Physique Live 2023

Tanguy Classen

February 2023

Contents

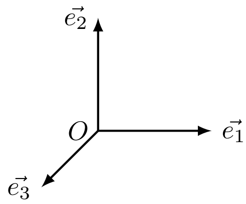
Chapter 1

Notions de base

La physique mécanique s'étudie via un repère (un système d'axes) placé dans un référentiel.

1.1 Repères orthonormés et coordonés

Il existe plusieurs types de repères, nous verrons dans un premier temps les repères orthonormés Un repère orthonormé est un système munit d'axes (on appelle vecteurs directeurs), tous orthogonaux entre eux.
On dit que celui-ci est "Orthonormé direct" si il est centré en l'origine.

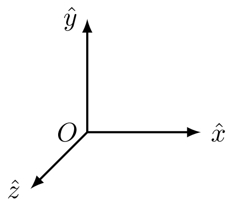


(1.1)

On nottera que ces axes (les vecteurs directeurs $(\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$) peuvent se nommer comme vous le souhaitez (tant qu'ils suivent une certaine rigueur)

1.1.1 En mode Müllhaupt

une autre façon de nommer les axes et vecteurs unitaires, est à la façon mullhaupt, en employant le système de coordonnés $(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$



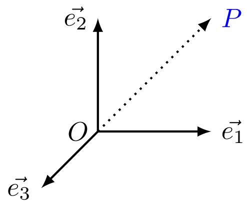
(1.2)

1.2 systèmes de coordonnés

A présent, plaçons un point P dans ce système d'axes
Pour décrire la position de ce point par rapport à l'origine, on utilisera une combinaison linéaire des vecteurs directeurs.

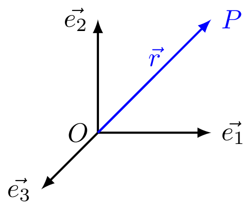
$$\vec{OP} = p_1 \cdot \vec{e_1} + p_2 \cdot \vec{e_2}$$

avec p_i les coordonés selon les axes en question.



(1.3)

Ainsi, on a le vecteur position du point P par rapport à l'origine : $OP = \vec{r} = p_1 \cdot \vec{e_1} + p_2 \cdot \vec{e_2}$



(1.4)

On note :

$$\vec{OP} = \vec{r} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.5}$$

1.2.1 addition de vecteurs

on a bien vu que pour additioner des vecteurs, il faut imaginer des pas successif d'une certaine distance (p_i) dans la direction donnée (e_i).
Ainsi, l'addition vectorielle consiste en mettre des vecteurs bout à bout.

Prenons par exemple les vecteurs $\vec{OA}$ et $\vec{OB}$

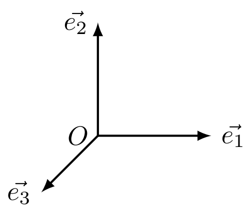
$$\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{r_a} + \vec{r_b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{pmatrix}$$

1.2.2 produit scalaire

le produit scalaire est la multiplication de deux vecteurs entre eux.
il quantifie la mesure du paralellisme entre les vecteurs :

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = ||\vec{OA}|| \cdot ||\vec{OB}|| \cdot \cos(\alpha)$$

avec $||\cdot\vec{\cdot}\cdot||$ la norme (longueur) du vecteur et α l'angle entre les deux vecteurs.

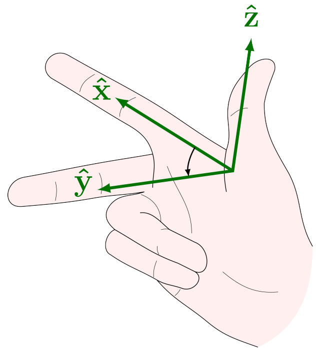


(1.6)

1.2.3 Produit vectoriel et règle de la main droite

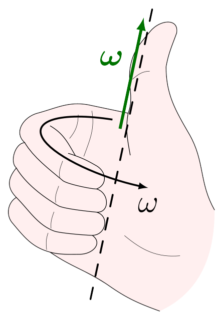
Le produit vectoriel est une opération génerant un troisième vecteur orthogonal au plan formé par les deux premier vecteurs
La direction de celui-ci se détermine grace à la règle de la main droite.

Avec $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$



(1.7)

oubien, avec la règle du tire-bouchon (plus simple pour les mouvements en rotation):



(1.8)

1.3 Déterminant, surfaces et volumes

déterminant 2d

Le déterminant de deux vecteurs est égal à la surface du parallélogramme, ou du cube formé par ces vecteurs. il se calcule ainsi :

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow Det(A) = a \cdot d - c \cdot b \tag{1.9}$$

1.3.1 determinant 3d

Régle de sarrus !

1.4 Repères et point matériel

1.4.1 Repère

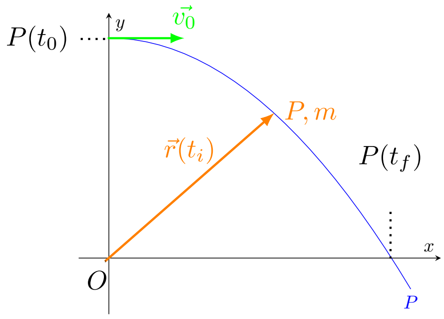
Un repère, est une référence arbitraire donnée à un référentiel pour quantifier la position relative d'un point/objet dans l'espace ou dans le plan.
Un repère muni d'un système de coordonnés, est noté en 2D : ($O, \hat{x}_1, \hat{x}_2$), et en 3D: $(O, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$.

Les $\hat{x}_i$ sont les vecteurs unitaires, tels que : $\hat{x}_i \cdot \hat{x}_j = 0$, $i \neq j$ et $||\hat{x}_i|| = \sqrt{(\hat{x}_i)^2} = 1$.

1.4.2 trajectoire

la trajectoire est le lieu des points $P(t)$ lorsque le temps (paramètre) t varie. C'est la courbe débarassée de la dépendance par rapport au temps.

Étudions la trajectoire d'un objet (point materiel) P que l'on lancerait depuis une falaise avec une vitesse initiale purement horizontale.



$$
\text{Avec :} \begin{cases} \vec{v_0} & \text{Vecteur vitesse initiale} \\ \vec{r}(t_i) & \text{Rayon vecteur position à l'instant } (t_i) \text{ donné} \\ P, m & \text{Le point materiel} \\ P(t_0) & \text{la position à } (t_0) \text{ (position initiale)} \\ P(t_f) & \text{Position à l'instant } (t_f) \text{ (position au temps final)} \\ P & \text{Trajectoire du point materiel } P \end{cases} \tag{1.10}
$$

1.4.3 Équations Horaires

les équations hoaraires sont la relation (fonction) entre la position du point P(t), donnée par le rayon vecteur $\vec{r}(t)$, et le temps t.

$$t :\rightarrow \ \vec{r}(t)$$

$r\vec{(t)}$ étant un vecteur, possède deux (ou trois) composantes, une $\hat{x}$ et une $\hat{y}$ (et une $\hat{z}$) on décompose :

$$
r\vec{(t)} \ = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \begin{cases} \text{position } \hat{x} \text{ selon le temps} \\ \text{position } \hat{y} \text{ selon le temps} \\ \text{position } \hat{z} \text{ selon le temps} \end{cases}
$$

1.5 Règles de dérivation et d'integration

on note la dérivée d'un vecteur selon le temps ainsi:

$$\vec{x}(t) \quad \underbrace{\rightarrow}_{\frac{d}{dt}\vec{x}=\dot{\vec{x}}} \quad \vec{v}(t) \quad \underbrace{\rightarrow}_{\frac{d}{dt}\dot{\vec{x}}=\ddot{\vec{x}}} \quad \vec{a}$$

On a donc :

$$\begin{array}{ccccccccc}
\vec{x}(t) & & & & & & & & \text{la position (selon le temps)} \\
\downarrow & & & & & & & & \downarrow \\
\frac{d}{dt}\vec{x}(t) & = & \dot{\vec{x}}(t) & = & \vec{v}(t) & & & & \text{la vitesse (selon le temps)} \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \downarrow \\
\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\vec{x}(t)\right) & = & \frac{d}{dt}\dot{\vec{x}}(t) & = & \frac{d}{dt}\vec{v}(t) & = & \ddot{\vec{x}} & = \vec{a} & \text{l'accélération}
\end{array}$$

étant donné que les mouvements découlent de la mécanique de Newton, on aura plutôt le sens inverse (sens integrale):

$$\ddot{\vec{x}} \quad \underbrace{\leftarrow}_{\text{moulinette 1}} \quad \dot{\vec{x}}(t) \quad \underbrace{\leftarrow}_{\text{moulinette 2}} \quad \vec{x}(t)$$

On a donc:

$$\begin{array}{cccccccccc}
\vec{a} & = & \ddot{\vec{x}}(t) & & & & & & & \text{l'acceleration} \\
\uparrow & & \uparrow & & & & & & & \uparrow \\
\int_{t_0}^{t_i} \vec{a}\; dt & = & \int_{t_0}^{t_i} \ddot{\vec{x}}\; dt & = & \ddot{\vec{x}} \cdot t + \dot{\vec{x}}_0 & = & \dot{\vec{x}}(t) & & & \text{la vitesse (selon le temps)} \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & & \uparrow \\
\int\int_{t_0}^{t_i} \vec{a}\; dt^2 & = & \int\int_{t_0}^{t_i} \ddot{\vec{x}}\; dt^2 & = & \int_{t_0}^{t_i} \ddot{\vec{x}} \cdot t + \dot{\vec{x}}_0\; dt & = & \int_{t_0}^{t_i} \dot{\vec{x}}(t) & = \frac{1}{2}\ddot{\vec{x}} \cdot t^2 + \dot{\vec{x}}_0 \cdot t + \vec{x}_0 = & \vec{x}(t) & \text{la position (selon le temps)}
\end{array}$$

soit, on a la position selon le temps: $\boxed{\vec{x}(t) = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0}$

Chapter 2

Mécanique de Newton

2.1 Lois de Newton

2.1.1 Première loi de Newton

A l'équilibre, la resultante des forces est nulle

Tout objet dont la resultante des forces exercé sur celui-ci est nulle implique que celui-ci est immobile, soit que sont accelleration est nulle, ou sa vitesse constante.

$$\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \ddot{\vec{x}}_{\text{res}} = \vec{0}} \text{ avec: } \begin{cases} \vec{F} & \rightarrow \text{ la force } [N] \\ \ddot{\vec{x}} = \dfrac{d^2}{dt^2}\vec{x} = \vec{a} & \rightarrow \text{ l'acceleration } [m{\cdot}s^{-2}] \end{cases} \tag{2.1}$$

2.1.2 Deuxième loi de Newton

Principe d'accelleration d'un corps massique

La somme des forces exterieures appliqués sur un objet résulte en la variation de la quantitée de mouvement ou le produit de l'accelleration et de la masse.

$$\boxed{\sum \vec{F} = \dot{\vec{P}} = \text{ m } \cdot \ddot{\vec{x}}} \text{ avec: } \begin{cases} \vec{F} & \rightarrow \text{ la force, c'est } \textbf{l'Action } [N] \\ \text{m} & \rightarrow \text{ la masse } [kg] \\ \ddot{\vec{x}} = \dfrac{d^2}{dt^2}\vec{x} = \dot{\vec{v}} = \vec{a} & \rightarrow \text{ l'acceleration c'est } \textbf{la Consequence } [m{\cdot}s^{-2}] \\ \dot{\vec{P}} = \dfrac{d}{dt}(\text{m} \cdot \dot{\vec{x}}) & \rightarrow \text{ la quantité de mouvement } [N{\cdot}s] \end{cases} \tag{2.2}$$

2.1.3 Troisième loi de Newton

Principe d'action réaction

$$\boxed{\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}} \quad \text{avec: } \begin{cases} \vec{F}_{A\to B} & \rightarrow \text{ la force emise par A sur B } [N] \\ \vec{F}_{B\to A} & \rightarrow \text{ la force emise par B sur A } [N] \end{cases} \tag{2.3}$$

2.2 Moments

Un moment de foce est la capacitée d'une force à engendrer la mise en rotation.

Un ensemble de forces appliquées en des points différents a une tendance à faire tourner le solide lié aux points d'application des forces.

On le note :

$$\boxed{\vec{M}_O = \sum_\alpha \vec{OP}_\alpha \times \vec{F}_\alpha} \tag{2.4}$$

2.2.1 Moment cinétique

Le moment cinétique exprime la capacité de l'ensemble à resister à la mise en rotation.
On note le moment cinétique:

$$\boxed{\vec{L}_O = \sum_\alpha \vec{OP}_\alpha \times (\mathrm{m}_\alpha \vec{v}_\alpha)} \tag{2.5}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}\vec{L}_O \triangleq \vec{M}_O} \tag{2.6}$$