque ou formique
$\text{HF}$	acide fluorhydrique
$\text{HI}$	acide iodhydrique
$\text{HNO}_2$	acide nitreux
$\text{HNO}_3$	acide nitrique
$\text{NH}_3$	ammoniac
$\text{Ag}^+$	argent
$\text{Cu}^+$	cuiivre (I) ou cuivreux
$\text{Cu}^{2+}$	cuiivre (II) ou cuivrique
$\text{Fe}^{2+}$	fer (II) ou ferreux
$\text{Fe}^{3+}$	fer (III) ou ferrique
$\text{H}_3\text{O}^+$	oxonium
$\text{Hg}_2^{2+}$	mercure (II) ou mercurique
$\text{Hg}_2^{2+}$	mercure (I) ou mercureux
$\text{NH}_4^+$	ammonium
$\text{Pb}^{2+}$	plomb (II)
$\text{Pb}^{4+}$	plomb (IV)
$\text{Sn}^{2+}$	étain (II) ou stanneux
$\text{Sn}^{4+}$	étain (IV) ou stannique

$\text{Br}^-$	bromure
$\text{C}_2\text{O}_4^{2-}$	oxalate
$\text{CH}_3\text{COO}^-$	éthanoate ou acétate
$\text{ClO}^-$	hypochlorite
$\text{ClO}_2^-$	chlorite
$\text{ClO}_3^-$	chlorate
$\text{ClO}_4^-$	perchlorate
$\text{Cl}^-$	chlorure
$\text{CN}^-$	cyanure
$\text{CO}_3^{2-}$	carbonate
$\text{CrO}_4^{2-}$	chromate
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$	dichromate
$\text{F}^-$	fluorure
$\text{Fe}(\text{CN})_6^{3-}$	hexacyanoferrate (III) ou ferricyanure
$\text{Fe}(\text{CN})_6^{4-}$	hexacyanoferrate (II) ou ferrocyanure
$\text{HCO}_3^-$	hydrogencarbonate ou bicarbonate
$\text{HCOO}^-$	méthanoate ou formiate
$\text{HPO}_4^{2-}$	hydrogénophosphate
$\text{H}_2\text{PO}_4^-$	dihydrogénophosphate
$\text{HS}^-$	hydrogénosulfure
$\text{HSO}_3^-$	hydrogénosulfite
$\text{HSO}_4^-$	hydrogénosulfate
$\text{I}^-$	iodure
$\text{MnO}_4^-$	permanganate
$\text{NO}_2^-$	nitrite
$\text{NO}_3^-$	nitrate
$\text{OH}^-$	hydroxyde
$\text{O}^{2-}$	oxyde
$\text{PO}_4^{3-}$	phosphate
$\text{S}^{2-}$	sulfure
$\text{SCN}^-$	thiocyanate
$\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	thiosulfate
$\text{SO}_3^{2-}$	sulfite
$\text{SO}_4^{2-}$	sulfate

# Constantes physico-chimiques de composés organiques

Toutes les constantes sont données à 1 bar.


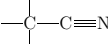

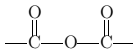


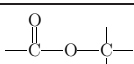

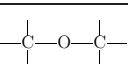

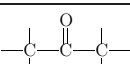




État	état physique (à 25°C) : g = gaz , l = liquide , s = solide
$\rho$	masse volumique [g.cm <sup>-3</sup> ] à la température indiquée en exposant [°C]
$\theta_{fus}$	température de fusion [°C]
$\theta_{eb}$	température d'ébullition [°C]
$\Delta_f H^0$	enthalpie standard de formation (à 25°C) [kJ.mol <sup>-1</sup> ]
$\Delta_c H^0$	enthalpie de combustion (à 25°C) [kJ.mol <sup>-1</sup> ]
$S^0$	entropie standard (à 25°C) [J.mol <sup>-1</sup> ]

NOM	FORMULE	État	$\rho$	$\theta$	$\theta_{fus}$	$\theta_{eb}$	$\Delta_f H^0$	$\Delta_c H^0$	$S^0$
<b>Hydrocarbures</b>									
méthane	CH <sub>4</sub>	g	0,423	<sup>-162</sup>	-182	-161	-75	-891	186
éthane	CH <sub>3</sub> CH <sub>3</sub>	g	0,545	<sup>-89</sup>	-183	-89	-84	-1561	229
propane	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> CH <sub>3</sub>	g	0,493	<sup>25</sup>	-188	-42	-104	-2119	270
n-butane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> CH <sub>3</sub>	g	0,573	<sup>25</sup>	-138	-1	-126	-2878	310
n-pentane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>3</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,626	<sup>20</sup>	-130	36	-174	-3509	350
n-hexane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>4</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,661	<sup>25</sup>	-95	69	-199	-4163	387
n-heptane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>5</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,680	<sup>25</sup>	-91	98	-224	-4817	425
n-octane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>6</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,699	<sup>25</sup>	-57	126	-250	-5464	464
n-nonane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>7</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,719	<sup>20</sup>	-53	151	-275	-6118	384
n-décane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>8</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,727	<sup>25</sup>	-30	174	-301	-6770	426
n-hexadécane	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>14</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,770	<sup>25</sup>	18	287	-456	-10687	586
cyclohexane	(CH <sub>2</sub> ) <sub>6</sub>	l	0,774	<sup>25</sup>	7	81	-156	-3920	204
éthène	CH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub>	g	0,568	<sup>-104</sup>	-169	-104	52	-1411	219
propène	CH <sub>3</sub> CHCH <sub>2</sub>	g	0,505	<sup>25</sup>	-185	-48	20	-2058	267
éthyne	CHCH	g	0,377	<sup>25</sup>	-81	-85	227	-1301	201
benzène	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	l	0,877	<sup>20</sup>	5	80	49	-3268	173
toluène	CH <sub>3</sub> C <sub>6</sub> H <sub>5</sub>	l	0,862	<sup>25</sup>	-95	111	12	-3910	221
<b>Alcools</b>									
méthanol	CH <sub>3</sub> OH	l	0,791	<sup>20</sup>	-98	65	-239	-726	127
éthanol	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> OH	l	0,789	<sup>20</sup>	-114	78	-278	-1367	161
propan-1-ol	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> OH	l	0,800	<sup>20</sup>	-124	97	-303	-2021	194
propan-2-ol	CH <sub>3</sub> CHOHCH <sub>3</sub>	l	0,781	<sup>25</sup>	-88	82	-318	-2003	181
butan-1-ol	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>3</sub> OH	l	0,810	<sup>20</sup>	-89	118	-327	-2677	226
butan-2-ol	CH <sub>3</sub> CHOHCH <sub>2</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,806	<sup>20</sup>	-89	100	-343	-2658	215
éthane-1,2-diol	CH <sub>2</sub> OHCH <sub>2</sub> OH	l	1,114	<sup>20</sup>	-13	197	-460	-1189	163
propane-1,2,3-triol	CH <sub>2</sub> OHCH(OH)CH <sub>2</sub> OH	l	1,261	<sup>20</sup>	18	290	-700	-1655	206
phénol	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> OH	s	1,132	<sup>25</sup>	41	182	-165	-3054	144
<b>Halogénures</b>									
chlorométhane	CH <sub>3</sub> Cl	g	0,911	<sup>25</sup>	-98	-24	-82	-764	235
dichlorométhane	CH <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	l	1,327	<sup>20</sup>	-97	40	-124	-603	178
trichlorométhane	CHCl <sub>3</sub>	l	1,479	<sup>25</sup>	-63	61	-131	-473	202
tétrachlorométhane	CCl <sub>4</sub>	l	1,594	<sup>20</sup>	-23	77	-128	-1326	276
chloroéthane	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> Cl	g	0,890	*	-138	12	-112	-1326	276
chlorobenzène	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> Cl	l	1,106	<sup>20</sup>	-45	132	11	-3110	198
<b>Éthers</b>									
méthoxyméthane	CH <sub>3</sub> OCH <sub>3</sub>	g	0,731	<sup>0</sup>	-142	-25	-184	-1460	266
méthoxyéthane	CH <sub>3</sub> OCH <sub>2</sub> CH <sub>3</sub>	g	0,725	<sup>0</sup>	-113	7	-216	-2108	309
éthoxyéthane	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> OCH <sub>2</sub> CH <sub>3</sub>	l	70,14	<sup>20</sup>	-116	35	-280	-2724	254



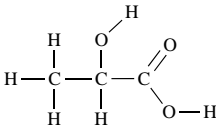
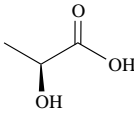
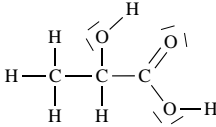
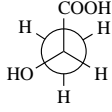
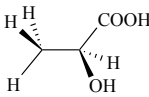
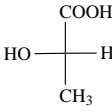
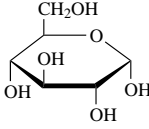
NOM	FORMULE	État	$\rho$ $^{\theta}$	$\theta_{fus}$	$\theta_{\bar{a}}$	$\Delta_f H^0$	$\Delta_c H^0$	$S^0$
<b>Aldéhydes</b>								
méthanal	HCHO	g	0,815 <sup>20</sup>	-92	-19	-109	-571	219
éthanal	CH <sub>3</sub> CHO	g	0,783 <sup>18</sup>	-123	20	-166	-1167	264
propanal	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> CHO	l	0,866 <sup>25</sup>	-80	48	-216	-1823	213
benzaldéhyde	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> CHO	l	1,040 <sup>25</sup>	-57	179	-87	-3532	221
<b>Cétones</b>								
propanone	CH <sub>3</sub> COCH <sub>3</sub>	l	0,785 <sup>25</sup>	-95	56	-248	-1790	200
butanone	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> COCH <sub>3</sub>	l	0,800 <sup>25</sup>	-87	80	-273	-2444	239
pentan-2-one	CH <sub>3</sub> CO(CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> CH <sub>3</sub>	l	0,809 <sup>20</sup>	-77	102	-297	-3090	274
acétophénone	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> COCH <sub>3</sub>	l	1,028 <sup>20</sup>	21	202	-143	-4145	
<b>Ac. carboxyliques</b>								
acide méthanoïque	HCOOH	l	1,220 <sup>20</sup>	8	101	-425	-255	129
acide éthanoïque	CH <sub>3</sub> COOH	l	1,045 <sup>25</sup>	17	118	-484	-874	160
acide oxalique	HOOC-COOH	l	1,900 <sup>17</sup>	189		-830	-254	110
acide propanoïque	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> COOH	l	0,988 <sup>25</sup>	-21	141	-511	-1527	191
acide lactique	CH <sub>3</sub> CHOHCOOH	s	1,206 <sup>21</sup>	53	122	-675	-1363	142
acide benzoïque	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> COOH	s	1,266 <sup>15</sup>	122	249	-385	-3228	168
acide stéarique	CH <sub>3</sub> (CH <sub>2</sub> ) <sub>16</sub> COOH	s	0,941 <sup>20</sup>	69	350	-948	-11291	436
<b>Amines</b>								
méthylamine	CH <sub>3</sub> NH <sub>2</sub>	g	0,656 <sup>25</sup>	-94	-6	-23	-1086	243
diméthylamine	(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> NH	g	0,680 <sup>0</sup>	-92	7	-19	-1743	273
triméthylamine	(CH <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> N	g	0,627 <sup>25</sup>	-117	3	-24	-2443	287
éthylamine	CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> NH <sub>2</sub>	g	0,677 <sup>25</sup>	-81	17	-48	-1713	284
phénylamine (aniline)	C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>2</sub>	l	1,022 <sup>20</sup>	-6	184	32	-3393	191
<b>Divers</b>								
urée	CO(NH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub>	s	1,323 <sup>20</sup>	133		-333	-633	105
glucose	C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> O <sub>6</sub>	s	1,562 <sup>18</sup>	146		-1273	-2803	212
saccharose	C <sub>12</sub> H <sub>22</sub> O <sub>11</sub>	s	1,581 <sup>17</sup>	186		-2226	-5645	360

## Fonctions organiques, par ordre de priorité décroissante

1	Acide carboxylique		6	Nitrile		11	Thiol	
2	Anhydride		7	Imine		12	Amine	
3	Ester		8	Aldéhyde		13	Éther	
4	Chlorure d'acyle		9	Cétone		14	Nitro	
5	Amide		10	Alcool		15	Halo-génure	

# Représentation des molécules organiques

Exemple de l'acide lactique (énantiomère S).

Formule brute	$C_3H_5O_2$	Indique la composition chimique et, le cas échéant, la nature des ions.
Formule semi-développée	$CH_3-CHOH-COOH$	Décrit le squelette carboné. Le degré de simplification de la notation peut varier.
Formule développée (plane)		Représentation plane, avec indication du type de liaison (simple ou multiple).
Formule topologique		Les carbones et les hydrogènes ne sont pas explicitement indiqués. Peut indiquer, comme ici, la stéréochimie.
Formule de Lewis		C'est la formule développée avec en plus les doublets non liants (sous forme de traits ou de double points).
Projection de Newman		Projection selon l'axe C-C d'une conformation de la molécule.
Représentation de Cram		Représentation spatiale des carbones tétraédriques. Parfois utilisée pour les carbones asymétriques dans les formules topologiques.
Représentation de Fischer		Représentation de la stéréochimie, avec les liaisons horizontales au-dessus du plan, et les liaisons verticales au-dessous.
Représentation de Haworth		Utilisée uniquement pour les formes cycliques des sucres, ici pour une des formes du glucose, le $\alpha$ -D-glucopyranose.



## Valeur énergétique de quelques aliments

Les valeurs sont données en  $\text{kJ}\cdot\text{g}^{-1}$ . Pour les nutriments, elles peuvent varier faiblement du fait des différents types de composés dans chaque classe; pour les aliments, elles peuvent varier jusqu'à 20%.

### Nutriments

Glucides	16,5
Lipides	39,5
Protides	17,5

### Aliments

Beurre, margarine, crème	30	Fromage dur	14	Pain	10
Bière	2	Fruits	2,5	Poisson	5,5
Bœuf	14	Hamburger	16	Pommes de terre	3,5
Céréales	15	Huile de tournesol	39	Porc	12
Champignons	1,5	Lait entier	3	Riz	15
Chips, cacahuètes grillées	24	Légumes verts	1	Sel de cuisine	0
Eau	0	Noisettes	26	Vin	3,5
Fromage blanc	4,5	Œufs	6	Volaille	6

## Additifs alimentaires

La table ci-dessous ne donne que les catégories d'additifs alimentaires. Certains additifs ont plusieurs fonctions (par exemple conservateur et antioxydant, ou acidifiant et antioxydant).

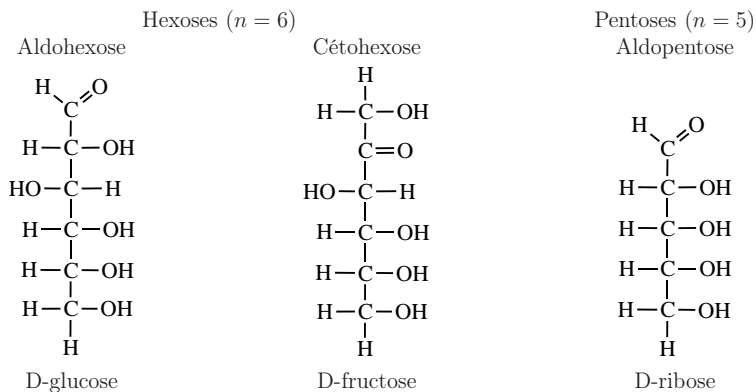
Numéros E	Fonction	Exemples
E 100 – E 199	colorants	E 104 : jaune de quinoléine ; E 110 : orangé S ; E 124 : ponceau 4R ; E 150 : caramel
E 200 – E 299	conservateurs, saumure, antioxydants	E 203 : sorbate de calcium ; E 221 : sulfite de sodium ; E 250 : nitrite de sodium
E 300 – E 399	antioxydants, acidifiants	E 300 : acide ascorbique ; E 322 : lécithine ; E 330 : acide citrique ; E 334 : acide tartrique
E 400 – E 499	gélifiants, épaississants, émulsifiants	E 406 : agar-agar ; E 414 : gomme arabique ; E 440 : pectine ; E 460 : cellulose
E 500 – E 599	antiagglomérants, correcteurs d'acidité	E 500 : $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ; E 509 : chlorure de calcium ; E 519 : sulfate de cuivre ; E 526 : $\text{Ca}(\text{OH})_2$
E 600 – E 699	exhausteurs de goût	E 621 : glutamate de sodium ; E 640 : glycine
E 900 – E 999	agents d'enrobage, édulcorants	E 901 : cire d'abeilles ; E 905 : paraffine ; E 951 : aspartame ; E 952 : cyclamate ; E 954 : saccharine
E > 1200	gélifiants, épaississants, humectants	E 1404 : amidon oxydé E 1520 : propylène glycol

# Biochimie



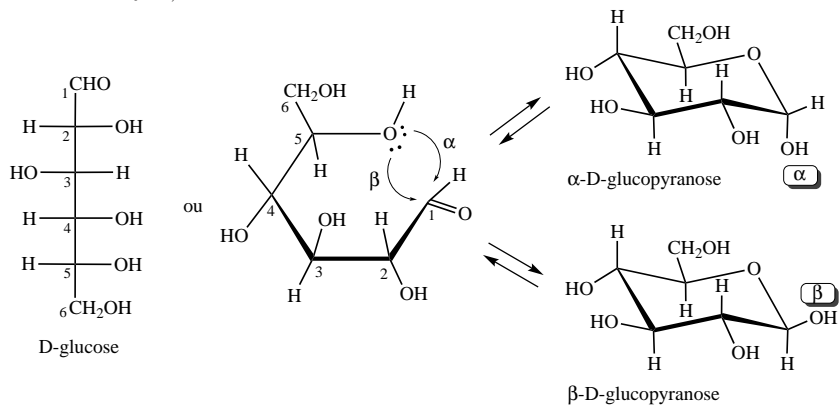
# Monosaccharides

## Monosaccharides courants

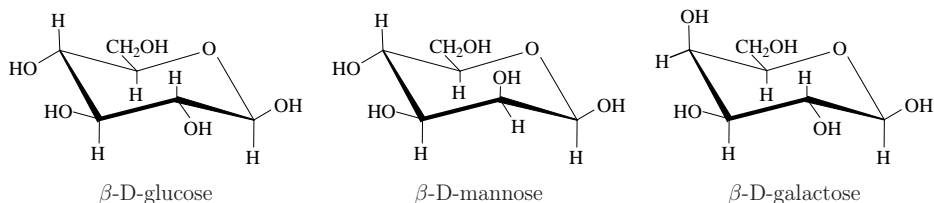


## Cyclisation

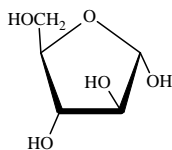
En solution aqueuse,  $\sim 95\%$  des molécules d'un monosaccharide sont sous forme cyclique. La forme pyranose (avec 5 carbones dans le cycle) est plus fréquente que la forme furanose (avec 4 carbones dans le cycle).



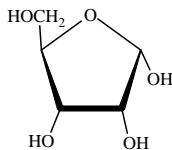
## Stéréoisomères naturels



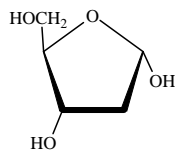
## Pentoses



$\alpha$ -D-arabinose (furanose)

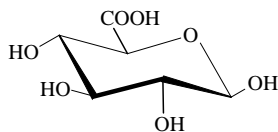


$\alpha$ -D-ribose (furanose)

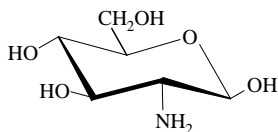


$\alpha$ -2-D-désoxyribose (furanose)

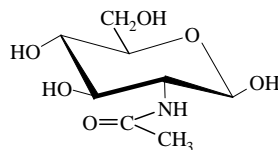
## Sucres dérivés



Acide  $\beta$ -D-glucuronique

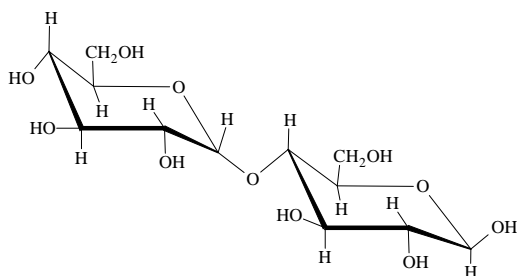


$\beta$ -D-glucosamine

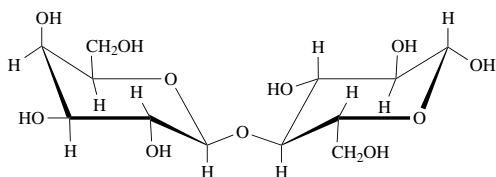


$\beta$ -D-N-acétylglucosamine

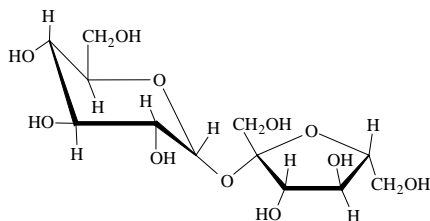
## Disaccharides



Maltose O- $\alpha$ -D-glucosyl-(1 $\rightarrow$ 4)- $\beta$ -D-glucose



Lactose O- $\beta$ -D-galactosyl-(1 $\rightarrow$ 4)- $\beta$ -D-glucose

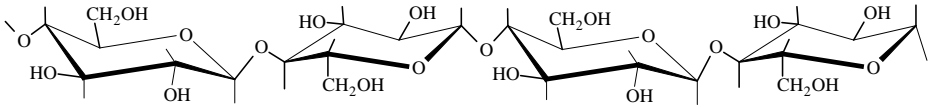


Saccharose O- $\alpha$ -D-glucosyl-(1 $\rightarrow$ 2)- $\beta$ -D-fructose

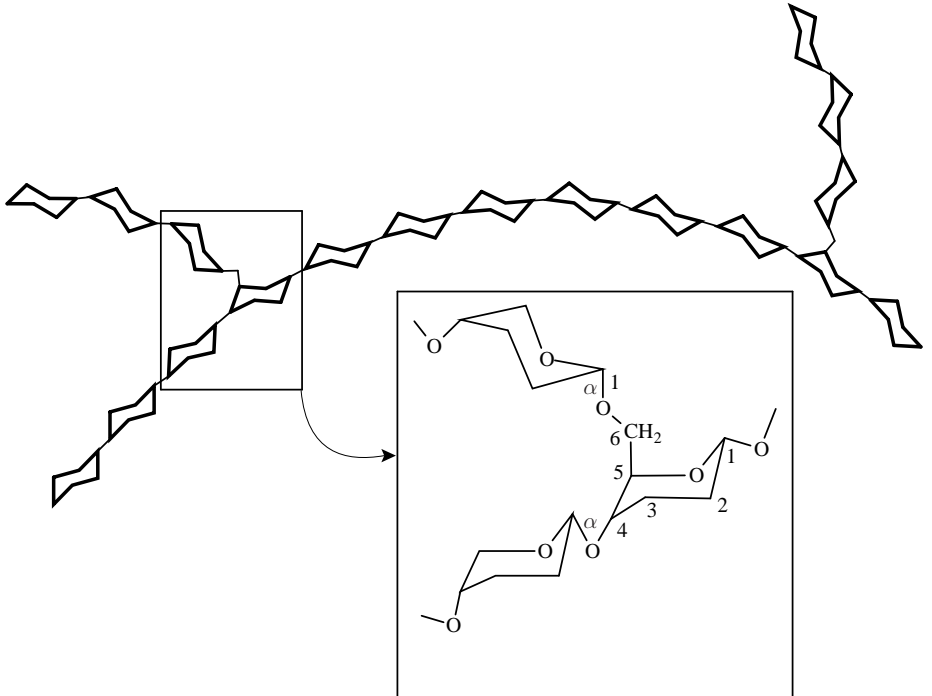


# Polysaccharides

Polysaccharide	Composition et enchaînement	Nombre d'unités	Rôle biologique
Cellulose	( $\beta$ 1 $\rightarrow$ 4) Glucose	> 10000	Paroi des cellules végétales
Amidon	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Amylose (<math>\alpha</math> 1 <math>\rightarrow</math> 4) Glucose linéaire</li> <li>• Amylopectine (<math>\alpha</math> 1 <math>\rightarrow</math> 4) Glucose avec ramifications</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; 1000</li> <li>&gt; 10000</li> </ul>	Réserve d'énergie des végétaux
Glycogène	<ul style="list-style-type: none"> <li>(<math>\alpha</math> 1 <math>\rightarrow</math> 4) Glucose avec ramifications</li> <li>(<math>\alpha</math> 1 <math>\rightarrow</math> 6) Glucose toutes les <math>\sim</math>25 unités</li> </ul>	> 50000	Réserve d'énergie des animaux, bactéries et champignons
Chitine	( $\beta$ 1 $\rightarrow$ 4) N-acétylglucosamine	très élevé	Exosquelette des arthropodes
Acide hyaluronique	N-acétylglucosamine ( $\beta$ 1 $\rightarrow$ 4) Acide glucuronique ( $\beta$ 1 $\rightarrow$ 4)	> 25000	Humeur vitrée de l'œil et liquide synovial



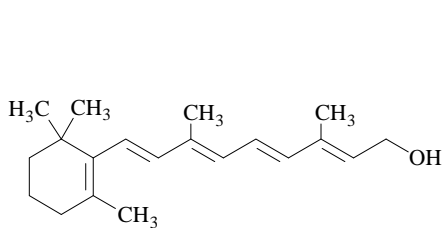
Cellulose



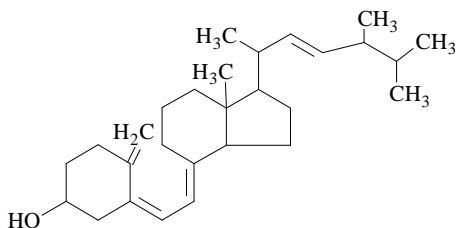
Amylopectine

# Vitamines

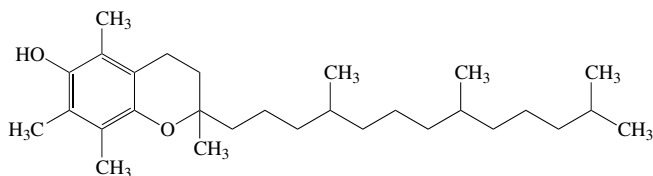
## Vitamines liposolubles



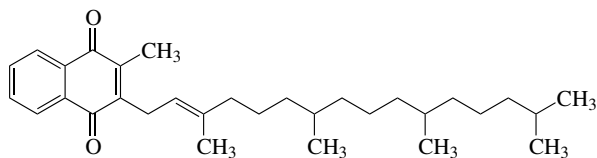
Rétinol – vitamine A1



Ergocalciférol – vitamine D2

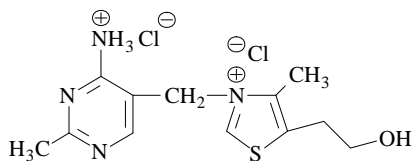


$\alpha$ -Tocophérol – vitamine E

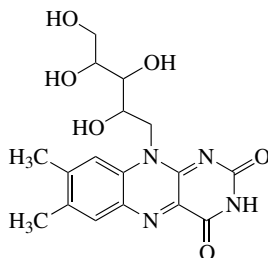


Phylloquinone – vitamine K1

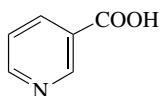
## Vitamines hydrosolubles



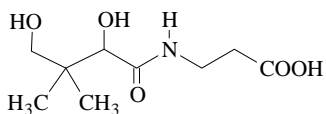
Thiamine – vitamine B1



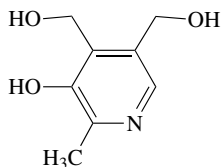
Riboflavine – vitamine B2



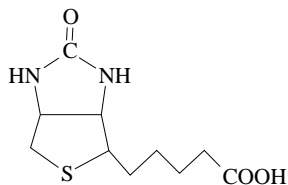
Niacine – vitamine B3



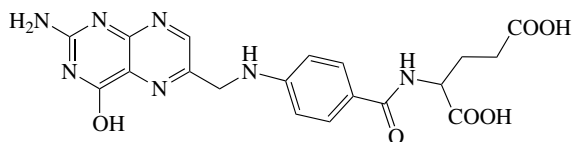
Acide panthothénique – vitamine B5



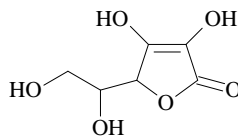
Pyridoxine – vitamine B6



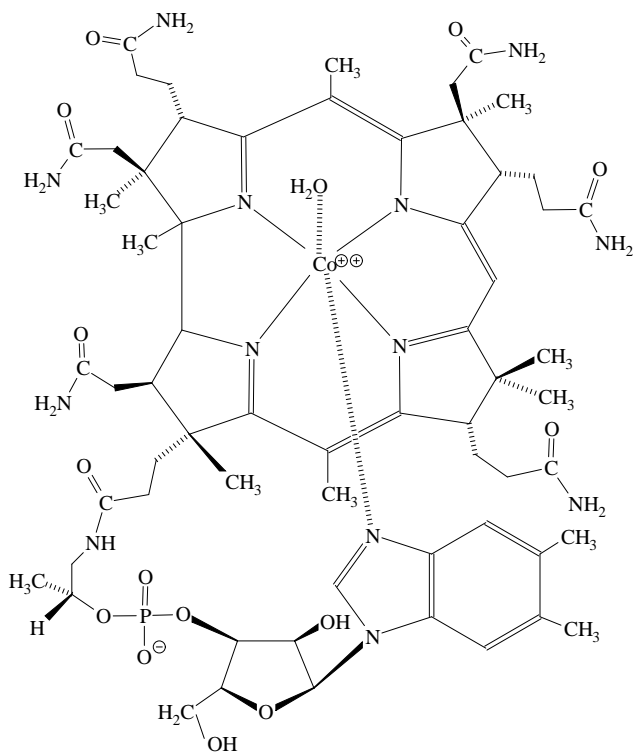
Biotine – vitamine B8 ou H



Acide folique – vitamine B9



Acide L-ascorbique – vitamine C



Cobalamine – vitamine B12

# Utilité et besoins quotidiens de quelques vitamines pour l'être humain

L'abus des vitamines est dangereux. Il convient de prendre l'avis du médecin avant de consommer des comprimés de vitamines.

Vitamine	Provenance	Utilité	Symptômes de carence	Besoins quotidiens
Vitamine A ou Rétinol <i>liposoluble</i>	Huile de foie de morue Poison gras Beurre Carotte	Vue dans la pénombre Croissance Résistance aux infections Cicatrisation	Arrêt de la croissance Cécité nocturne Peau sèche Perte d'appétit	Adulte : 0,8 à 1,0 mg En période de croissance et de grossesse : 1,2 à 1,4 mg
Vitamine B1 ou Thiamine <i>hydrosoluble</i> <i>thermolabile</i>	Levure de bière Germe de blé Céréales Foie	Stimulation de l'appétit Cofacteur dans les décarboxylations Assimilation des nutriments	Béri-béri Troubles cardiaques Risque d'anorexie Névrites	Enfant : 0,4 à 1,3 mg Adulte : 1,3 à 2,0 mg Femme enceinte : 1,8 mg
Vitamine B2 (G) ou Riboflavine <i>hydrosoluble</i>	Levure de bière Soja Foie Germe de blé	Respiration cellulaire Elasticité et résistance de la kératine Résistance au froid	Glossite Chéilite Diminution de l'acuité visuelle	Enfant : 0,4 à 1,5 mg Adulte : 1,6 mg Femme enceinte : 1,8 mg
Vitamine B3 (PP) ou Niacine <i>hydrosoluble</i>	Levure de bière Foie Thon Fruits secs	Constituant du NAD <sup>+</sup> et du NADP <sup>+</sup> Réduction du taux de cholestérol	Pellagre Photosensibilité Troubles nerveux Perte d'appétit	Enfant : 4 à 12 mg Adulte : 15 à 20 mg
Vitamine B5 ou acide pantothénique <i>hydrosoluble</i>	Foie Levure de bière Œuf	Constituant du CoA Régénérescence des épithéliums et des phanères	Dermite Entérite Alopecie Perte d'appétit	Enfant : 2 à 10 mg Adulte : 10 mg
Vitamine B6 ou Pyridoxine <i>hydrosoluble</i>	Levure Abats Thon, Saumon Banane	Augmentation de l'assimilation des sucres Diminution de la fatigabilité	Nervosité Irritabilité Troubles de croissance Baisse de l'immunité	Enfant : 1,8 à 2,0 mg Adulte : 2,0 mg Femme enceinte : 2,5 à 10 mg

Vitamine	Provenance	Utilité	Symptômes de carence	Besoins quotidiens
Vitamine B8 (H) ou Biotine <i>hydrosoluble</i>	Levure Foie Jaune d'œuf Avocat	Catalyse la fixation du CO <sub>2</sub>	Dermite Nausée Chute des cheveux Douleurs musculaires	Enfant : 0,01 à 0,1 mg Adulte : 0,1 à 0,3 mg
Vitamine B9 ou Acide folique <i>hydrosoluble</i>	Levure Foie Légumes verts	Synthèse de l'ADN Régénération et maturation des globules rouges	Anémie Troubles de croissance	Enfant : 0,1 mg Adulte : 0,2 à 0,4 mg Femme enceinte : 0,6 à 0,8 mg
Vitamine B12 ou Cobalamine <i>hydrosoluble</i>	Foie Abats Hareng, Thon Œuf	Multiplication et croissance des cellules du tube digestif, du système nerveux et de la moelle osseuse	Anémie pernicieuse Allergie	Enfant : 0,3 à 3 µg Adulte : 3 µg
Vitamine C ou Acide ascorbique <i>hydrosoluble</i>	Fruits frais Agrumes Œuf	Stimulation du système immunitaire Stimulation de la croissance du tissu conjonctif	Scorbut Faible résistance aux infections Cicatrisation lente Troubles du sommeil	Enfant : 35 à 60 mg Adulte : 60 mg Femme enceinte : 80 à 100 mg
Vitamine D2 ou Ergocalciférol <i>liposoluble</i>	Foie de poisson	Augmentation de l'absorption intestinale du Ca <sup>2+</sup> et des phosphates	Rachitisme Carie dentaire	10 à 20 µg
Vitamine E <i>liposoluble</i>	Germe de blé Légumes verts Lait	Participation au transport des électrons	Dystrophie musculaire Avortement	Nourrisson : 5 mg Adulte : 10 à 25 mg
Vitamine K <i>liposoluble</i>	Légumes verts	Catalyse la synthèse de plusieurs facteurs de la coagulation	Troubles de la circulation sanguine Hémorragies	45 µg

# Acides aminés

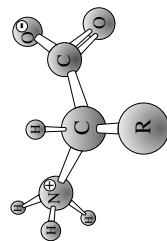
Nom et symboles	pKa <sub>i</sub>	pI	Formule
Acides aminés à chaîne latérale R non polaire (hydrophobe sauf glycine)			
Glycine Gly G	2,34 9,58	5,97	
Alanine Ala A	2,33 9,71	6,00	
Valine Val V †	2,27 9,52	5,96	
Leucine Leu L †	2,32 9,58	5,98	
Isoleucine Ile I †	2,26 9,60	6,02	
Proline Pro P	1,95 10,47	6,30	
Phénylalanine Phe F †	2,18 9,09	5,48	
Tryptophane Trp W †	2,38 9,34	5,89	

Nom et symboles	pKa <sub>i</sub>	pI	Formule
Acides aminés avec chaîne latérale R non chargée (hydrophile)			
Méthionine Met M †	2,16 9,08	5,74	
Sérine Ser S	2,13 9,05	5,68	
Thréonine Thr T	2,20 8,96	5,60	
Cystéine Cys C	1,91 10,28 8,14	5,07	
Tyrosine Tyr Y †	2,24 9,04 10,10	5,66	
Asparagine Asp N	2,16 8,73	5,41	
Glutamine Glu Q	2,18 9,00	5,65	

Les valeurs de pKa indiquées sont, dans l'ordre : le pKa du groupe acide, le pKa du groupe amine, le pKa de la chaîne latérale. pI est le point isoélectrique de l'acide aminé. Les acides aminés essentiels sont indiqués par le signe †.

## Acides aminés (suite)

Nom et symboles	pKa <sub>i</sub>	pI	Formule
Acides aminés à chaîne latérale R chargée négativement (acide, hydrophile)*			
Acide aspartique Asp D	1,95 9,66 3,71	2,77	
Acide glutamique Glu E	2,16 9,58 4,15	3,22	
Acides aminés à chaîne latérale R chargée positivement (basique, hydrophile)*			
Lysine Lys K †	2,15 9,16 10,67	9,74	
Arginine Arg R	2,03 9,00 12,10	10,76	
Histidine His H †	1,70 9,09 6,04	7,59	
<p>Au pH physiologique (7,4), le groupe acide et le groupe amine sont ionisés sous la forme de Zwitterion. Tous les acides aminés naturels possèdent la configuration L.</p> <p>* formes ionisées lorsque le pH se situe entre 6,0 et 7,0.</p>			



## Deux exemples de cofacteur

Chlorophylle	Hème
<p>Chlorophylle a R = —CH<sub>3</sub></p> <p>Chlorophylle b R = —CHO</p>	<p>Hème A</p> <p>Hème B</p> <p>Hème C</p>

# Acides gras

Acide	laurique	myristique	palmitique	stéarique	arachidique	lignocérique	arachidonique	linoléique †	linoléique †	oléique
	$  \begin{array}{ccccccc}  \text{HO}-\text{C}(=\text{O}) & & & & & & \\    & & & & & & \\  \text{H}_2\text{C} & -\text{CH}_2 & -\text{CH}_2 & -\text{CH}_2 & -\text{CH}_2 & -\text{CH}_2 & -\text{CH}_3 \\    & / & \backslash & / & \backslash & / & \\  \text{H}_2\text{C} & & \text{CH}_2 & & \text{CH}_2 & & \text{CH}_2  \end{array}  $									
nombre de carbones	12	14	16	18	20	24	20	18	18	18
doublets liaisons	0	0	0	0	0	0	4	2	1	1
$\theta_{fus}$ [°C]	43,8	54,2	62,5	69,3	76,5	87,5	-49,5	-7,0	13,4	13,4
nomenclature biologique	C12 : 0	C14 : 0	C16 : 0	C18 : 0	C20 : 0	C24 : 0	C20 : 4 $\omega$ -6	C18 : 2 $\omega$ -6	C18 : 2 $\omega$ -6	C18 : 1 $\omega$ -9

† : acides gras essentiels

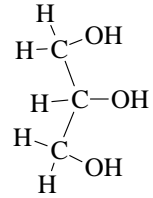
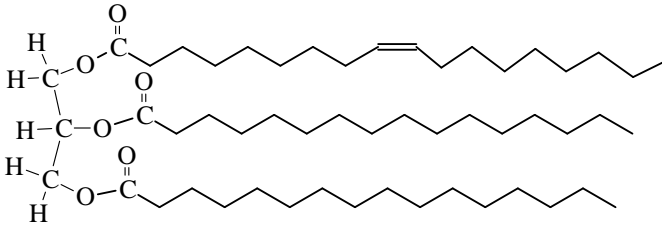
Les acides gras comportant une ou plusieurs doubles liaisons sont dits insaturés. Ces doubles liaisons sont en général de configuration cis (ou Z).  
 A pH physiologique, les acides gras forment des anions carboxylates.



# Lipides

## Triglycérides

Dans un triglycéride, les trois acides gras peuvent être soit identiques soit différents.

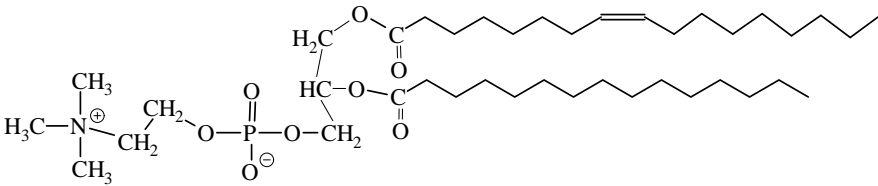


Glycéril ou glycérine

## Phospholipides

Les phospholipides sont formés d'une partie polaire (la choline, le groupe phosphate et le glycéril) ainsi que d'une partie non polaire (les deux acides gras).

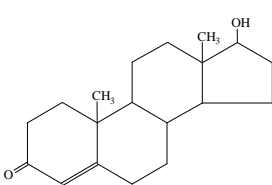
Le phospholipide représenté ici est une lécithine.



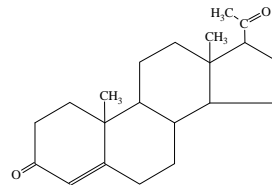
## Autres lipides

Exemples : cires, sphingolipides, céramides, glycolipides (gangliosides et cérébrosides), cholestérol.

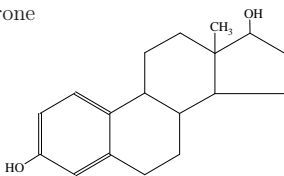
Les hormones sexuelles (messagers chimiques) sont formées à partir du cholestérol.



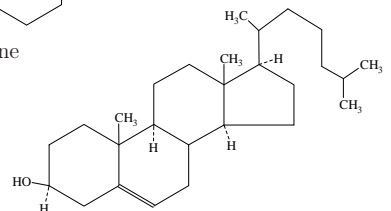
Testostérone



Progestérone



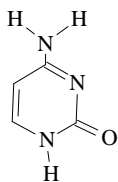
Estradiol ou œstradiol



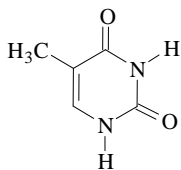
Cholestérol

# Bases azotées

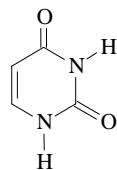
## Pyrimidines



Cytosine

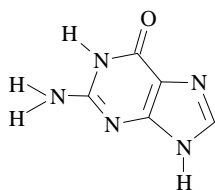


Thymine

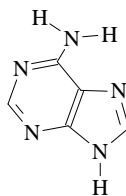


Uracile

## Purines



Guanine

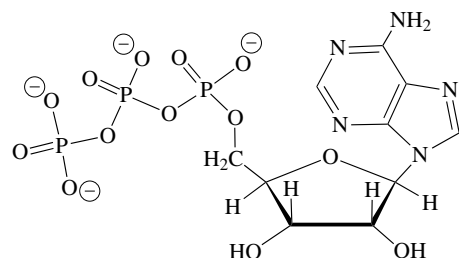


Adénine

## Désoxyribonucléotides particuliers

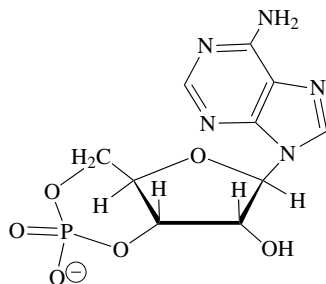
### Adénosine 5'-triphosphate (ATP)

L'ATP, en se décomposant en ADP + 1 phosphate, libère 30,5 kJ·mol<sup>-1</sup>. L'ATP est l'unité énergétique de la cellule.



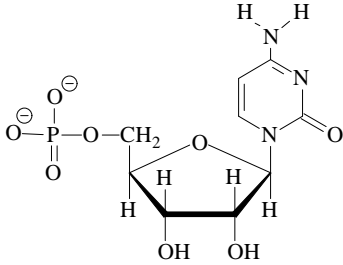
### Adénosine 5'-monophosphate cyclique (cAMP)

Le cAMP joue un rôle de molécule messagère intracellulaire. C'est un signal de faim.

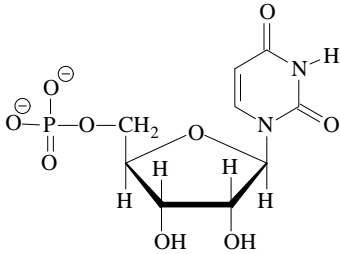


# Nucléotides

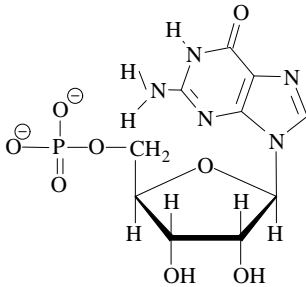
## Ribonucléotides (ARN)



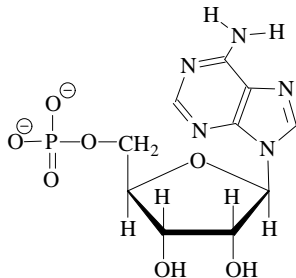
Cytidylyl [C]



Uridylyl [U]



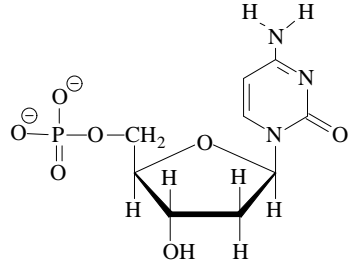
Guanylyl [G]



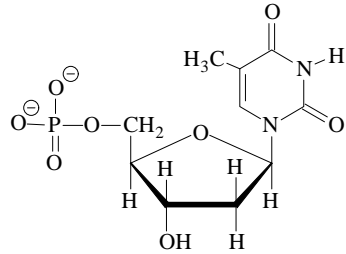
Adenylyl [A]

ARN en français = RNA en anglais

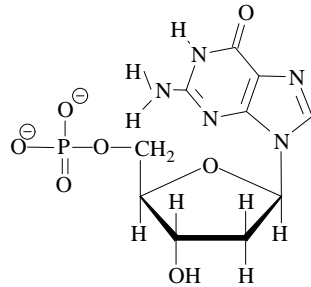
## Désoxyribonucléotides (ADN)



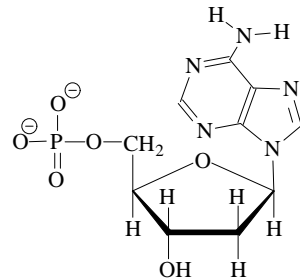
Deoxycytidylyl [C ou dC\*]



Deoxythymidylyl [T ou dT\*]



Deoxyguanylyl [G ou dG\*]



Deoxyadenylyl [A ou dA\*]

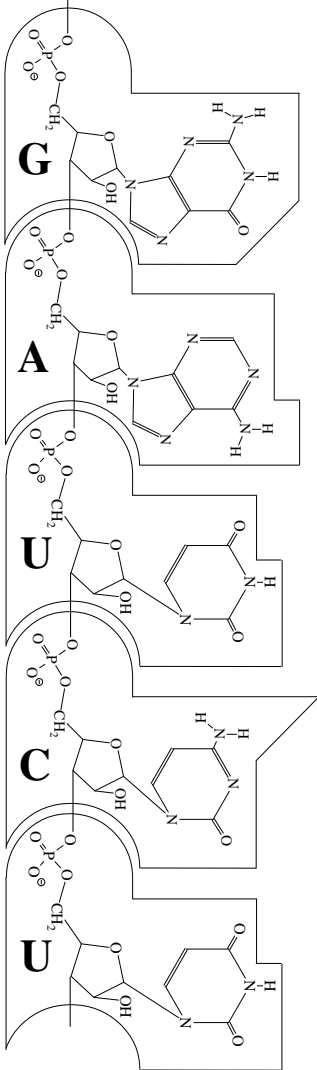
ADN en français = DNA en anglais

\* Notation dX utilisée lorsque le nucléotide est isolé.

# ARN et ADN

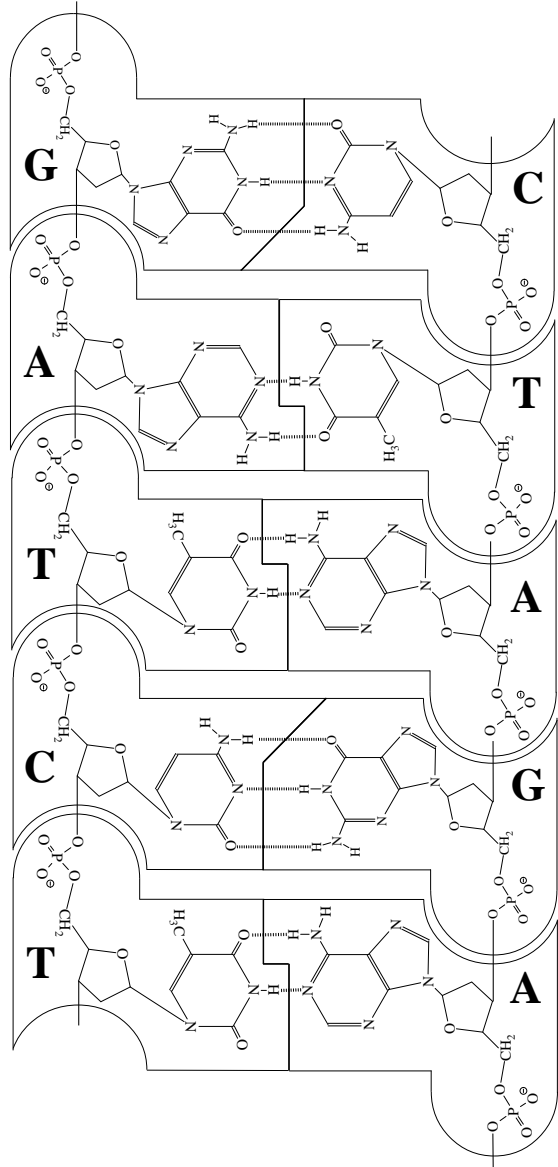
## Simple brin d'ARN (acide ribonucléique)

Dans un brin d'ARN, les ribonucléotides sont liés par des liaisons covalentes (liaisons fortes).

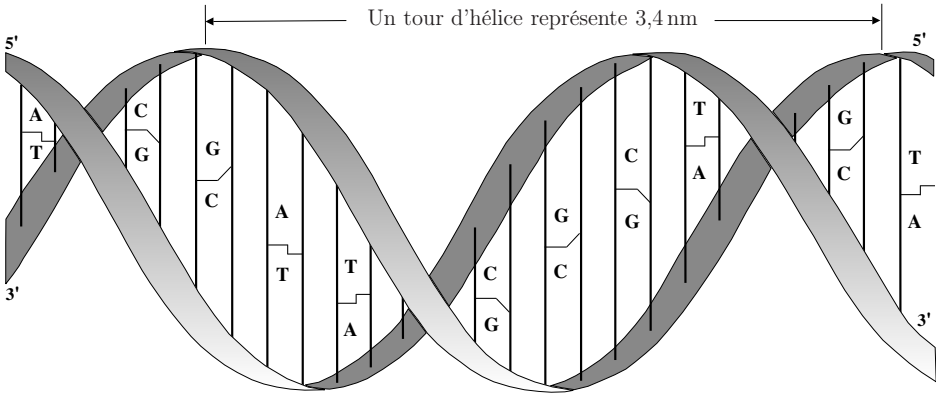


## Double brin d'ADN (acide désoxyribonucléique)

Dans chaque brin d'ADN, les désoxyribonucléotides sont liés par des liaisons covalentes (liaisons fortes). Les bases A et T ainsi que G et C sont complémentaires et liées par des ponts hydrogène. Les deux brins d'ADN sont anti-parallèles.



# La double hélice d'ADN



La torsion en hélice double rapproche et stabilise les paires de bases complémentaires.

## Code génétique

		Deuxième position				
		U	C	A	G	
Première position (extrémité 5')	U	Phe (F)	Ser (S)	Tyr (Y)	Cys (C)	U
		Phe (F)	Ser (S)	Tyr (Y)	Cys (C)	C
		Leu (L)	Ser (S)	STOP	STOP	A
		Leu (L)	Ser (S)	STOP	Trp (W)	G
	C	Leu (L)	Pro (P)	His (H)	Arg (R)	U
		Leu (L)	Pro (P)	His (H)	Arg (R)	C
		Leu (L)	Pro (P)	Gln (Q)	Arg (R)	A
		Leu (L)	Pro (P)	Gln (Q)	Arg (R)	G
	A	Ile (I)	Thr (T)	Asn (N)	Ser (S)	U
		Ile (I)	Thr (T)	Asn (N)	Ser (S)	C
		Ile (I)	Thr (T)	Lys (K)	Arg (R)	A
		Met (M) *	Thr (T)	Lys (K)	Arg (R)	G
	G	Val (V)	Ala (A)	Asp (D)	Gly (G)	U
		Val (V)	Ala (A)	Asp (D)	Gly (G)	C
		Val (V)	Ala (A)	Glu (E)	Gly (G)	A
		Val (V)	Ala (A)	Glu (E)	Gly (G)	G

\* Met ou DÉPART

Un acide aminé est codé par un triplet de nucléotides appelé codon.



# Index

U, 15

∩, 6

∪, 5

ℂ, 5

∪, 5

∃, 4

∀, 4

∈, 5

⇔, 3

↔, 3

ℕ, 6

π, 10

∏, 15

ℚ, 6

ℝ, 6

⇒, 3

→, 3

∖, 5

⊂, 5

∑, 14

×, 5

∅, 5, 103

∨, 3

∧, 3

ℤ, 6

abondances cosmiques, 213

abscisse, 53, 63

accélération

angulaire, 131, 138, 139

centre de masse, 137–139

instantanée, 130

moyenne, 130

normale, 131

pesanteur, 196

tangentielle, 131

N-acétylglucosamine, 264

acide

aminé, 270

essentiel, 270

ascorbique, 267

aspartique, 270

carboxylique, 257

désoxyribonucléique, 276

D-glucuronique, 264

folique, 267

glutamique, 270

gras, 272

essentiel, 272

insaturé, 272

saturé, 272

hyaluronique, 265

panthothénique, 266

ribonucléique, 276

acidité, 236, 239

action, 138

activité, 162

additif alimentaire, 260

addition de fonctions, 71

adénine, 274

adénosine

5'-monophosphate

cyclique, 274

5'-triphosphate (ATP), 274

adénylate, 275

adiabatique, 154

admittance, 152

ADN, 275–277

affectation, 97

affinité, 27

air sec, 197

aire

d'un cercle, 41

d'un parallélogramme, 21,

52

d'un polygone, 40

d'un quadrilatère, 39

d'un secteur circulaire, 41

d'un segment circulaire, 41

d'un triangle, 37, 63

sphérique, 34

d'une ellipse, 41

d'une surface, 86, 87

latérale

d'un corps, 86, 87

d'un corps rond, 45

d'un polyèdre, 42

unité, 165

ajustement

par un polynôme, 100

par une droite, 99

alanine, 270

alcool, 256, 257

aldéhyde, 257

aldohexose, 263

aldopentose, 263

algorithme

de Heun, 101

de Runge-Kutta (RK4),

101

d'Euler, 101

aliments, 260

amide, 257

amidon, 265

amylopectine, 265

amylose, 265

amine, 257

amortissement d'une dette,

10

Ampère

définition, 125

loi, 150

Ampère-Maxwell, 151

angle

de deux droites, 55, 64

de deux plans, 66

de deux vecteurs, 51

de réflexion, 157

de réfraction, 157

d'incidence, 157

directeur d'une droite, 54

d'une droite et d'un plan,

66

solide

unité, 126

unité, 126

anhydride, 257

année

- lumière, 165, 189  
   sidérale, 197  
 annuité, 10  
 antirésonance, 152  
 antisymétrie d'une relation, 6  
 aphélie, 192  
 apothème, 40  
 application, 7  
   bijective, 7  
   injective, 7  
   linéaire,  
   surjective, 7  
 approximation  
   de loi de probabilité, 109  
   du premier ordre,  
 arabinose, 264  
 arc  
   de cubique, 98  
   longueur, 86, 87  
   mineur, 33  
 Archimède, 62, 143  
 arginine, 270  
 argument, 17  
 ARN, 275, 276  
   messager, 277  
 arrangement  
   avec répétitions, 8  
   simple, 8  
 ascension droite, 33  
 ascorbique, 267  
 asparagine, 270  
 aspartate, 270  
 associativité  
   d'une opération, 19  
   en logique, 4  
   en théorie des ensembles, 5  
 astéroïdes, 198, 199  
 astéroïde, 60  
 asymptote,  
   d'une hyperbole, 59  
 atmosphère standard, 197  
 ATP, 274  
 auto-induction, 151  
 Avogadro, 163  
  
 base  
   azotée, 274  
   faible, 237  
   forte, 237  
   orthonormée, 50  
 Bayes, 104  
  
 Beer, 238  
 Bernoulli, 62, 105, 143  
 Bézier, 98  
 biconditionnelle, 3  
 Bienaymé, 105  
 Big Bang, 214  
 bijection, 7  
 binôme de Newton, 8, 13, 98  
 biotine, 267  
 Biot-Savart, 150  
 bissection, méthode de, 97  
 bissectrice de deux droites,  
   55  
 boissons, 240  
 borne d'une fonction, 70  
  
 $c(A)$ , 235  
 calcul  
   algébrique, 13  
   d'erreur, 96  
   différentiel,  
   financier, 9  
   intégral,  
   matriciel, 23  
 calotte, 47  
 cAMP, 274  
 candela, 125  
 capacité  
   d'un condensateur, 147  
   d'un conducteur, 147  
   thermique, 153  
 capital, 9  
 cardioïde, 62  
 Carnot, 154  
 Cauchy, 90  
 célérité, 155, 156  
 cellulose, 265  
 Celsius, 153  
 centre  
   de gravité  
     d'un arc de courbe, 86  
     d'un corps, 86, 87  
     d'un tétraèdre, 63  
     d'un triangle, 36, 53, 63  
     d'une surface, 86, 87  
   du cercle circonscrit à un  
     triangle, 36  
 céramide, 273  
 cercle, 41, 56, 60, 61  
   circonscrit, 38, 40  
   équation cartésienne, 56  
   exinscrit, 37  
   inscrit, 37, 40  
 cétohexose, 263  
 cétone, 257  
 chaleur  
   latente, 153  
     de fusion, 218, 222, 226,  
     230  
     de vaporisation, 218,  
     222, 226, 230  
   massique, 153  
   molaire, 154, 172  
 champ  
   électrique, 145  
   magnétique, 150  
   intensité, 173  
 changement  
   de base, 26  
   de variable, 81, 85  
 charge, 145  
   élémentaire, 163  
   test, 145  
 chimie  
   organique (résumé), 259  
 chitine, 265  
 chlorophylle, 271  
 chlorure d'acyle, 257  
 cholestérol, 273  
 circuit oscillant, 152  
 circulation, 150  
 cire, 273  
 cisaillement, 27  
 cissoïde de Dioclès, 62  
 cobalamine, 267  
 code  
   E000, 260  
   génétique, 277  
 codon, 277  
 coefficient  
   binomial, 7  
   de corrélation, 99, 110  
   de dilatation  
     linéique, 217, 221, 225,  
     229  
   volumique, 217, 221, 225,  
   229  
   de frottement, 173  
   de température de la  
     résistivité, 217, 221,  
     225, 229  
 cofacteur, 271  
 combinaison



- avec répétitions, 9
- simple, 9
- combinatoire, 7
- comète, 199
- commutativité
  - d'une opération, 19
  - en logique, 4
  - en théorie des ensembles, 5
- complémentaire, 5
- composante d'un vecteur, 49
- composés
  - inorganiques, 246
  - organiques, 256
- composition de fonctions, 71
- concentration, 235
  - usuelle, 240
- conchoïde de Nicomède, 62
- condensateur, 147, 152
- conditions normales
  - pression, 163
  - température, 163
- conduction, 154
- conductivité thermique, 217, 221, 225, 229
- cône, 45
- configuration électronique, 245
- conique,
  - conjonction, 3
- conjugué, 18
- constante
  - Boltzmann, 153, 163
  - d'acidité, 236, 239
  - de dissociation, 236, 239
  - de Faraday, 238
  - d'équilibre, 235
  - des gaz parfaits, 235
  - d'Euler, 11
  - Faraday, 163
  - gaz, 153, 163
  - gravitation, 163
  - Planck, 161, 163
  - Rydberg, 161, 163
  - Stefan-Boltzmann, 154, 161, 163
- constantes physico-chimiques
  - inorganiques, 246
  - organiques, 256
- continuité d'une fonction, 77
- contraposition, 4
- convection, 154
- convergence
  - d'une série, 90, 91
    - à termes positifs, 90
    - alternée, 91
    - entière, 92
  - d'une suite, 89
- conversion de taux, 10
- convexité d'une fonction, 70, 80
- coordonnées
  - cylindriques, 67
  - d'un point, 53, 63
  - polaire, 61
  - sphériques, 67
- corps, 19
  - de révolution, 48
  - humain, 242
  - rond, 45
- corrélation, 99, 110
- cosinus, 29, 74
  - hyperbolique, 72, 75
- cosmologie, 213
- cotangente, 29, 74
  - hyperbolique, 72, 75
- cote, 63
- Coulomb, 145
- couple, 5
  - acide-base, 239
  - redox
    - biologique, 242
    - inorganique, 241
- courant électrique
  - unité, 125
- courbe
  - de Bézier, 98
  - de Lissajous, 61
  - plane,
    - sous forme paramétrique, 80
    - sous forme polaire, 80
- courbure, 80
- covariance, 110
- Cramer, 22, 23
- critère
  - de comparaison, 90
  - de convergence
    - d'une série à termes quelconques, 91
    - d'une série alternée, 91
  - de la racine (Cauchy), 90
  - de l'intégrale, 91
  - de parallélisme
    - de deux droites, 55
    - de deux plans, 66
  - de perpendicularité
    - de deux droites, 55
    - de deux plans, 66
  - du quotient (d'Alembert), 90
- croissance d'une fonction, 70, 80
- cube, 42, 44
- cubique, arc de, 98
- cycloïde, 60
- cylindre, 45
- cystéine, 270
- cytidylate, 275
- cytosine, 274
- d'Alembert, 90
- de Broglie, 161
- décapoise, 166
- déclinaison, 33
- degré, 29
- demi-vie, 162
- dénombrement, 8
- densité de probabilité, 104
- dépendance linéaire, 49, 52
- déphasage, 152
- déplacement, 129
- dérivée,
  - d'une fonction,
    - seconde d'une fonction, 78
    - vectorielle, 81
- Descartes, 60
- désintégration radioactive, 182
- désoxyribonucléique, 276
- désoxyribonucléotides, 274, 275
- désoxyribose, 264
- déterminant, 21
- développement en série,
  - différence, 5
- différentielle d'une fonction, 78
- diffraction, 156
- dilatation, 153
- Dioclès, 62
- dioptré plan, 157
- directrice d'une conique, 57, 59
- disaccharide, 264
- discriminant, 16

- disjonction, 3
- distance
  - de deux droites, 64
  - de deux points, 33
  - d'un point
    - à un plan, 65
    - à une droite, 55, 64
  - focale, 158
  - d'une conique, 59
- distributivité
  - d'une opération, 19
  - en logique, 4
  - en théorie des ensembles, 5
- divisibilité d'un polynôme, 17
- division de fonctions, 71
- dodécaèdre, 44
- dose absorbée, 162
- double hélice d'ADN, 277
- droite,
  - ajustement par une, 99
  - de régression, 99
- d'Euler, 36
- équation
  - cartésienne, 54
  - vectorielle, 54
- équations
  - paramétriques, 54, 60
  - pente, 54
- $e$ , 10
- $E^0$ , 238
- eau
  - de mer, 242
  - $K_e$ , 239
  - pH, 239
- écart type, 104, 111
- éclairage, 176
- écliptique, 193
- effet Doppler, 156, 160
- Einstein, 159
- électrolyse, 238
- électron
  - masse, 163
- électronégativité, 219, 223, 227, 231
- électronvolt, 127, 166
- élément
  - d'un ensemble, 5
  - neutre d'une opération, 19
- ellipse, 41, 57, 59, 60
- ellipsoïde, 47
- émission énergétique, 161
- énergie, 133, 147
  - cinétique, 133, 134, 137–139, 160
  - cinétique moyenne, 153
  - de dissociation, 243
  - de l'électron, 161
  - de liaison, 181, 243
  - d'ionisation, 243
  - du photon, 161
  - électronvolt, 166
  - interne, 154
  - mécanique, 133, 134
  - ordre de grandeur, 170
  - potentielle, 133–135, 137
  - totale, 160
  - unité, 166
- ensemble,
  - de définition d'une fonction, 69
  - de nombres, 6
  - image d'une fonction, 69
  - vide, 5
- ensembles disjoints, 5
- enthalpie
  - de combustion, 256
  - de dissolution, 246
  - de formation, 237, 246, 256
  - de réaction, 237
- entropie, 246
- épicycloïde, 61
- épreuves répétées
  - indépendantes, 105
- équation
  - caractéristique, 26, 88
  - cartésienne
    - d'un cercle, 56
    - d'un plan, 65
    - d'une conique, 58
    - d'une droite, 54, 64
    - d'une sphère, 67
  - de Nernst, 238
  - différentielle,
    - sans second membre, 88, 89
  - du deuxième degré, 16
  - en coordonnées polaires, 58
  - générale d'une conique, 58
  - homogène, 88
  - linéaire, 22
  - polaire d'une courbe, 80
- trigonométrique, 32
- vectorielle
  - d'un plan, 65
  - d'une droite, 54, 64
- équations paramétriques
  - d'un plan, 65
  - d'une courbe, 59–61, 80
  - d'une droite, 54, 60, 64
- équilibre chimique, 235
- équivalence, 3
- ergocalciférol, 266
- erreur
  - absolue, 96
  - relative, 96
- espace vectoriel, 19
- espérance, 104
- ester, 257
- estimateur, 111
- estimation
  - du reste d'ordre  $n$  (Taylor), 93
  - d'une erreur absolue, 96
  - d'une erreur relative, 96
- estradiol, 273
- et, 3
- éther, 256, 257
- Euclide, 38
- Euler, 11, 17, 36, 44, 101
  - algorithme, 101
  - constante, 11
  - droite, 36
  - formule, 17
  - théorème, 44
- événement, 103
- évolution stellaire, 206
- excentricité d'une conique, 57, 59
- excès sphérique, 34
- exitance énergétique, 161
- exoplanète, 204
- expansion de l'Univers, 213
- exponentielle,
  - extremum, 70
- $F$ , 238
- facteur
  - d'actualisation, 9
  - de capitalisation, 9
  - de pondération
    - radiation, 162, 183
    - tissu, 162, 183

factorielle, 7  
 factorisation d'un polynôme, 16  
 Faraday, 151, 238  
 Fermat, 62  
 flux, 145, 151  
 foliole, 267  
 folium de Descartes, 60  
 fonction,  
   bornée, 70  
   concave, 70  
   continue, 77  
   convexe, 70  
   croissante, 70  
   de répartition, 104  
   de répartition de la loi normale (tables), 114  
   décroissante, 70  
   dérivable, 78  
   exponentielle,  
   graphe, 69  
   hyperbolique, 72  
   impaire, 69  
   logarithme,  
   majorée, 70  
   minorée, 70  
   monotone, 70  
   organique, 257  
   paire, 69  
   périodique, 69  
   primitive,  
   réciproque, 71  
     d'une fonction  
       hyperbolique, 72  
     d'une fonction  
       trigonométrique, 71  
   réelle d'une variable réelle, 69  
   trigonométrique, 29  
   zêta de Riemann, 92  
 force de pesanteur, 135  
 formule  
   brute, 258  
   de Bernoulli, 105  
   de Girard, 34  
   de Lewis, 258  
   de MacLaurin, 93  
   de Moivre, 18, 72  
   de Stirling, 7  
   de Taylor, 93  
   d'Euler, 17  
   développée, 258  
   semi-développée, 258  
   topologique, 258  
 foyer d'une conique, 57, 59  
 fraction molaire, 235  
 Fraunhofer, 176  
 fréquence, 130, 155, 177  
   propre, 156  
 frottement  
   dynamique, 173  
   statique, 173  
 frottements, 136  
 fructose, 263  
 fusion  
   hélium, 206  
   hydrogène, 206  
 galactose, 263  
 galaxies, 210  
 Galilée, 159  
 Gauss, 108, 145  
 gaz  
   constante, 163  
   gaz parfaits, 156, 235  
   volume molaire, 163  
 géométrie  
   analytique  
     de l'espace, 63  
     plane, 53  
   classique, 35  
   vectorielle, 49  
 Girard, 34  
 D-glucosamine, 264  
 glucose, 263, 265  
 D-glucuronique, 264  
 glutamate, 270  
 glutamine, 270  
 glycérine, 273  
 glycérol, 273  
 glycine, 270  
 glycogène, 265  
 glycolipide, 273  
 grade, 29  
 Grand Attracteur, 212  
 grand cercle, 33  
 Grandi, 62  
 graphe d'une fonction, 69  
 gravitation, 135, 192  
 groupe, 19  
 Groupe Local, 211  
 guanine, 274  
 guanylate, 275  
 Guldin, 48  
 halogénure, 256, 257  
 hauteur d'un triangle, 36  
 $\Delta H_c^0$ , 256  
 $\Delta_{diss} H^0$ , 246  
 Heisenberg, 161  
 hélice d'ADN, 277  
 hème, 271  
 Hertzprung-Russel, 205  
 Hess, 237  
 Heun, 101  
 hexaèdre, 44  
 hexose, 263  
   aldohexose, 263  
   cétohexose, 263  
 $\Delta_f H^0$ , 246, 256  
 histidine, 270  
 homothétie, 27  
 hormone sexuelle, 273  
 Horner, 17  
 Hubble, 210, 213  
 hyaluronique, 265  
 hydrocarbure, 256  
 hyperbole, 57, 59, 60  
 hypocycloïde, 61  
 hypoténuse, 38  
  
*i*, 17  
 icosaèdre, 44  
 identité remarquable, 13  
 image, 7  
   par une fonction, 69  
 imine, 257  
 impédance, 151, 152  
 implication, 3  
 impulsion d'une force, 133  
 inclusion, 5  
 incompatibilité, 103  
 indépendance, 104  
 indice de réfraction, 157, 174  
 inégalité de  
   Bienaymé-Tchébychev, 105  
 inférence, 3  
 injection, 7  
 intégrale de Riemann, 84  
 intégration,  
   numérique, 100  
   par changement de variable, 81, 85

- par linéarité, 81, 85
- par parties, 81, 85
- par substitution, 81, 84, 85
- intensité
  - du courant, 148
  - lumineuse
    - unité, 125
- interactions fondamentales, 181
- intérêts
  - composés, 9
  - simples, 9
- interférences, 155
- interpolation, 98
- intersection, 5
  - de deux plans, 66
- intervalle, 6
  - de confiance,
- ionisation, 243
- isoleucine, 270
- isotope
  - naturel, 185
  - radioactif, 187
  
- Joule, 148
  
- $K_a$ , 236, 239
- $K_c$ , 235
- kelvin, 125
- Kepler, 141, 192
- khi-carré
  - test, 113
- kilogramme, 125
- Kirchhoff, 149
- $K_p$ , 236
- $K_s$ , 236, 246
  
- lactose, 264
- Lagrange, 98
- Lambert, 191
- Lambert-Beer, 238
- lames à faces parallèles, 157
- Laplace, 108, 150
- latitude, 33
- lécithine, 273
- lemniscate de Bernoulli, 62
- lentille, 158
- leucine, 270
- L'Hospital, 77
- limaçon de Pascal, 61
  
- limite
  - de la dose, 184
  - d'une fonction, 76
- linéarité de l'intégration, 81, 85
- lipide, 273
- Lissajous, 61
- litre, 165
- logarithme,
- logique, 3
- loi
  - binomiale, 106, 109
  - de composition
    - externe, 19
    - interne, 18
  - de De Morgan, 4, 5
  - de Faraday, 238
  - de Hess, 237
  - de Laplace-Gauss, 108, 109
  - de Poisson, 106, 109
  - de probabilité
    - conjointe, 110
    - continue,
    - discrète,
  - de Student, 112, 116
  - du  $\chi^2$  de Pearson, 112, 115
  - exponentielle, 107, 109
  - géométrique, 106, 109
  - hypergéométrique, 106, 109
  - normale, 109, 114
    - centrée réduite, 105, 108, 109
    - de Laplace-Gauss, 108
  - uniforme, 107, 109
- longitude, 33
- longueur, 159
- d'onde, 155
- d'un arc, 33
  - de cercle, 41
  - de courbe, 86, 87
  - d'un segment, 53, 63
- unité, 125, 165
- Longueur d'onde de Compton, 163
- Lorentz, 149, 159
- losange, 39
- luminosité, 191
- Lune, 198
- lysine, 270
  
- MacLaurin, 93
  
- magnétisme
  - unité, 166
- magnitude, 191
- majorant, 70
- maltose, 264
- mannose, 263
- masse, 159
  - atomique, 165
    - unité, 127
  - planètes, 200
  - relativiste, 160
  - unité, 125, 165
    - volumique, 138, 167, 168, 216, 220, 224, 228, 246
- matière interstellaire, 209
- matrice
  - associée à une application linéaire, 25
  - carrée, 25
  - de changement de base, 26
  - inverse, 25
  - nulle, 24
  - opposée, 24
  - transposée, 24
  - unité, 25
- maximum, 70
- MCU, 132
- médiane, 111
  - d'un triangle, 36
- médiatrice d'un triangle, 36
- méridien, 33
- mesure d'un angle, 29
- météorites, 203
- méthionine, 270
- méthode
  - de bissection, 97
  - de la sécante (regula falsi), 97
  - de la tangente (Newton), 97
  - de Simpson, 101
  - de variation de la constante, 88
  - des moindres carrés, 99
  - des rectangles, 100
  - des trapèzes, 100
  - d'intégration, 85
  - du point fixe, 97
  - numérique
    - de résolution d'une équation, 97
    - de résolution d'une

- équation différentielle, 101
- d'intégration, 100
- mètre, 125
- micron, 165
- milieu d'un segment, 53, 63
- minimum, 70
- minorant, 70
- miroir, 158
- mode, 111
- module, 17
- moindres carrés, 99
- Moivre, 18, 72
- mole, 125
- moment
  - cinétique, 132, 134, 137–139
  - d'inertie, 140
  - d'une force, 132
- monosaccharide, cyclisation, 263
- positions  $\alpha$  et  $\beta$ , 263
- Morgan, 4, 5
- mouvement
  - central, 141
  - circulaire uniforme, 132
  - harmonique, 141
  - périodique, 130
  - rectiligne uniforme, 131
  - rectiligne uniformément accéléré, 132
  - uniforme, 131
  - uniformément accéléré, 131
- moyenne, 15, 111
  - arithmétique, 15
  - d'une fonction, 85
  - d'une variable aléatoire, 104, 105
  - géométrique, 15
  - harmonique, 15
  - pondérée, 15
  - quadratique, 15
- MRU, 131
- MRUA, 132
- MUA, 131
- multiplication de fonctions, 71
- négation, 3
  - de l'inférence, 4
- Nernst, 238
- neutron
  - masse, 163
- Newton, 8, 13, 97, 98
  - binôme, 8, 13, 98
  - méthode de, 97
- niacine, 266
- Nicomède, 62
- nitrile, 257
- nitro, 257
- niveau
  - de confiance, 112
  - sonore, 177
- nœud, 165
- nombre
  - $\pi$ , 10
  - de diagonales d'un polygone, 40
  - d'onde, 155
  - d'or, 10, 35
  - $e$ , 10
- nombres
  - complexes, 6
  - décomposition en premiers, 120
  - entiers, 6
  - irrationnels, 6
  - naturels, 6
  - premiers, 119
  - rationnels, 6
  - réels, 6
- nomenclature, 255
- non . . . , 3
- norme d'un vecteur, 50, 51
- noyaux
  - rayon, 161
- nucléosynthèse, 206
- nucléotide, 275
- nutriment, 260
- obélisque, 43
- octaèdre, 44
- œstradiol, 273
- Ohm, 148
- onde
  - électromagnétique, 176
  - sonore, vitesse, 177
- opération,
  - en logique, 3
  - interne, 18
  - sur les ensembles, 5
  - sur les fonctions, 71
- sur les matrices, 23
- sur les nombres complexes, 18
- ordonnée, 53, 63
- ordonnée à l'origine d'une droite, 54
- orthocentre d'un triangle, 36
- orthonormée, base, 50
- ou, 3
- oxydation, 238
- oxydo-réduction, 241, 242
- panthothénique, 266
- parabole, 57, 59, 60
- paraboloïde, 47
- parallaxe, 189
- parallèle, 33, 148
- parallélépipède, 21, 42, 52
- parallélogramme, 39
- paramètre d'une conique, 57, 59
- parité d'une fonction, 69
- parsec, 165, 189
- particule
  - fondamentale, 179
  - intermédiaire, 180
- partie, 5
  - imaginaire, 17
  - réelle, 17
- Pascal, 8, 61
- Pearson, 112
- pendule, 142
  - de torsion, 135, 142
  - physique, 142
  - simple, 142
- pente d'une droite, 54
- pentose, 263, 264
  - aldopentose, 263
- périhélie, 192
- périmètre d'un cercle, 41
- période, 130, 141, 142, 155, 190, 192, 201–203
  - de mutation, 197
  - de précession, 197
  - de rotation du Soleil, 208
  - d'une fonction, 69
    - trigonométrique, 30
- orbitale, 192, 197, 199
- orbitale des planètes, 200
- sidérale, 194, 197, 198, 200
- synodique, 194, 198, 200

- périodicité
  - d'une fonction, 69
  - trigonométrique, 30
- perméabilité, 150, 163
- permittivité, 145, 163
  - relative, 178
- permutation
  - avec répétitions, 9
  - simple, 9
- petit cercle, 33
- pH, 236
  - boissons, 240
  - en fonction de  $T$ , 239
  - liquides divers, 240
- phénylalanine, 270
- phospholipide, 273
- $pK_a$ , 236, 239
- plan,
  - bissecteur de deux plans, 66
  - équation
    - cartésienne, 65
    - vectorielle, 65
  - équations paramétriques, 65
  - polaire, 66, 67
  - tangent à une sphère, 66
- planètes, 192, 200
- point
  - fixe
    - d'une fonction, 97
    - méthode du, 97
  - triple, 172
- Poisson, 106
- polaire d'un point, 56
- polyèdre, 42, 44
- polygone, 40
  - convexe, 40
  - régulier, 40
- polynôme,
  - ajustement par un, 100
  - de degré  $n$ , 16
  - de Lagrange, 98
  - du deuxième degré, 16
- polysaccharide, 265
- position, 129, 137
  - angulaire, 138
- potentiel, 147
  - de première ionisation, 219, 223, 227, 231
  - redox, 241, 242
  - standard, 238
- pouvoir
  - énergétique, 169
  - oxydant, 241, 242
  - réducteur, 241, 242
- pression, 143
  - atmosphérique, 171
  - critique, 178
  - de saturation, 171
  - partielle, 235
  - sonore, 177
  - unité, 166
- primitive d'une fonction,
- principe
  - de non-contradiction, 3
  - du tiers exclu, 3
- prisme, 42
- probabilité,
  - conditionnelle, 103
  - conjointe, 110
  - totale, 104
- produit
  - cartésien, 5
  - de deux matrices, 24
  - de solubilité, 236, 246
  - d'une matrice par un nombre, 23
  - ionique, 236, 239
  - mixte, 52
  - scalaire, 50
  - vectorel, 52
- progestérone, 273
- projection, 27
  - de Fischer, 258
  - de Newman, 258
  - orthogonale
    - d'un point sur un plan, 65
    - d'un point sur une droite, 55, 64
    - d'un vecteur sur un autre, 51
- proline, 270
- propagation d'une erreur, 96
- proposition, 3
- proton
  - masse, 163
- puissance, 13, 133, 148, 152
  - d'un point, 41, 56, 67
  - ordre de grandeur, 170
  - unité, 166
- pulsation, 130, 155
- purine, 274
- pyramide, 43
- pyridoxine, 267
- pyrimidine, 274
- Pythagore, 11, 38
  - quadruplet, 11
  - théorème, 38
  - triplet, 11
- quadrilatère, 39
  - circonscrit, 39
  - inscrit, 39
- quadruplet
  - de Pythagore, 11
- quantificateur
  - d'existence, 4
  - d'universalité, 4
- quantité
  - chimique, 235
  - de matière
    - unité, 125
  - de mouvement, 132, 134, 137, 138
- racine, 13
  - d'un nombre complexe, 18
- radian, 29, 126
- radioactivité
  - unité, 166
- radioprotection, 183
- raies d'absorption, 176
- raison d'une suite
  - arithmétique, 89
  - géométrique, 90
- raisonnement par l'absurde, 4
- rang d'un terme d'une suite, 89
- rayon
  - atomique, 219, 223, 227, 231
  - atomiques, 244
  - covalent, 219, 223, 227, 231
  - de convergence d'une série entière, 92
  - de courbure, 80
  - de Van der Waals, 219, 223, 227, 231
  - du cercle
    - circonscrit à un polygone, 40

- circonscrit à un triangle, 36
    - inscrit dans un polygone, 40
    - ioniques, 244
  - rayon de Bohr, 163
  - rayonnement, 154
    - cosmologique, 213
  - réaction, 138
  - réactions
    - chimie organique, 259
  - réciproque, 7
  - rectangle, 39
  - rectangles, méthode des, 100
  - redox, 241, 242
  - réduction, 238
    - de la biconditionnelle, 4
    - de l'inférence, 4
  - référentiel, 5
  - réflexivité d'une relation, 6
  - réfraction, indice, 174
  - règle
    - de Cramer, 22, 23
    - de dérivation, 78
    - de Sarrus, 22
  - régression linéaire, 99
  - relation,
    - antisymétrique, 6
    - connexe, 6
    - de Viète, 16, 17
    - d'équivalence, 6
    - d'ordre, 6
    - d'ordre total, 6
    - réciproque, 7
    - réflexive, 6
    - symétrique, 6
    - transitive, 6
  - rendement, 133, 169
  - rente, 10
  - répartition naturelle des éléments, 242
  - représentation
    - de Cram, 258
    - de Haworth, 258
    - molécules organiques, 258
  - représentation graphique
    - d'une fonction, 69
  - résistance, 148
  - résistivité, 148, 178, 217, 221, 225, 229
  - résolution numérique
    - d'une équation, 97
    - d'une équation différentielle, 101
  - résonance, 152
  - ressort, 135
  - rétinol, 266
  - riboflavine, 266
  - ribonucléique, 276
  - ribonucléotides, 275
  - ribose, 263, 264
  - Riemann, 84, 92
  - rosace, 62
  - rose de Grandi, 62
  - rotation, 27
  - Runge-Kutta, 101
- S**, 235
- $S^0$ , 246
  - saccharose, 264
  - Sarrus, 22
  - satellite, 141, 202
  - scalaire, 19
  - schéma de Horner, 17
  - sécante, méthode de la, 97
  - seconde, 125
  - secteur
    - circulaire, 41
    - sphérique, 46
  - section d'or, 35
  - segment
    - circulaire, 41
    - sphérique, 47
  - séquence principale, 204
  - série,
    - à termes positifs, 90
    - alternée, 91
    - convergente, 92
    - de MacLaurin, 93
    - de Taylor, 93
    - divergente, 91
    - entière, 92
    - harmonique, 91
    - alternée, 92
  - sérine, 270
  - si . . . , alors . . . , 3
  - sidéral
    - jour, 190
    - période, 194, 197, 198, 200
  - Simpson, 101
  - sinus, 29, 74
    - hyperbolique, 72, 75
  - Soleil, 194
  - solubilité, 235, 246
    - gaz, 254
    - sels et hydroxydes, 254
  - solution tampon, 237
  - sommation, 14
  - somme
    - de deux matrices, 23
    - des angles d'un polygone, 40
    - d'une série convergente, 90
  - sous-ensemble, 5
  - soustraction de fonctions, 71
  - spectre, 161
  - sphère, 46, 66
    - équation cartésienne, 67
  - sphingolipide, 273
  - spirales, 62
  - statistique,
    - Stefan-Boltzmann, 191
    - Steiner, 141
    - stéradian, 126
    - stéréoisomère, 263
  - Stirling, 7
  - structure algébrique, 18
  - Student, 112
    - test, 112
  - substitution, 81, 84, 85
  - sucré,
    - suite,
      - convergente, 89
  - Superamas Local, 212
  - surface
    - aire, 86, 87
    - centre de gravité, 86, 87
  - surjection, 7
  - syllogisme, 4
  - symétrie, 27
    - d'une relation, 6
  - symétrique, 55, 64, 65
    - d'une opération, 19
  - synodique
    - période, 194, 198, 200
  - système d'équations
    - linéaires, 22
- table de vérité, 3
  - tangente, 29, 74
    - à la courbe représentative d'une fonction, 78
    - de pente  $m$ 
      - à un cercle, 56

- à une conique, 59
- en un point
  - à un cercle, 56
  - à une conique, 59
- hyperbolique, 72, 75
- méthode de la, 97
- tas de sable, 43
- taux d'intérêts, 9
- Taylor, 93
- Tchébychev, 105
- température
  - corps noir, 161
  - critique, 178
  - de fusion, 217, 221, 225, 229, 246, 256
  - d'ébullition, 217, 221, 225, 229, 246, 256
  - effective, 191
  - unité, 125, 166
- temps, 129, 159, 190
- unité, 125
- tension, 146
- terme d'une suite, 89
- Terre, 196
- test
  - de Student, 112
  - d'hypothèse, 112
  - du  $\chi$ -carré, 113
  - du khi-carré, 113
- testostérone, 273
- tétraèdre, 44, 63
- Thalès, 35
- théorème
  - central limite, 110
  - de Bayes, 104
  - de Guldin, 48
  - de la hauteur, 38
  - de la moyenne, 85
  - de la probabilité totale, 104
  - de la valeur intermédiaire, 77
  - de L'Hospital, 77
  - de Pythagore, 38
  - de Thalès, 35
  - des accroissements finis, 79
  - des cotangentes, 34
  - d'Euclide, 38
  - d'Euler, 44
  - du cosinus, 32, 34
  - du sinus, 32, 34
  - fondamental du calcul intégral, 84
- thiamine, 266
- thiol, 257
- thréonine, 270
- thymidylate, 275
- thymine, 274
- tocophérol, 266
- tore, 47
- transformation linéaire, 26
- transitivité d'une relation, 6
- trapèze, 39
- trapèzes, méthode des, 100
- travail d'une force, 133
- triangle,
  - de Pascal, 8
  - équilatéral, 38
  - quelconque, 32
  - rectangle, 32, 38
  - sphérique
    - quelconque, 33
    - rectangle, 34
- triglycéride, 273
- trigonométrie
  - plane, 29
  - sphérique, 33
- triplet, 5
- de Pythagore, 11
- tronc
  - de cône, 46
  - de cylindre, 46
  - de pyramide régulière, 43
- tryptophane, 270
- tyrosine, 270
- union, 5
- unité astronomique, 189
- unités
  - diverses, 165
  - système international, 125
- univers, 5, 103
- uracile, 274
- uridylylate, 275
- valeur
  - absolue, 14
  - énergétique, 260
  - exacte d'une fonction trigonométrique, 30
  - moyenne d'une fonction, 85
  - propre, 26
- valine, 270
- Van der Waals, 153
- variable aléatoire, 104
  - centrée réduite, 105
  - continue, 104
  - discrète, 104
- variables aléatoires
  - indépendantes, 104
- variance, 104, 105, 111
- variation de la constante, 88
- vecteur, 19
  - défini par deux points, 53, 63
  - directeur d'une droite, 54
  - normal
    - à un plan, 65
    - à une droite, 54
  - norme, 50, 51
  - propre, 26
- vergence, 158
- Viète, 16, 17
- viscosité, 168
  - unité, 166
- vitamine, 266, 268
  - hydrosoluble, 266
  - liposoluble, 266
- vitesse, 130, 137, 155–157
  - angulaire, 138
  - de libération, 141
  - unité, 165
- Voie Lactée, 208
- volume
  - d'un corps, 86, 87
  - d'un corps de révolution, 48
  - d'un corps rond, 45
  - d'un parallélépipède, 21, 52
  - d'un polyèdre, 42
  - d'un tétraèdre, 63
  - unité, 165
- Wien, 161
- zéro
  - d'un polynôme, 16
  - d'une fonction, 69
- zwitterion, 270



## Notes



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)

## Notes



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)

# Notes



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)

## Notes



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)

# Notes



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)

## Notes



Toute reproduction d'un extrait de ce livre par quelque procédé que ce soit est interdite.

[www.crm-diffusion.ch](http://www.crm-diffusion.ch)







## Classification et étiquetage des produits chimiques

**Pictogrammes du Système Général Harmonisé (SGH).** Le Système Général Harmonisé est appliqué selon le règlement européen CLP (Classification, Labelling and Packaging) en utilisant les pictogrammes suivants :

	SGH01 – <b>Explosifs</b> . Peuvent exploser au contact d'une flamme, d'une étincelle, sous l'effet de l'électricité statique, de la chaleur ou d'un choc.	Acide picrique.
	SGH02 – Gaz, liquides et solides <b>inflammables</b> . Peuvent s'enflammer au contact d'une flamme, d'une étincelle, sous l'effet de l'électricité statique, de la chaleur, au contact de l'air ou de l'eau.	Diéthyléther, acétone, la plupart des hydrocarbures légers, sodium, hydrogène.
	SGH03 – Gaz, liquides et solides <b>comburants</b> . Peuvent provoquer ou aggraver un incendie	Chlorate de sodium, acide nitrique, nitrate d'argent, fluor, peroxyde d'hydrogène.
	SGH04 – Gaz sous pression dans un récipient, peut exploser ou provoquer des blessures liées au froid.	Butane, azote liquide ou en bonbonne.
	SGH05 – Substances ou mélanges <b>corrosifs</b> pour les métaux. Peuvent provoquer des irritations cutanées, et des lésions oculaires graves.	Tous les acides forts concentrés, hydroxyde de sodium, ammoniacque, hypochlorite de sodium.
	SGH06 – <b>Toxicité aiguë</b> . Peuvent, même à faible dose, provoquer de graves intoxications ou entraîner la mort.	Chlore, brome, la plupart des produits portant le pictogramme SGH08.
	SGH07 – Peuvent être <b>irritants</b> , provoquer des allergies, de l'eczéma, une somnolence, ou causer à forte dose une intoxication.	Acides et bases suffisamment dilués, iode, carbonate de sodium, sulfate de cuivre (II).
	SGH08 – Peuvent entraîner de <b>graves effets sur la santé</b> . Produits cancérogènes, mutagènes ou toxiques pour la reproduction (CMT). Peuvent provoquer une insuffisance respiratoire.	Phénol, benzène, chloroforme, composés du mercure, du plomb, chromates, chlorure de cobalt (II).
	SGH09 – Toxiques pour les organismes aquatiques (poissons, algues, crustacés).	Permanganate de potassium, sulfate de cuivre (II), iode.

Ces pictogrammes sont accompagnés :

- d'un avertissement DANGER (pour les plus dangereux) ou ATTENTION ;
- d'une mention de danger, exemple : H221 Gaz inflammable ;
- d'une mention de prudence, exemple : P321 Manipuler sous gaz inerte.

## Constantes physiques (valeurs 2010)

**Vitesse de la lumière dans le vide**

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Constante de gravitation universelle**

$$G = 6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

**Constante de Planck**

$$h = 6,62606957 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

**Constante de Boltzmann**

$$k = 1,3806488 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

**Constante de Faraday**

$$F = 9,64853365 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$$

**Permittivité électrique du vide**

$$\varepsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

**Perméabilité magnétique du vide**

$$\mu_0 = 1,25663706 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

**Constante de Stefan-Boltzmann**

$$\sigma = 5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

**Charge élémentaire**

$$e = 1,60217657 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

**Masse au repos de l'électron**

$$m_e = 9,10938291 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

**Masse au repos du proton**

$$m_p = 1,67262178 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

**Masse au repos du neutron**

$$m_n = 1,67492735 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

**Constante de Rydberg**

$$R_\infty = 1,09737316 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

**Rayon de Bohr**

$$a_0 = 5,29177211 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

**Longueur d'onde de Compton**

$$\lambda_C = 2,42631024 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

**Nombre d'Avogadro**

$$N_A = 6,02214129 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

**Volume molaire normal des gaz parfaits**

$$V_0 = 22,413968 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

**Constante des gaz parfaits**

$$R = 8,3144621 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

**Température normale (0 °C)**

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

**Pression normale**

$$p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

ISBN 978-2-940501-41-0



9 782940 501410 >